

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Birkhoff. Note Taulor instability. — «Quart. Appl. Math.», 1954, vol. 12, p. 306.
2. G. Birkhoff. Stability of spherical bubbles. — «Quart. Appl. Math.», 1956, vol. 13, p. 451.
3. J. H. Hunt. Instability in a spherical fluid sheel. — «Scient. Rec.», 1961, SA 10, N 1, p. 59—77.
4. Кузнецов В. М., Шер Е. Н. Об устойчивости течения идеальной несжимаемой жидкости в полосе и кольце. — ПМТФ, 1964, № 2.
5. Овсянников Л. В. Общие уравнения и примеры. — В кн.: Задача о неустановившемся движении жидкости со свободной границей. Новосибирск, «Наука», 1967.
6. Пухначев В. В. Малые возмущения плоского неустановившегося движения идеальной несжимаемой жидкости со свободной границей, имеющей форму эллипса. — ПМТФ, 1971, № 4.
7. Андреев В. К. Об устойчивости нестационарной круглой струи идеальной несжимаемой жидкости. — ПМТФ, 1972, № 4.
8. Андреев В. К. Об устойчивости неустановившегося движения идеальной несжимаемой жидкости со свободной границей, имеющей форму эллипсоида вращения. — В кн.: Динамика сплошной среды. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики СССР, вып. 12, 1972.
9. Андреев В. К. Корректность задачи о малых возмущениях движения жидкости со свободной границей. — В кн.: Динамика сплошной среды. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики, вып. 15, 1973.
10. Плонс Ж.—Л., Маджене Э. Неоднородные граничные задачи и их приложения. М., «Мир», 1971.
11. Ламб Г. Гидродинамика. М.—Л., Гостехиздат, 1947.

УДК 534.222.2+532.528

**ДИНАМИКА ЗОНЫ КАВИТАЦИИ
ПРИ ПОДВОДНОМ ВЗРЫВЕ
ВБЛИЗИ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

В. К. Кедринский

(Новосибирск)

В рамках модели двухфазной среды, представляющей из себя жидкость с равномерно распределенными в ней кавитационными зародышами свободного газа, для осесимметричной постановки рассмотрена задача о развитии зоны кавитации и профиле волны разрежения в области регулярного отражения сферической ударной волны подводного взрыва от свободной поверхности.

Дан пример расчета профиля волны разрежения и зоны видимой кавитации в различные моменты времени для случая взрыва однограммового заряда на глубинах 3 и 5,3 см для исходных объемной концентрации газа 10^{-11} и радиуса кавитационного зародыша $5 \cdot 10^{-5}$ см. Результаты расчета сравниваются с экспериментом.

Введение. Вопрос о возникновении кавитации и особенностях структуры волновой картины вблизи свободной поверхности жидкости при отражении от нее ударной волны подводного взрыва рассматривался в работах [1—6].

Экспериментально исследованы параметры ударной волны и проведен анализ развития зоны кавитации при взрыве зарядов весом 1 г и 100 кг на глубинах 1—8 относительно радиусов зарядов [1]. В акустическом приближении на ЭВМ проведен расчет зон отрицательных давлений

вблизи свободной поверхности при подводном взрыве зарядов в 50, 100 и 5000 г на глубинах 1—12 м [4]. Определена зона нелинейного взаимодействия ударной волны подводного взрыва со свободной поверхностью [2,3]. Снизу зона ограничена траекторией «тройной» точки, в которой сходятся фронт ослабленной ударной волны, невозмущенный фронт падающей волны и волны разрежения. «Плавное» снижение давления за фронтом возмущенной волны, характерное для нелинейной зоны, дает основание предположить, что в этой зоне видимых кавитационных разрывов не возникает. Следовательно, развитие кавитации может наблюдаться лишь в области регулярного отражения, для которой справедливо акустическое приближение [2,6], использующее принцип наложения поля давления от взрыва мнимого заряда. Однако в рамках однофазной жидкости использование этого принципа приводит к завышению (иногда на несколько порядков) абсолютных величин отрицательных давлений по сравнению с их реальными значениями [6]. В связи с этим в некоторых работах [5,6] используются результаты исследования прочностных характеристик жидкости [7], предполагая, что жидкости не выдерживают больших растягивающих усилий, предельная величина которых должна иметь порядок давления насыщенного пара, т. е. быть близкой к нулю.

Известно [8], что реальные жидкости, в том числе и дистиллированная вода, содержат свободный газ, объемная концентрация которого и размер кавитационных зародышей определяются состоянием жидкости. В связи с этим вполне естественно в моделях развития кавитационной зоны учитывать уже имеющиеся пузырьки газа и определять их влияние на последующий процесс, не обращаясь к задаче об образовании ядер кавитации. В этом смысле наиболее близки к рассматриваемой задаче работы [9,10], в которых исследуются условия начала роста одиночного сферического газового пузырька в вязкой несжимаемой жидкости под действием резкого падения давления. Согласно [10], кавитация характеризуется прежде всего неограниченным ростом пузырей (при постоянном отрицательном давлении), и в этом случае решающую роль играет количество газа в пузырьках, а не вязкость и термодинамическое состояние. Эта постановка представляет интерес и в комбинации с акустическим методом определения отрицательного давления может быть использована для некоторых оценок развития зоны кавитации.

Подход, аналогичный [9,10], не может описать реальный процесс, так как не учитывает взаимодействия газовых полостей при их расширении и влияния их динамики на величину растягивающих напряжений в зоне кавитации. В связи с этим основное внимание в данной работе будет уделено новой постановке: развитию кавитации вблизи свободной поверхности жидкости, содержащей пузырьки свободного газа, при наложении отрицательного давления. Подход к задаче во многом аналогичен [11].

1. Оценка области кавитации по динамике одиночного газового пузырька. Следуя [9, 10], рассмотрим задачу о поведении кавитационного зародыша в волне разрежения в случае мгновенного приложения отрицательного давления (жидкость идеальная, несжимаемая).

Введем безразмерные переменные и параметры

$$R = R_0 y; \quad t = R_0 \sqrt{\rho_0/p_0} \tau; \quad p = p_0 P; \quad W = \frac{2\sigma}{R_0 p_0},$$

где R_0 , p_0 — начальные радиус пузырька и давление газа в нем; σ — коэффициент поверхностного натяжения; ρ_0 — плотность жидкости. Уравнение пульсации пузырька имеет вид

$$(1.1) \quad y\ddot{y} + 3/2\dot{y}^2 = y^{-3\gamma} - \frac{W}{y} - P.$$

При $\tau=0$, $y=1$, $\dot{y}=0$,

$$P = \begin{cases} -\pi^0 & 0 \leq \tau \leq \sqrt{p_0/\rho_0} T/R_0, \\ p_\infty/p_0 & \tau > \sqrt{p_0/\rho_0} T/R_0, \end{cases}$$

где p_∞ — невозмущенное давление на бесконечности. Величина p_0 определяется из условия равновесия пузырька при $\tau < 0$ ($p = p_\infty$)

$$p_0 = p_\infty + 2\sigma/R_0.$$

Уравнение (1.1) можно представить в виде

$$(1.2) \quad \frac{d}{dy} y^3 \dot{y}^2 = 2y^{2-3\gamma} - 2yW - 2y^2P.$$

Первый интеграл уравнения (1.2) при $P = -\pi^0 = \text{const}$ имеет вид

$$\dot{y}^2 = \frac{2}{3} y^{-3} \left[(y^{3-3\gamma} - 1) - \frac{3}{2} W (y^2 - 1) + \pi^0 (y^3 - 1) \right].$$

Можно заметить, что при $\pi^0 \gg \dot{y}$ быстро достигает асимптотического значения $\left(\frac{2}{3} \pi^0\right)^{1/2}$. При этом текущее значение радиуса кавитационного зародыша с достаточной степенью точности определится выражением

$$(1.3) \quad y \simeq \left(\frac{2}{3} \pi^0\right)^{1/2} \tau.$$

Если при $t=T$ давление вновь становится равным атмосферному (p_∞), то следующая стадия расширения пузырька до его максимального размера определится инерционным движением при $t \gg T$

$$\frac{d}{dy} (y^3 \dot{y}^2) \simeq -2y^2 p_\infty/p_0$$

с начальными значениями

$$\dot{y}_1 = \left(\frac{2}{3} \pi^0\right)^{1/2}, \quad y_1 = \left(\frac{2}{3} \pi^0 p_0/\rho_0\right)^{1/2} T/R_0,$$

откуда максимальный радиус пузырька определится выражением

$$(1.4) \quad y_{\max} = y_1 \left(1 + \frac{3}{2} \dot{y}_1^2 p_0/p_\infty\right)^{1/3}$$

или

$$y_{\max} \simeq 0,815 (\pi^0 p_0)^{5/6} T R_0^{-1} \rho_0^{-1/2} p_\infty^{-1/3}.$$

Выражения (1.4) или (1.3) позволяют определить максимальный радиус расширившегося в волне разрежения кавитационного пузырька. И если он достигает видимого размера (10^{-2} — 10^{-1} см) [8], считаем, что кавитация возникла. При этом условие возникновения кавитации существенным образом зависит от правильности выбора $\pi^0 p_0$ (максимального по абсолютной величине давления в волне разрежения) и T . Значение R_0 можно брать из известных экспериментальных данных [8].

В рамках акустической модели оценим величину давления вблизи свободной поверхности в области регулярного отражения при неглубоких подводных взрывах ($H \leq 10a_0$ — глубина погружения заряда радиуса a_0). При использовании принципа суперпозиции величина отрицательного давления в конкретной точке рассматриваемой области будет определяться временем, которое прошло с момента прохождения этой точки фронтом ударной волны (ФУВ) до прихода волны разрежения, и характером спада давления за фронтом ударной волны. Следовательно, при неглубоких

взрывах для области $r_1 \leq H$ время задержки должно учитывать скорость фронта ударной волны до момента ее отражения от свободной поверхности. Окончательно в безразмерном виде давление определится выражением

$$(1.5) \quad p = A(r_1) r_1^{-\alpha(r_1)} \begin{cases} e^{-\beta} & (\beta \leq 1) \\ 0,368\beta^{-1} & (\beta > 1) \end{cases} - A(r) r^{-\alpha(r)},$$

где

$$(1.6) \quad \beta = \frac{\int_{r_1}^H U^{-1} dx + D(r-H)/c_0}{5,88 \cdot 10^{-6} D m r_1^{0,22}}, \quad r_1 \leq H;$$

$$\beta = \frac{r - r_1}{5,88 \cdot 10^{-6} c_0 m r_1^{0,22}}, \quad r_1 > H;$$

$m = \left(\frac{4}{3} \pi \rho_{bb}\right)^{0,26}$; c_0 — скорость звука в невозмущенной жидкости; D — скорость детонации ВВ; U — скорость фронта ударной волны относительно D , все линейные величины отнесены к a_0 , индекс 1 присвоен координате точки в системе, связанной с реальным зарядом. В формуле (1.6) использованы выражения для

$$\theta_1^0(r) = 97,6 G^{1/3} (G^{1/3} r^{-1})^{-0,22},$$

$$G^{1/3} = 0,1 a_0^3 \sqrt{\frac{4}{3} \pi \rho_{bb}},$$

где $\theta_1^0(r)$ — постоянная спада за фронтом ударной волны, мкс; G — вес заряда, кг; r — в м; ρ_{bb} — плотность ВВ, г/см³; a_0 — в см. Константы A и α определяются, например, из следующих данных [6, 12]:

$$\begin{array}{cccccc} r=1 \div 1,13; & 1,13 \div 2,31; & 2,31 \div 4,0; & 4,0 \div 12; & > & 12; \\ A, \text{ атм} = & 1,82 \cdot 10^5; & 1,325 \cdot 10^5; & 9 \cdot 10^4; & 3,7 \cdot 10^4; & 1,47 \cdot 10^4; \\ \alpha = & 5,4; & 2,6; & 2,13; & 1,5; & 1,13. \end{array}$$

Согласно проведенным оценкам, для расширения кавитационного пузырька до видимых размеров за промежуток времени T необходимо, чтобы амплитуда отрицательной волны была не ниже определяемой по зависимости (1.3). Назовем эту величину давления критической π_* и оценим по ней верхнюю границу кавитационной зоны. Вблизи свободной поверхности имеем $\pi_* \simeq -A(r) r^{-\alpha(r)} \beta$ и после несложных преобразований для координат границы получим выражение

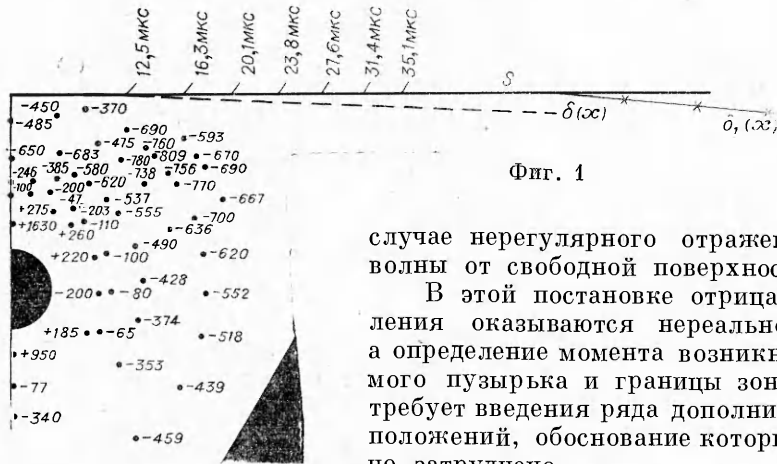
$$(1.7) \quad y \simeq \frac{1,78 \pi_* (x^2 + H^2)^{0,61 + \alpha/2}}{m c_0 H A},$$

где все линейные величины выражены относительно a_0 , $A = A(\sqrt{x^2 + H^2})$. Для случая $a_0 = 0,53$ см, $\rho_{bb} = 1,6$ г/см³, $H = 3$ см, $R_0 = 10^{-6}$ см критическое давление $\pi_* = 100$, а x и y имеют следующие значения:

$$y_{\text{мм}} = 0,3; 0,5; 0,8; 1,3; 1,9; 2,6; 3,5;$$

$$x_{\text{мм}} = 16,9; 28,2; 39,5; 50,8; 62; 73,3; 84,6.$$

На фиг. 1 представлена рассчитанная по (1.5) область давлений вокруг взрывной полости при указанных выше условиях и отмечено положение фронта волны разрежения (ФВР) в различные моменты времени; $\delta(x)$ (штрих) — верхняя граница зоны кавитации по (1.7); $\delta_1(x)$ (крестики) — верхняя граница зоны кавитации, полученная в результате аппроксимации известных решений для траектории «тройной» точки в



Фиг. 1

случае нерегулярного отражения ударной волны от свободной поверхности S .

В этой постановке отрицательные давления оказываются нереально большими, а определение момента возникновения видимого пузырька и границы зоны кавитации требует введения ряда дополнительных предположений, обоснование которых значительно затруднено.

2. Двухфазная модель развития зоны кавитации. Рассмотрим задачу об образовании зоны кавитации в рамках модели двухфазной среды, представляющей из себя жидкость, содержащую кавитационные зародыши, сохранив тот же принцип наложения поля давления от мнимого заряда. Однако, если для однофазной среды $p(t)$ известно [6, 12], то в случае двухфазной среды давление будет зависеть от объемной концентрации $k(t)$ свободного газа в жидкости и связь $p(k(t))$ предстоит найти. Движение двухфазной среды описывается системой уравнений гидродинамики, особенностью которой является сложная форма записи уравнения состояния среды, включающая нелинейное уравнение 2-го порядка для пульсирующего кавитационного пузырька [11, 13–15].

Запишем систему в линеаризованном виде

$$(2.1) \quad \rho_t + u_x + v_y = 0, \quad u_t + p_x/3 = 0, \quad v_t + p_y/3 = 0, \\ \rho = (1 + k_0 k)^{-1}, \quad k_{tt} = -k^{1/3}(p - k^{-\nu}),$$

где ρ , u , v , p — осредненные плотность, компоненты скорости и давление в среде; R_0 — начальный радиус кавитационного пузырька; k — объемная концентрация газа в среде; $u = \sqrt{\rho_0/3p_0} u'$;

$$v = \sqrt{\rho_0/3p_0} v'; \quad t = \sqrt{3p_0/\rho_0 R_0^5} t'; \quad x = x'/R_0; \\ y = y'/R_0; \quad k = k'/k_0; \quad p = p'/p_0; \quad \rho = \rho'/\rho_0; \\ k' = (R')^3.$$

Штрихи присвоены размерным величинам. При этом предполагаем:

1) характерный размер среднего движения L , среднее расстояние между пузырьками l и радиус пузырьков R удовлетворяют неравенствам $L \gg l \gg R$;

2) несферичностью пузырьков, массой газа в них и их движением относительно жидкости можно пренебречь;

3) пузырьки одного размера и размещены в жидкости равномерно;

4) жидкая компонента среды несжимаема.

Из (2.1) можно получить

$$(2.2) \quad p_{xx} + p_{yy} + 3k_0 k_{tt} = 0; \\ k_{tt} = -k^{1/3}(p - k^{-\nu}).$$

Введем новые переменные $x_0 = \sqrt{3k_0 k^{1/3}} x$, $y_0 = \sqrt{3k_0 k^{1/3}} y$ и новую искомую функцию $\zeta = p - k^{-\nu}$. С учетом дополнительных предположений о малости членов типа $\gamma k^{-\nu-1} k_{xxx}$ и $x k_x / 6$ по сравнению соответственно с ζ_{xx} и k из (2.2) имеем (2.3) $\Delta \zeta = \zeta$.

Оценка сверху погрешности, вносимой дополнительными предположениями, может быть проведена на основании выражения (1.3) для одиночного пузырька.

В случае взрыва сферического заряда вблизи свободной поверхности задачу можно рассматривать в осесимметричной постановке, тогда в полярных координатах r_0, θ (2.3) имеет вид

$$(2.4) \quad r_0^{-2} \frac{\partial}{\partial r_0} r_0^2 \frac{\partial \zeta}{\partial r_0} + r_0^{-2} \sin^{-1} \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial \zeta}{\partial \theta} = \zeta.$$

Решение ищется в виде $\zeta = R^0 \Theta$. Для R^0 и Θ из (2.4) получим следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dr_0} \left(r_0^2 \frac{dR^0}{dr_0} \right) - [r_0^2 + \nu(\nu+1)] R^0 &= 0; \\ \sin^{-1} \theta \frac{d}{d\theta} \sin \theta \frac{d\Theta}{d\theta} + \nu(\nu+1) \Theta &= 0, \end{aligned}$$

где через $\nu(\nu+1)$ обозначена константа разделения переменных. Решением этих уравнений являются сферические функции Лежандра

$$\Theta = A P_\nu(\cos \theta) + B Q_\nu(\cos \theta)$$

и модифицированные функции Бесселя

$$R^0 = r_0^{-1/2} (C I_{\nu+1/2}(r_0) + D K_{\nu+1/2}(r_0)).$$

В силу ограниченности решения в рассматриваемой области, определяемой интервалами изменения $0 \leq \theta \leq \pi$ и $r_0 > 0$, коэффициенты B и C необходимо положить равными нулю ($I(r_0) \rightarrow \infty$ при $r_0 \rightarrow \infty$, $Q(\cos \theta) \rightarrow \infty$ при $\cos \theta \rightarrow 1$). Окончательно решение (2.4) при $\nu = n$ ($n = 0, 1, 2, \dots$) запишем в виде

$$(2.5) \quad \zeta = r^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} A_n K_{n+1/2}(r) P_n(\cos \theta).$$

Здесь и в дальнейшем индекс нуль у r опущен.

С учетом вышесказанного задача о развитии кавитационной области формулируется следующим образом.

Пусть в безграничной жидкости, содержащей кавитационные зародыши радиуса R_0 с объемной концентрацией газа k_0 , имеются две полости радиуса a_0 с продуктами детонации, расположенные в точках O и O_1 на расстоянии h друг от друга. Обе полости могут расширяться по адиабатическому закону, начальное давление в них известно и равно $p(0)$, значение $a(t)$ и показатель адиабаты продуктов детонации γ_1 также известны. Полагаем в точке O $p(0) = p_{\text{Im}} = p_\alpha^0 < 0$, в точке O_1 $p(0) = p_{\text{Re}} = p_{\alpha 1}^0 > 0$ и сдвигаем по фазе множителем $\sigma_0 \left(t - \frac{r - r_1}{c_0} \right)$ время наложения поля давления от взрыва мнимого заряда, моделируя таким образом задержку прихода волны разрежения в данную точку. В таком случае давление в любой точке среды определится суперпозицией решений типа (2.5)

$$\zeta = r^{-1/2} \sigma_0 \sum_{n=0}^{\infty} A_n K_{n+1/2}(r) P_n(\cos \theta) + r_1^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} B_n K_{n+1/2}(r_1) P_n(\cos \theta_1),$$

где

$\sigma_0 = \begin{cases} 0 & t < (r - r_1)/c_0, \\ 1 & t \geq (r - r_1)/c_0; \end{cases}$ r и r_1 — координаты рассматриваемой точки в системах с центром в O и O_1 соответственно; c_0 — безразмерная скорость звука в невозмущенной жидкости; коэффициенты A_n и B_n найдутся из условий на границах полостей с продуктами детонации

$$\zeta = p_\alpha(t) < 0, r = \alpha a(t),$$

$$\zeta = p_{\alpha_1}(t) > 0, r_1 = \alpha a_1(t).$$

Здесь $\alpha = \sqrt{3k_0 k^{1/3} a_0 / R_0}$ а p_α и p_{α_1} — известные в любой момент времени величины давлений. Опуская громоздкие выражения для коэффициентов A_n и B_n и полагая $\alpha a_1 \ll h$, получим окончательно, что

$$\zeta \simeq \frac{a}{r} p_\alpha \sigma_0 e^{-\alpha(r-a)} + \frac{a_1}{r_1} p_{\alpha_1} e^{-\alpha(r_1-a_1)}.$$

Здесь и далее все линейные величины выражены относительно a_0 : $r = r'/a_0$, $r_1 = r_1'/a_0$, $a = a'/a_0$. Это выражение в первом приближении определяет искомую связь $p(k)$.

Таким образом, задача о развитии кавитации вблизи свободной поверхности сводится к решению системы уравнений относительно p и k

$$(2.6) \quad (p - k^{-\gamma})/p_{\alpha_1}^0 = \frac{a_1^{-3\gamma_1+1}}{r_1} e^{-\sqrt{3k_0 k^{1/3} \frac{a_0}{R_0}} (r_1 - a_1)} - \\ - \frac{a^{-3\gamma_1+1} \sigma_0}{\sqrt{r_1^2 + h^2 - 2hr_1 \cos \theta_1}} e^{-\sqrt{3k_0 k^{1/3} \frac{a_0}{R_0}} (\sqrt{r_1^2 + h^2 - 2hr_1 \cos \theta_1} - a)}; \\ \frac{d^2 k}{dt^2} = -k^{1/3} (p - k^{-\gamma}) + \left(\frac{dk}{dt}\right)^2 / 6k,$$

при

$$t=0 \quad k=1, \quad \dot{k}=0, \quad a=1,$$

a_1 определяется эмпирическими зависимостями для малых зарядов ВВ

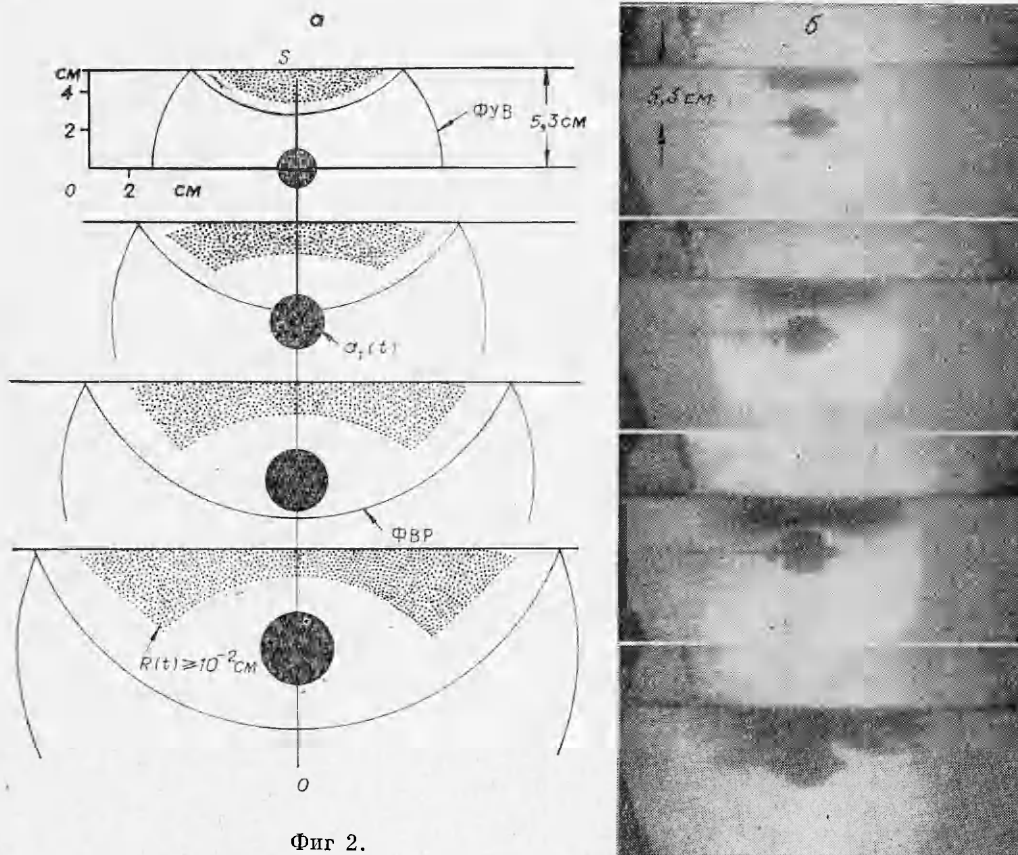
$$a_1 \simeq 1 + 0,022 \cdot 10^6 \tau / a_0, \quad \tau < 10^{-4} \text{ с},$$

$$a_1 \simeq 158,5 (\tau / a_0)^{0,4}, \quad \tau \geq 10^{-4} \text{ с},$$

где $\tau = t + (r - r_1)/c_0$ (последнее выражение для a_1 взято из [16]).

Как показал расчет, кавитационные зародыши достигают видимых размеров ($10^{-2} - 10^{-1}$ см) за короткий промежуток времени, поэтому $a(t)$ во многих случаях можно положить равным 1. Ранее отмечалось, что в [8] содержится обобщенная на основе многочисленных экспериментов информация о состоянии свободного газа в жидкостях, которая может быть использована для выбора надлежащих k_0 и R_0 . Например, для отстоявшейся воды $k_0 = 10^{-12} - 10^{-10}$ и $R_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ см, для относительно свежей — $k_0 = 10^{-9} - 10^{-8}$ и $R_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ см.

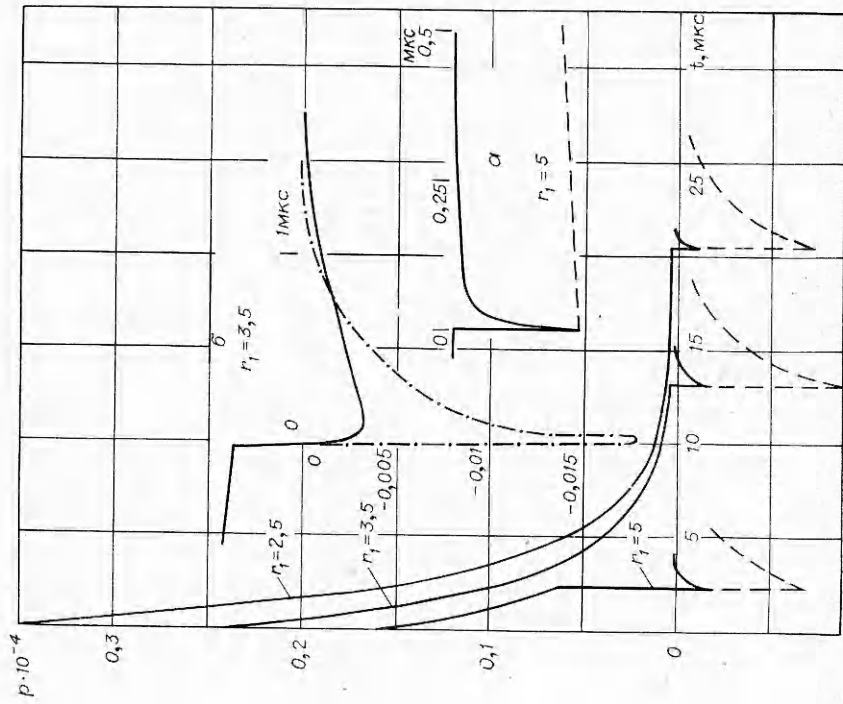
Для различных R_0 , k_0 , a_0 и h проведены расчеты развития зоны кавитации. На фиг. 2, а представлены результаты расчета видимой зоны кавитации (затемненная область) для $t = 16, 32, 48$ и 64 мкс при $h'/2 = 5,3$ см, $k_0 = 10^{-11}$, $R_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ см, $a_0 = 0,53$ см (1 г ВВ), $p(0) = 4 \cdot 10^4$ атм, $\gamma_1 = 3$. Размеры кавитационных зародышей в ней к указанным моментам времени достигли величины $\geq 10^{-2}$ см. На фиг. 2, б для сравнения показаны кадры высокоскоростной фотографии развития зоны кавитации при взрыве однограммового заряда на глубине 5,3 см для тех же моментов времени, что и на фиг. 2, а. При решении системы (2.6) динамика пузырьков в силу чрез-



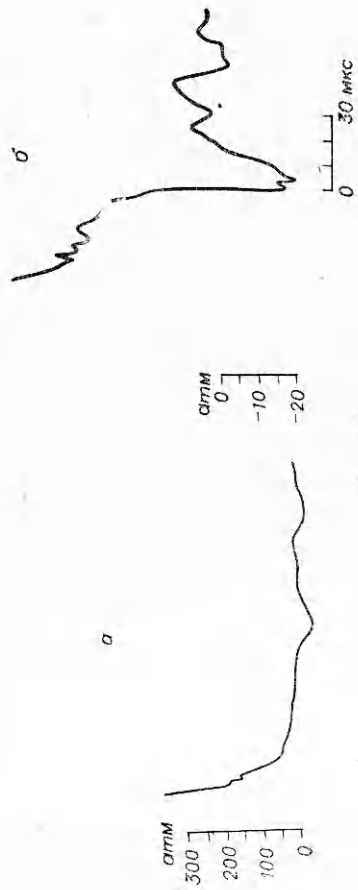
Фиг 2.

вычайной малости k_0 и R_0 учитывалась только в фазе отрицательного давления.

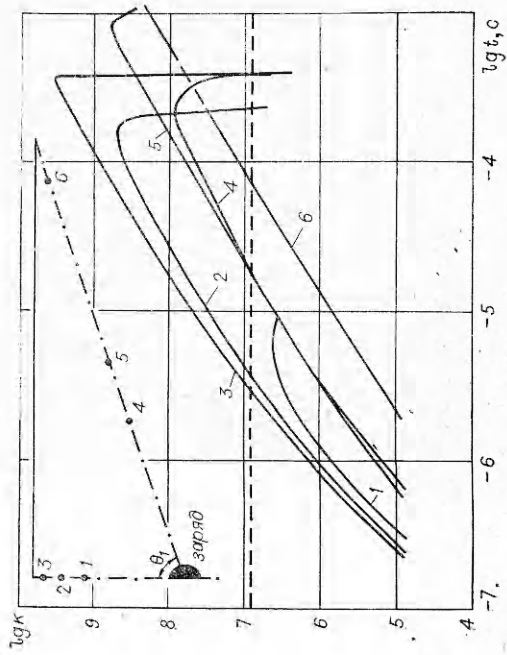
Система (2.6) также позволяет определить профиль волны разрежения в зоне кавитации. Как показал расчет, $p(k(t))$ существенно зависит от времени нарастания фронта волны разрежения, которое регулируется множителем σ_0 в первом уравнении (2.6). Значение σ_0 может быть принято за единицу в момент $t = 0$ (случай мгновенного приложения максимального отрицательного давления) или представлено в виде временной функции, определяющей закон нарастания давления во фронте волны разрежения — «завал» фронта. Последний определяется или экспериментально, или, например, численно на основании данных работ [2,6] по разнице времен прихода в рассматриваемую точку характеристик волны разрежения с нулевой и максимальной амплитудами. На фиг. 3 представлены рассчитанные по (2.6) при $k_0 = 10^{-11}$, $R_0 = 5 \cdot 10^{-5}$ см, $h'/2 = 3$ см, $p(0) = 4 \cdot 10$ атм профили $p(t)$ для трех относительных расстояний от центра заряда на оси симметрии. Штрихом показаны профили волны разрежения в случае однофазной жидкости, сплошной линией — рассчитанные по двухфазной модели для времени нарастания фронта волны разрежения 0,1 мкс. В центре фиг. 3 для двух случаев показаны профили волны разрежения при различных «завалах» его фронта: фиг. 3, а — $r_1 = 5$, отрицательное давление приложено мгновенно, штрих — профиль в однофазной жидкости, сплошная линия — в двухфазной; видно, что в зоне кавитации большие отрицатель-



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

ные давления сохраняются порядка 0,05—0,1 мкс (расчет совпадает с известными экспериментальными данными); фиг. 3, б — $r_1=3,5$; «завал» фронта 0,1 мкс — штрихпунктир (соответствует сплошной линии на основном чертеже для того же r_1), максимальная амплитуда уменьшилась более чем в 5 раз по сравнению с однофазной жидкостью; «завал» фронта 1 мкс — сплошная линия, здесь максимальная амплитуда уже в 30 раз меньше, чем в однофазной жидкости.

На фиг. 3, а отрицательное давление практически полностью снимается за время $\sim 0,1$ мкс, а кавитационный пузырек при этом не достигает даже своего видимого размера; на фиг. 3, б давление исчезает, когда пузырек расширился примерно до половины своего максимального радиуса.

Для качественного сравнения на фиг. 4 представлены осциллограммы давления, снятые на расстоянии 14 см от однограммового заряда в «глубокой» воде (фиг. 4, а) и на расстоянии 4,5 см под свободной поверхностью над зарядом (фиг. 4, б). Амплитуда максимального давления в ударной волне (фиг. 4, а) около 380 атм, масштаб усиления для измерения давления в волне разрежения (фиг. 4, б) увеличен в 10 раз; экспериментальное значение максимальной амплитуды волны разрежения составляет 20 атм, а рассчитанное по схеме мнимого источника для однофазной жидкости — 217 атм.

На фиг. 5 показаны зависимости $k(t)$ при $a_0=0,53$ см, $h'/2=5,3$ см, $k_0=10^{-11}$, $R_0=5 \cdot 10^{-5}$ см, $p(0)=4 \cdot 10^4$ атм для точек 1—3 на оси симметрии и точек 4—6 на луче под углом $\theta_1=70^\circ$ относительно оси: для всех построенных кривых момент $t=0$ соответствует моменту прихода фронта волны разрежения в данную точку. На фиг. 5 для наглядности показаны положение заряда и точек 1—6 относительно свободной поверхности. Значение концентрации газа, соответствующее видимому размеру кавитационного пузырька, отмечено штриховой линией. Интервал времени между двумя моментами пересечения штриховой линии кривой $k(t)$ определяет «время жизни» видимого пузырька в данной точке: примерно к 400 мкс видимая кавитация исчезает на оси и в в точке 4 на луче.

Заметим, что в фиксированный момент времени концентрация газа по сечению кавитационной зоны может меняться на порядок и более, что соответствует различной интенсивности затемнения зоны.

Приведенные результаты расчета дают основание считать, что предлагаемая двухфазная модель развития зоны кавитации удовлетворительно описывает процесс развития зоны и дает возможность построить профиль волны разрежения, близкий к реальному.

Поступила 28 IV 1975

ЛИТЕРАТУРА

1. Христофоров Б. Д. Взаимодействие ударной волны в воде со свободной поверхностью.—ПМТФ, 1961, № 1.
2. Гриб А. А., Рябинин А. Г., Христианович С. А. Об отражении плоской ударной волны в воде от свободной поверхности.—ПММ, 1956, т. 20, вып. 4.
3. Заславский Б. И. О нелинейном взаимодействии сферической ударной волны, возникшей в результате взрыва заглубленного заряда со свободной поверхностью.—ПМТФ, 1964, № 4.
4. Dubesset M., Laverge M. Calcul de la cavitation due aux explosions sous-marines à faible profondeur.—«Acustica», 1968, vol. 20, N 5.
5. Wentzell R. A., Scott H. D., Chapman R. P. Cavitation due to shock pulses reflected from the sea surface.—«Acoust. Soc. of Amer.», 1969, vol. 46, N 3 (pt. 2).
6. Замышляев Б. В., Яковлев Ю. С. Динамические нагрузки при подводном взрыве. Л., «Судостроение», 1967.

7. Briggs L. I. Limiting negative pressure of water.—*J. of Appl. Phys.*, 1950, vol. 21, N 7.
8. Гаврилов Л. Р. Содержание свободного газа в жидкостях и методы его измерения.— В кн.: Физика и техника мощного ультразвука, физические основы ультразвуковой технологии. Ч. IV, 1970.
9. Се Дин-ю. Рост пузырька в вязкой жидкости, вызванный кратковременным импульсом.—«Теоретические основы инженерных расчетов», 1970, № 4.
10. Перссон Б. О границах пороговой величины падения давления, вызывающего рост пузырей.—«Теоретические основы инженерных расчетов», 1973, № 1.
11. Кедринский В. К. Распространение возмущений в жидкости, содержащей пузырьки газа.— ПМТФ, 1968, № 4.
12. Nantel L. W., Davis W. S. Spherical explosions in water.— In: Fifth Symposium on Detonation. Pasadena, California, August 18—21, 1970.
13. Иорданский С. В. Об уравнениях движения жидкости, содержащей пузырьки газа.— ПМТФ, 1960, № 3.
14. Когарко Б. С. Об одной модели кавитирующей жидкости.—«Докл. АН СССР», 1961, т. 137, № 6.
15. L. van Wijngaarden. On the equation of motion for mixtures of gasbubbles in liquid.—*J. of Fluid Mech.*, 1968, vol. 33, N 3. p. 465.
16. Христофоров Б. Д. Параметры ударной волны и газового пузыря при подводном взрыве зарядов из ТЭНа малого веса.— ПМТФ, 1960, № 2.

УДК 532.5.517

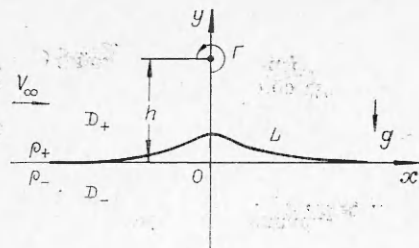
ДВИЖЕНИЕ ВИХРЯ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ДВУХ ТЯЖЕЛЫХ ЖИДКОСТЕЙ

В. В. Головченко
(Новосибирск)

Задача о движении вихря под поверхностью тяжелой жидкости рассмотрена как в линейной [1, 2], так и в нелинейной постановке [3—5]. При этом пренебрегается плотностью верхней среды, что позволяет условие непрерывности давления при переходе через линию раздела сред заменить условием постоянства давления на границе тяжелой жидкости. В данной работе задача решается в общей нелинейной постановке с учетом взаимного влияния движения сред, а вихрь может находиться как в верхней, так и в нижней среде.

Рассмотрено установившееся движение вихря заданной интенсивности вблизи линии раздела двух тяжелых жидкостей в рамках модели идеальной и несжимаемой среды. Получены приближенные выражения для линии раздела.

В плоскости комплексного переменного $z=x+iy$ рассмотрим установившееся движение среды, состоящей из двух идеальных несжимаемых жидкостей с плотностями ρ_+ и ρ_- , в поле силы тяжести с потенциалом gy .



Фиг. 1

Пусть среда в бесконечно удаленной точке движется вдоль оси x со скоростью v_∞ , а в точке $z=ih$ расположен вихрь с интенсивностью Γ (фиг. 1).

Обозначим через D_+ , D_- области течения жидкостей с плотностями ρ_+ , ρ_- соответственно, а комплексные скорости жидкости в этих областях — u_+ , u_- . Предположим, что жидкость с меньшей плотностью ($\rho_+ < \rho_-$) рас-