

пении площади выходного канала, $b/a < 1.5$, скорость v_2 также уменьшается уже за счет уменьшения величины эжектируемого расхода. Уменьшение скорости v_2 приводит к увеличению давления в окрестностях носика разделителя и уменьшению значений критического числа кавитации K^* .

Поступила 5 V 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Mitchell A. E., Glaettli H. H., Mueller H. R. Fluid logic devices and circuits. Fluid Power Internat., 1963, vol. 28, No 326.
2. Comparin R. A., Glaettli H. H., Mitchell A. E., Muller H. R. On the limitations and special phenomena in fluid jet amplifiers. Simpos. Fluid jet control devices, Wentermeeting, N. Y., 1962.
3. Шальнев К. К., Чернявский Б. А., Демидов Ю. С. О механизме прилипания плоской струи к стенке струйного усилителя — эффект Коанда. Докл. АН СССР, 1967, т. 175, № 1.
4. Kobayashi R. Effect of cavitation on the discharge coefficient of standart flow nozzles. Trans. ASME, Ser. D. J. Basic Engng, 1967, vol. 89, No 3.
5. Милович А. Я. Основы гидромеханики. М.—Л., Госэнергоиздат, 1946.
6. Bourgue C., Newman B. G. Reattachment of a two-dimensional incompressible jet to an adjacent flat plate. Aeronaut. Quarterly, 1960, vol. 11, No 3.

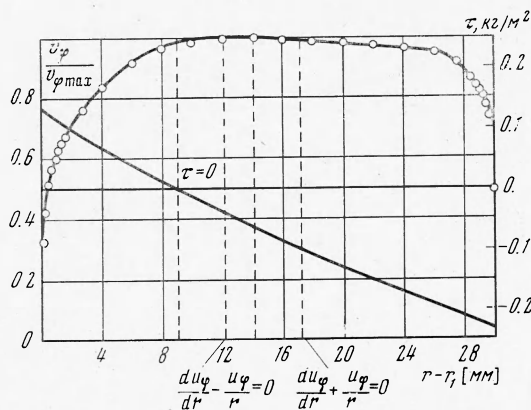
БАЛАНС ЭНЕРГИИ ТУРБУЛЕНТНОГО ДВИЖЕНИЯ В ПЛОСКОМ КРИВОЛИНЕЙНОМ КАНАЛЕ

Д. А. Нусупбекова, Б. П. Устименко

(Алма-Ата)

Определяются составляющие уравнения энергии среднего и пульсационного движения в плоском криволинейном канале. Обсуждаются особенности турбулентности в криволинейных каналах по сравнению с прямолинейными течениями.

Рассмотрим турбулентное течение несжимаемой жидкости в плоском криволинейном канале. Как показано в работе [1], на достаточном удалении от входа (при $\varphi > 120^\circ$) в криволинейном канале устанавливается профиль (фиг. 1) безразмерной скорости $v_\varphi/v_{\varphi\max}$, который уже не изменяется при дальнейшем перемещении вдоль него. На этой же фигуре изображено распределение касательного напряжения трения в поперечном сечении канала (на фиг. 1, 3, в подписях $u = v$).



Фиг. 1

Для такого течения выполняются следующие соотношения:

$$\begin{aligned} v_x &= v_x', & v_r &= v_r' \\ v_\varphi &= \langle v_\varphi \rangle + v_\varphi', & p &= \langle p \rangle + p' \\ \langle v_x \rangle &= \langle v_r \rangle = 0, & \langle v_\varphi \rangle &= \langle v_\varphi \rangle(r) \\ p &= \langle p \rangle(r, \varphi) \end{aligned}$$

Производные по координатам x и φ от осредненных величин (за исключением $dp/d\varphi \neq 0$) равны нулю. Здесь и в дальнейшем $\langle v_x \rangle$, $\langle v_r \rangle$, $\langle v_\varphi \rangle$, $\langle p \rangle$ осредненные (по Рейнольдсу), v_x' , v_r' , v_φ' и p' — пульсационные значения аксиальной, радиальной и тангенциальной компонент скорости и статического давления.

Запишем необходимые для дальнейшего обсуждения уравнения: баланс энергии среднего движения

$$\begin{aligned} \left\{ \frac{\partial}{\partial t} \frac{E}{v_{*1}^2} \right\}_1 + \left\{ \frac{\langle v_\varphi \rangle}{v_{*1}} \frac{1}{R} \frac{\partial \Delta \langle p \rangle}{\partial \varphi} \right\}_2 - \left\{ \frac{1}{N_{Re}} \frac{\langle v_\varphi \rangle}{v_{*1}} \left[\frac{d}{dR} \left(\frac{d \langle v_\varphi \rangle}{dR} \frac{1}{v_{*1}} + \frac{1}{R} \frac{\langle v_\varphi \rangle}{v_{*1}} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2}{R} \left(\frac{d \langle v_\varphi \rangle}{dR} \frac{1}{v_{*1}} - \frac{1}{R} \frac{\langle v_\varphi \rangle}{v_{*1}} \right) \right] \right\}_3 + \left\{ \frac{1}{R} \frac{d}{dR} \left(R \frac{\langle v_\varphi \rangle}{v_{*1}} \frac{\langle v_r' v_\varphi' \rangle}{v_{*1}^2} \right) \right\}_4 - \\ - \left\{ \frac{\langle v_r' v_\varphi' \rangle}{v_{*1}^2} \left(\frac{d \langle v_\varphi \rangle}{dR} \frac{1}{v_{*1}} - \frac{\langle v_\varphi \rangle}{v_{*1}} \frac{1}{R} \right) \right\}_5 = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

пульсационной энергии в направлении x, r, φ

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial T} \frac{\langle v_x'^2 \rangle}{v_{*1}^2} - \frac{p'}{\rho v_{*1}^2} \frac{\partial}{\partial X} \frac{v_x'}{v_{*1}} + \frac{1}{N_{Re}} \left[\left\langle \left(\frac{\partial}{\partial X} \frac{v_x'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle - \left\langle \left(\frac{\partial}{\partial R} \frac{v_x'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{v_x'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle \right] = 0 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial T} \frac{v_r'^2}{v_{*1}^2} - 2 \frac{\langle v_r' v_\varphi' \rangle}{v_{*1}^2} \frac{1}{R} \frac{\langle v_\varphi \rangle}{v_{*1}} - \left\langle \frac{p}{\rho v_{*1}^2} \frac{\partial}{\partial R} \frac{v_r'}{v_{*1}} \right\rangle + \\ & + \frac{1}{N_{Re}} \left[\left\langle \left(\frac{\partial}{\partial X} \frac{v_r'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{\partial}{\partial R} \frac{v_r'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{v_r'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle \right] = 0 \quad (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left\langle \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial T} \frac{v_\varphi'^2}{v_{*1}^2} \right\rangle + \left\langle \frac{v_r' v_\varphi'}{v_{*1}^2} \right\rangle \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(\langle R \rangle \frac{\langle v_\varphi \rangle}{v_{*1}} \right) - \left\langle \frac{p'}{\rho v_{*1}^2} \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{v_\varphi'}{v_{*1}} \right\rangle + \\ & + \frac{1}{N_{Re}} \left[\left\langle \left(\frac{\partial}{\partial X} \frac{v_\varphi'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{\partial}{\partial R} \frac{v_\varphi'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{v_\varphi'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle \right] = 0 \quad (4) \end{aligned}$$

баланса полной кинетической энергии турбулентности

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\partial}{\partial T} \frac{E}{v_{*1}^2} \right\}_1 + \left\{ \left\langle \frac{v_r' v_\varphi'}{v_{*1}} \right\rangle \left(\frac{d \langle v_\varphi \rangle}{dR} \frac{1}{v_{*1}} - \frac{1}{R} \frac{\langle v_\varphi \rangle}{v_{*1}} \right) \right\}_2 + \left\{ \frac{1}{N_{Re}} \left[\left\langle \left(\frac{\partial}{\partial X} \frac{v_\varphi'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle + \right. \right. \\ & + \left\langle \left(\frac{\partial}{\partial R} \frac{v_x'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{v_x'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{\partial}{\partial X} \frac{v_r'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{\partial}{\partial R} \frac{v_r'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle + \\ & + \left. \left. \left\langle \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{v_r'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{\partial}{\partial X} \frac{v_\varphi'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{\partial}{\partial R} \frac{v_\varphi'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left(\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial \varphi} \frac{v_\varphi'}{v_{*1}} \right)^2 \right\rangle \right] \right\}_3 = 0 \end{aligned}$$

$$X = \frac{x}{r_2 - r_1}, \quad R = \frac{r}{r_2 - r_1}, \quad T = \frac{t v_{*1}}{r_2 - r_1} \quad (5)$$

Здесь $\bar{E} = 0.5 (\langle v_x^2 \rangle + \langle v_r^2 \rangle + \langle v_\varphi^2 \rangle)$, $E = 0.5 (\langle v_x'^2 \rangle + \langle v_r'^2 \rangle + \langle v_\varphi'^2 \rangle)$ — кинетическая энергия среднего и пульсационного движения, X, R, T — безразмерные координаты, $v_{*1} = \sqrt{\tau_1/\rho}$ — динамическая скорость, τ_1 — напряжение трения на выпуклой стенке канала, N_{Re} — критерий Рейнольдса.

Нетрудно видеть, что уравнения (2) — (5) для пульсационного движения полностью совпадают с аналогичными уравнениями для кругового течения между соосными вращающимися цилиндрами [2], а уравнение баланса энергии среднего движения (1) отличается лишь наличием дополнительного слагаемого, связанного с работой сил давления (1).

В уравнениях (2) — (5) опущены из-за малости члены, описывающие конвективный перенос энергии турбулентности средним движением, а также вязкую и турбулентную диффузию. Два последних члена, как показано в работе [3], могут играть заметную роль лишь в ламинарном и переходном пристеночном слое.

Первый член $\{\cdot\}_1$ уравнения (1) имеет физический смысл локального изменения кинетической энергии среднего движения, $\{\cdot\}_2$ — работы сил давления, члены $\{\cdot\}_3$ и $\{\cdot\}_4$ связаны с работой вязких и турбулентных напряжений сдвига, а $\{\cdot\}_5$ описывает взаимные превращения энергии среднего и пульсационного движений.

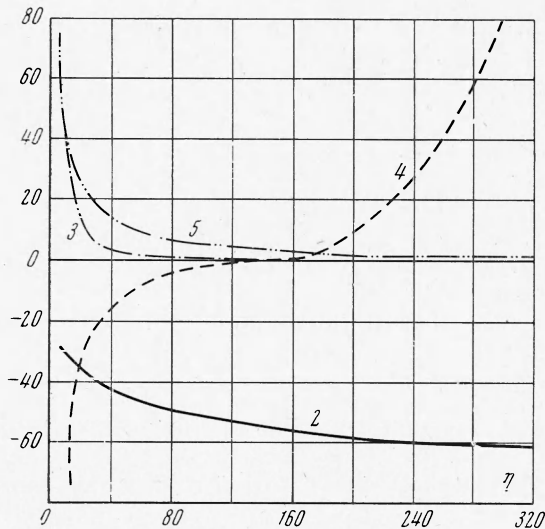
Аналогичный смысл имеет и второе слагаемое $\{\cdot\}_2$ в уравнении (5), куда оно входит, однако, с противоположным, чем в уравнении (1), знаком (см. слагаемые $\{\cdot\}_5$ в уравнении (1)). Первый член здесь означает локальное изменение энергии турбулентности, а последний $\{\cdot\}_3$ — вязкую диссипацию пульсационной энергии.

Все члены, входящие в уравнения баланса энергии (1) — (5) можно вычислить, используя экспериментальное распределение скорости, давления и касательного напряжения трения [4] в сечениях плоского криволинейного канала, представленные на фиг. 1.

Результаты таких вычислений для установившегося течения в областях у выпуклой и вогнутой стенок канала и в центральной зоне показаны на фиг. 2, 3 и 4.

Градиент давления вдоль оси криволинейного канала вызывает напорное круговое течение жидкости. Вследствие работы сил давления происходит приращение кинетической энергии среднего движения во всей области течения (кривые 2 на фиг. 2, 3 и 4). В центральной зоне средний поток теряет свою кинетическую энергию под воздействием

турбулентных напряжений сдвига (кривая 4 на фиг. 4). Некоторая доля кинетической энергии среднего движения преобразуется здесь в энергию турбулентности (кривая 5).



Фиг. 2

лентности, генерируемая средним давлением, диссипируется и в конечном счете переходит в тепло. При этом генерация пульсационной энергии и ее диссипация практически уравниваются в большей части сечения канала.

Рассмотрение уравнений баланса пульсационной энергии в различных направлениях движения позволяет выявить некоторые особенности турбулентности в криволинейных каналах по сравнению с прямолинейными течениями.

Прежде всего в отличие от течения в прямолинейном канале генерация турбулентности осуществляется не только в направлении основного движения $\langle v_\varphi'^2 \rangle$, но и в радиальном направлении $\langle v_r'^2 \rangle$.

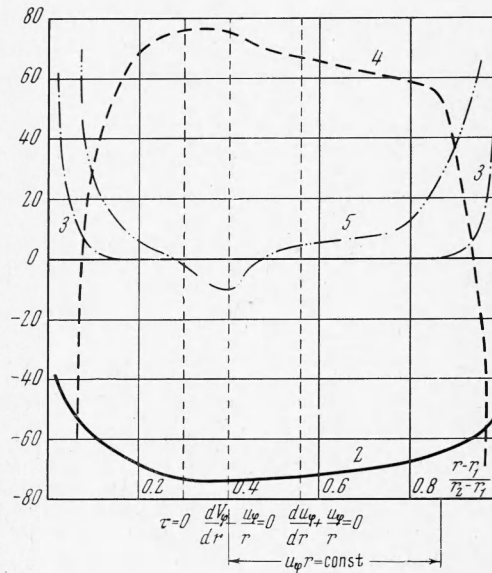
Криволинейность течения сказывается различным образом на генерации пульсационной энергии в радиальном направлении в областях у выпуклой и у вогнутой стенок [2]. Вблизи у выпуклой стенки (область устойчивой стратификации течения) корреляция $\langle v_r' v_\varphi' \rangle$ имеет отрицательное значение, а второе слагаемое в уравнении (3) положительное. Последнее означает, что здесь происходит гашение турбулентности и величина $\langle v_r'^2 \rangle$ уменьшается. Обратная картина наблюдается вблизи вогнутой стенки (область неустойчивой стратификации течения), где корреляция $\langle v_r' v_\varphi' \rangle$ положительна. Здесь среднее движение генерирует турбулентность и величина $\langle v_r'^2 \rangle$ возрастает.

Убывание интенсивности турбулентного движения у выпуклой стенки и возрастание у вогнутой полностью согласуется с обнаруженной в экспериментах [1,4] интенсификацией процессов турбулентного переноса, а следовательно, гидродинамического сопротивления трения и теплоотдачи у вогнутой стенки и, соответственно, с уменьшением их у выпуклой.

Генерация турбулентности резко возрастает по направлению к стенкам криволинейного канала. Работа вязких напряжений сдвига в этой области течения пренебрежимо мала (кривая 3).

В пристеночных областях потока резко возрастают составляющие баланса энергии, связанные с действием вязких напряжений сдвига и с генерацией пульсационного движения (3 и 5 на фиг. 2 и 4). Потеря энергии из-за этих воздействий компенсируется ее приращением вследствие работы турбулентных напряжений сдвига 4. Величина этого члена 4 проходит вблизи стенок через нулевое значение и становится отрицательной, что соответствует приращению кинетической энергии среднего движения.

Таким образом, в пристеночной области криволинейного канала имеется поток кинетической энергии среднего движения, который преобразуется там в энергию турбулентности. Энергия турбу-



Фиг. 3

В отличие от течений в прямолинейных каналах, где всегда член, выражающий генерацию турбулентности в основном направлении движения (второе слагаемое в уравнении (4)) имеет отрицательное значение, что соответствует возрастанию интенсивности турбулентности, в криволинейном канале имеется область, в которой наблюдается гашение турбулентности $\langle v_r'^2 \rangle$ осредненным движением.

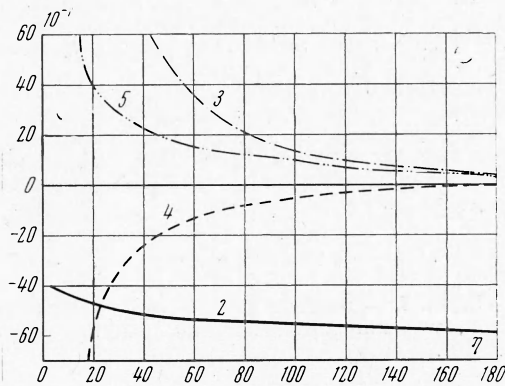
Действительно, вследствие несовпадения точек, для которых

$$\langle v_r' v_\varphi' \rangle = 0, \quad \frac{d \langle v_\varphi \rangle}{dr} + \frac{\langle v_\varphi \rangle}{r} = 0$$

Между ними существует зона (фиг. 1), в которой второй член в уравнении (4) принимает положительное значение, что и означает гашение интенсивности пульсаций $\langle v_r'^2 \rangle$ вследствие действия турбулентных напряжений сдвига.

Аналогичная картина наблюдается и для полной энергии турбулентности. В области течения между точками (фиг. 1), где

$$\langle v_r' v_\varphi' \rangle = 0, \quad \frac{d \langle v_\varphi \rangle}{dr} - \frac{\langle v_\varphi \rangle}{r} = 0$$



Фиг. 4

член 2 уравнения (5) принимает положительное значение, а член 5 уравнения (1) — отрицательное значение. Отсюда следует на первый взгляд неожиданный вывод, что в этой области происходит уменьшение энергии турбулентности и, соответственно, возрастание энергии среднего движения, т. е. трансформация энергии беспорядочного пульсационного движения в упорядоченное среднее движение. Наличие такой зоны течения наглядно показано на фиг. 3 (см. область между точками $(r - r_1)(r_2 - r_1) = (0.3 \text{ и } 0.5)$).

В некоторой степени похожие явления имеют место в ускоряющихся прямолинейных течениях [3]. В ускоряющемся в направлении течения потоке наблюдается тенденция к уменьшению интенсивности турбулентности, а в замедляющемся — к повышению.

Подобная же картина, как указывается в монографии [5], наблюдается и в атмосферной турбулентности в масштабах общей циркуляции атмосферы, где данные наблюдения невозможно объяснить без допущения о превращениях в некоторых областях атмосферы энергии нерегулярных возмущений в энергию осредненного течения.

Следует также отметить, что такие же особенности могут быть, по-видимому, обнаружены и в других турбулентных течениях, в которых местоположение нулевых значений корреляций $\langle v_i' v_j' \rangle$ и производной скорости $(d \langle v_i \rangle / dx_j)$ не совпадают между собой, например в пристеночных турбулентных струях [6].

Поступила 20 VII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Нусупбекова Д. А., Устименко Б. П. Экспериментальное исследование гидродинамики плоского криволинейного канала. В сб. «Проблемы теплоэнергетики и прикладной теплофизики», Алма-Ата, «Наука», 1965, вып. 2.
2. Устименко Б. П. О процессах турбулентного переноса во вращающихся течениях несжимаемой жидкости. Вестн. АН КазССР, 1968, № 9.
3. Хинце И. О. Турбулентность, М., Физматгиз, 1963.
4. Нусупбекова Д. А., Устименко Б. П. Исследование теплообмена при турбулентном течении жидкости в плоском криволинейном канале. Вестн. АН КазССР, 1966, № 1.
5. Моин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности, ч. 1. М., «Наука», 1965.
6. Schwarz W. H. and Cosart W. P. The twodimensional turbulent Wall-jet. J. Fluid Mech., 1961, vol. 10, pt 4.