Теплофизика и аэромеханика, 2008, том 15, № 2

УДК 536.248, 532.546

Конденсация на поверхности вертикальной трубы, помещенной в зернистый слой с различным контактным углом смачивания*

М.И. Шиляев[1], А.Р. Богомолов[2], П.Т. Петрик[3]

[1]*Томский государственный архитектурно-строительный университет*

[2]*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

[3]*Кузбасский государственный технический университет, Кемерово*

Представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований по теплообмену при конденсации неподвижного пара на вертикальной трубе, помещенной в зернистый слой с различным контактным углом смачивания. Получены теоретические зависимости оценки интенсивности теплообмена, учитывающие проскальзывание конденсата на поверхностях зерен, и показано их удовлетворительное согласование с экспериментальными данными авторов.

1. ТЕПЛООБМЕН ПРИ КОНДЕНСАЦИИ В ЩЕЛИ С ПРОСКАЛЬЗЫВАНИЕМ ПЛЕНКИ ЖИДКОСТИ НА БОКОВЫХ СТЕНКАХ

В ряде областей техники встречаются процессы конденсации пара, протекающие в сложных условиях, например, в узких щелях на охлаждаемой или нагреваемой поверхности. Задача по гидродинамике течения пленки конденсата и теплопередаче чистого насыщенного неподвижного пара в узкой щели при полном прилипании конденсата к боковым стенкам решена в [1]. Поставим задачу конденсации пара на охлаждаемой вертикальной поверхности с проскальзыванием сконденсированного пара (конденсата) на боковых нетеплопроводных ребрах (рис. 1).

Уравнение движения пленки конденсата

$$\frac{\partial^2 \upsilon_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 \upsilon_x}{\partial z^2}=-\frac{g}{\nu}. \qquad (1)$$

Уравнение теплообмена

$$\partial^2 T/\partial y^2=0.$$

Граничные условия:

– постоянства температуры и прилипания конденсата на торцевой стенке при $y = 0$ —

$$T = T_c,\ \ \upsilon_x(x,\ y,\ z)=0,$$

---

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 07-08-96027).

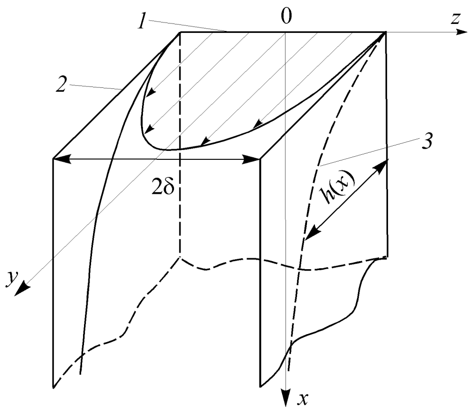

Рис. 1. Схема течения конденсата в вертикальной щели: *1* — охлаждаемая поверхность (торцевая стенка), *2* — ребро (боковая стенка), *3* — конденсат (поверхность пленки).

– равенства температуры конденсата температуре насыщения и отсутствия напряжения на поверхности пленки при $y = h(x)$ —

$$T = T_{\text{н}}, \quad \frac{\partial \upsilon_x(x,\ y,\ z)}{\partial y} = 0,$$

– проскальзывания конденсата на боковой стенке при $z = \pm\,\delta$ —

$$\frac{\partial \upsilon_x(x,\ y,\ z)}{\partial z} = \beta \upsilon_x(x,\ y,\ z), \qquad (2)$$

где β — коэффициент трения скольжения на боковых поверхностях [2]. На торцевой стенке обязательно должно быть полное прилипание, иначе пленочная конденсация не реализуется.

Будем полагать, что для ламинарного движения пленки параболический закон скорости выполняется и для течения с проскальзыванием

$$\upsilon_x = az^2 + bz + c.$$

Выполнение условия (2) дает $\left.\frac{\partial \upsilon_x}{\partial z}\right|_{z=\delta} = 2a\delta + b.$

При $z = 0$ скорость $\upsilon_x = \upsilon_{x_0}$, где υ_{x_0} — скорость на оси, функция координат x и y. Условию $\left.\frac{\partial \upsilon_x}{\partial z}\right|_{z=0} = 0$ соответствует максимум скорости, откуда $b = 0$. На оси симметрии течения $\upsilon_{x_0} = \upsilon_x\big|_{z=0} = c.$ Так что $\upsilon_x = az^2 + \upsilon_{x_0}$.

Поставим условие (2):

$$\left(2az + \frac{\partial \upsilon_{x_0}}{\partial z}\right)_{z=\pm\delta} = \beta\left(a\delta^2 + \upsilon_{x_0}\right),$$

где $\upsilon_{x_0} = f(x,\ y)$ и от z не зависит, так что $\partial \upsilon_{x_0} / \partial z = 0$ и

$$2a\delta = \beta\left(a\delta^2 + \upsilon_{x_0}\right), \text{ откуда } a = \frac{\beta}{2\delta - \beta\delta^2}\upsilon_{x_0} = \alpha\upsilon_{x_0}.$$

Таким образом,

$$\upsilon_x = \upsilon_{x_0}\left(\alpha z^2 + 1\right), \qquad (3)$$

где

$$\alpha = \frac{\beta}{2\delta - \beta\delta^2}. \qquad (4)$$

Из (4) следует, что при $\beta = 0$ коэффициент $\alpha = 0$ и при $\beta \to \infty$ — $\alpha \to -\frac{1}{\delta^2}$. Так что

$$-\frac{1}{\delta^2} \le \alpha \le 0. \qquad (5)$$

Подставим выражение для υ_x (3) в уравнение движения (1), получим при $z = 0$

$$\frac{\partial^2 \upsilon_{x_0}}{\partial y^2} + \left.\frac{2\alpha}{\alpha z^2 + 1}\right|_{z=0} \upsilon_{x_0} + \frac{g}{\nu}\left.\frac{1}{\alpha z^2 + 1}\right|_{z=0} = 0. \qquad (6)$$

Обозначим

$$A = \left.\frac{2\alpha}{\alpha z^2 + 1}\right|_{z=0}, \quad B = \frac{g}{\nu}\left.\frac{1}{\alpha z^2 + 1}\right|_{z=0}. \qquad (7)$$

Тогда уравнение (6) перепишется в виде: $\upsilon''_{x_0} + A\upsilon_{x_0} + B = 0.$ Заменим $\upsilon_{x_0} + B/A$ на υ, получим линейное уравнение второго порядка $\upsilon'' + A\upsilon = 0.$ Здесь $A < 0$ в соответствии с (5) и (7).

Решение для υ найдем в виде [3]

$$\upsilon = c_1 e^{\sqrt{-A}y} + c_2 e^{-\sqrt{-A}y},$$

откуда будем иметь

$$\upsilon_{x_0} = a_1 e^{\sqrt{-A}y} + a_2 e^{-\sqrt{-A}y} - B/A.$$

Постоянные a_1 и a_2 найдем из условий:

$$\text{при } y = 0 \qquad \upsilon_{x_0} = 0,$$

$$\text{при } y = h(x) \qquad \left.\frac{\partial \upsilon_{x_0}}{\partial y}\right|_{y=h} = 0.$$

Решение будет иметь вид

$$\upsilon_{x_0} = \frac{B/A}{e^{-2\sqrt{-A}h} + 1}\left[e^{-2\sqrt{-A}h}\left(e^{\sqrt{-A}y} - 1\right) + \left(e^{-\sqrt{-A}y} - 1\right)\right].$$

Рассмотрим два предельных случая вязкого течения (полное прилипание) $\alpha = -\frac{1}{\delta^2}$ и идеального течения (полное проскальзывание) $\alpha = 0$.

1. Полное прилипание: $\alpha = -\frac{1}{\delta^2}$, $\sqrt{-A}h \to \infty$ $\left(\frac{\sqrt{2}h}{\delta} \to \infty\right)$ для узкой щели, так что

$$\upsilon_{x_0} = -\frac{B}{A} = -\frac{g}{\nu}\frac{1}{2\alpha} = \frac{g}{\nu}\frac{\delta^2}{2}, \quad \overline{\upsilon}_x = \frac{\upsilon_{x_0}}{\delta}\int_0^\delta \left(\alpha z^2 + 1\right) dz = \frac{\upsilon_{x_0}}{\delta}\left(-\frac{1}{\delta^2}\frac{\delta^3}{3} + \delta\right) = \frac{2}{3}\upsilon_{x_0},$$

$$\overline{\upsilon}_x = \frac{1}{3}\frac{g\delta^2}{\nu}.$$

Как видим, это решение совпадает с решением в [1] для чисто вязкого течения в узкой щели и, соответственно, будут совпадать и толщина пленки и коэффициент теплоотдачи, полученные в этой работе.

2. Полное проскальзывание: $\alpha = 0$, $A = 0$. В этом случае надо рассмотреть предел υ_{x_0} при $\alpha \to 0$, $A \to 0$. Имеем неопределенность типа 0/0, которая раскрывается по правилу Лопиталя после двойного дифференцирования числителя и знаменателя. В результате получим

$$\bar{\upsilon}_x = \bar{\upsilon}_{x_0} = \frac{1}{3}\frac{gh^2}{\nu}, \tag{8}$$

$$\upsilon_{x_0} = \frac{gh^2}{\nu}\left[\frac{y}{h} - \frac{1}{2}\left(\frac{y}{h}\right)^2\right], \quad \bar{\upsilon}_{x_0} = \frac{1}{h}\int_0^h \upsilon_{x_0}\,dy.$$

Уравнение теплообмена для случая постоянства температуры на стенке трубы запишется в виде

$$\alpha_{\text{к}}\left(T_{\text{н}} - T_{\text{с}}\right)dx = r\,dG, \quad \alpha_{\text{к}} = \lambda/h, \tag{9}$$

где массовый расход конденсата

$$G = \rho\bar{\upsilon}_x h. \tag{10}$$

Подставляем (10) и (8) в (9), получим дифференциальное уравнение для h

$$h^3\frac{dh}{dx} = \frac{\lambda\left(T_{\text{н}} - T_{\text{с}}\right)\nu}{r\rho g},$$

откуда, интегрируя последнее выражение с учетом условия $x = 0$, $h = 0$, найдем толщину пленки и коэффициент теплоотдачи в виде:

$$h_{\text{ид}} = \sqrt[4]{\frac{4\lambda\left(T_{\text{н}} - T_{\text{с}}\right)\nu x}{r\rho g}}, \quad \alpha_{\text{к}_{\text{ид}}} = \sqrt[4]{\frac{\lambda^3 r\rho g}{4\left(T_{\text{н}} - T_{\text{с}}\right)\nu x}},$$

а среднее значение коэффициента теплоотдачи на стенке высотой H

$$\bar{\alpha}_{\text{к}_{\text{ид}}} = \frac{1}{H}\int_0^H \alpha_{\text{к}_{\text{ид}}}\,dx = \frac{4}{3}\sqrt[4]{\frac{\lambda^3 r\rho g}{4\left(T_{\text{н}} - T_{\text{с}}\right)\nu H}}. \tag{11}$$

Решение (11) совпадает с известным решением Нуссельта о теплообмене пленки конденсата на плоской стенке [4].

Соотношение (11) можно записать в критериальной форме:

$$\overline{\text{Nu}}_{\text{ид}} = \frac{\bar{\alpha}_{\text{к}_{\text{ид}}} H}{\lambda} = 0{,}943\left(\text{Ga}_{\text{H}}\,\text{Pr}\,\text{K}\right)^{1/4}, \ \text{где}\ \text{Ga}_{\text{H}} = \frac{gH^3}{\nu^2}, \quad \text{Pr}\,\text{K} = \frac{r\mu}{\lambda\left(T_{\text{н}} - T_{\text{с}}\right)}.$$

Для полностью вязкого течения в щели высотой H и ламинарного движения конденсата

$$\overline{\text{Nu}}_{\text{в}} = \frac{\bar{\alpha}_{\text{к}_{\text{в}}} H}{\lambda} = 0{,}577L\left(\text{Ga}\,\text{Pr}\,\text{K}\right)^{1/2}, \quad L = \frac{\delta}{H}, \quad h_{\text{в}} = \sqrt{\frac{6\lambda\left(T_{\text{н}} - T_{\text{с}}\right)\nu x}{r\rho g\delta^2}},$$

$$\alpha_{к_в} = \sqrt{\frac{\lambda r \rho g \delta^2}{6(T_н - T_с)\nu x}}, \quad \bar{\alpha}_{к_в} = \sqrt{\frac{\lambda r \rho g \delta^2}{3(T_н - T_с)\nu H}}.$$

Средняя скорость для полного решения будет равна

$$\bar{\upsilon}_x = \frac{1}{\delta h}\int_0^{\delta}\int_0^{h} \upsilon_{x_0}\left(\alpha z^2 + 1\right) dy dz = \frac{1}{h}\left(\alpha\frac{\delta^2}{3} + 1\right)\int_0^{h} \upsilon_{x_0} dy, \qquad (12)$$

где

$$\frac{B}{A} = \frac{g}{\nu}\frac{1}{2\alpha} = \text{const}.$$

Вычисление интеграла (12) дает выражение для средней скорости в виде

$$\bar{\upsilon}_x = -\left(\alpha\frac{\delta^2}{3} + 1\right)\frac{\frac{gh^2}{\nu}}{e^{-2\beta} + 1}\frac{\left[-1 + \frac{1}{\beta} - \left(\frac{1}{\beta} + 1\right)e^{-2\beta}\right]}{\beta^2}, \qquad (13)$$

где

$$\beta = \frac{h}{\delta}\sqrt{2\kappa}, \quad \alpha = -\frac{\kappa}{\delta^2}, \quad 0 \le \kappa \le 1.$$

Здесь $\kappa = 0$ соответствует полному проскальзыванию, $\kappa = 1$ — полному прилипанию конденсата на боковых стенках щели.

Решение (13) в предельных случаях дает:

$$\bar{\upsilon}_x \xrightarrow[\alpha \to 0 (\kappa = 0)]{} \frac{1}{3}\frac{gh^2}{\nu}, \qquad \bar{\upsilon}_x \xrightarrow[\alpha \to -\frac{1}{\delta^2} (\kappa = 1)]{} \frac{1}{3}\frac{g\delta^2}{\nu}. \qquad (14)$$

Использование скорости по формуле (13) для получения общей зависимости для коэффициента теплоотдачи при конденсации пара в щели с проскальзыванием жидкости на боковых стенках затруднительно в виду неявной зависимости толщины пленки $h(x)$ от других параметров процесса, входящих в нее, что в свою очередь осложняет и переход от щелевой модели к реальному зерновому слою у стенки трубы. В этой связи подойдем к решению поставленной задачи из гидравлических представлений о зернистом слое, опираясь на предельные соотношения (14) для скорости конденсата в пристенных поровых каналах.

2. ТЕПЛООБМЕН ПРИ КОНДЕНСАЦИИ НА ВЕРТИКАЛЬНОЙ ТРУБЕ, ПОМЕЩЕННОЙ В ЗЕРНИСТЫЙ СЛОЙ С РАЗЛИЧНЫМ КОНТАКТНЫМ УГЛОМ СМАЧИВАНИЯ

Оценим порозность каналов у стенки трубы и их эффективный диаметр. Рассмотрим полный объем кольца V_Σ с внутренним диаметром, равным диаметру трубы D, и внешним диаметром, равным $D + 2d_ш$ ($d_ш$ — диаметр зерна засыпки) и толщиной $d_ш$ (рис. 2). Порозность будет равна:

$$\varepsilon = 1 - \frac{V_ш}{V_\Sigma} = 1 - \frac{\pi}{6} = 0{,}476,$$

где $V_ш$ — объем шаров в кольце.

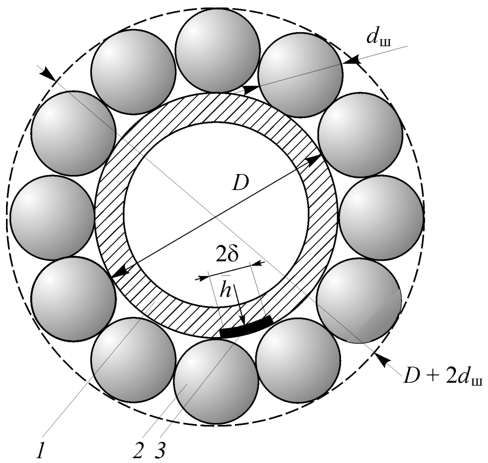

Рис. 2. Схема для определения порозности, эффективного диаметра каналов у стенки трубы и гидравлического диаметра пленки конденсата:

1 — охлаждаемая поверхность (торцевая стенка), *2* — ребро (шаровая засыпка), *3* — конденсат (поверхность пленки).

Если рассмотреть порозность на внешнем кольце расчетного объема $D + d_ш$, т. е. вблизи стенки трубы, она будет равна

$$\varepsilon = 1 - \frac{\pi}{6}\frac{1 + (d_ш/D)}{1 + 1/2(d_ш/D)}.$$

Так, для опытных данных [5], где $d_ш$ = 3,2 мм, D = 8 мм, порозность $\varepsilon \approx 0{,}389$, а диаметр порового канала у стенки, согласно [6], будет равен

$$d_э = \frac{2}{3}\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}d_ш = \frac{2}{3}\cdot\frac{0{,}389}{0{,}611}3{,}2 = 1{,}36 \text{ мм.} \tag{15}$$

Из (15) видно, что размер канала весьма мал и эффективное течение в нем будет ламинарным и безынерционным.

Рассмотрим гидродинамику такого эффективного течения. Гидравлическое сопротивление в поровом канале должно уравновешиваться силой тяжести

$$\lambda\frac{1}{2d_г}\rho\bar{\upsilon}_x^2 = \rho g. \tag{16}$$

Из (16) имеем

$$\bar{\upsilon}_x^2 = \frac{2gd_г}{\lambda}, \tag{17}$$

где $d_г$ — гидравлический диаметр канала. Для ламинарного течения в канале

$$\lambda = \frac{\Phi 64}{\mathrm{Re_d}}, \quad \mathrm{Re_d} = \frac{\bar{\upsilon}_x d_г}{\nu}, \tag{18}$$

где Φ — коэффициент формы канала. Для прямоугольного канала Φ = 1,5; для круглого — Φ = 1. Подставляем (18) в (17), получим

$$\bar{\upsilon}_x = \frac{gd_г^2}{32\nu\Phi}. \tag{19}$$

Если Φ = 1,5 и при $\delta \ll h$

$$d_г = 4F/\Pi = 4h\delta/(h+\delta) \approx 4\delta, \tag{20}$$

то

$$\bar{\upsilon}_x = 1/3 \cdot g\delta^2/\nu. \tag{21}$$

Здесь F — площадь поперечного сечения течения, Π — смоченный периметр (см. рис. 1): $F = 2\delta h, \quad \Pi = 2\delta + 2h.$

Формула (21) полностью совпадает с предельным выражением, получаемым из полного решения (13) при вязком режиме без проскальзывания для условия $\sqrt{2}\,h/\delta \gg 1$.

Рассмотрим уравнение теплообмена

$$qx = r\rho\bar{\upsilon}_x h. \tag{22}$$

Здесь q — постоянный удельный тепловой поток через стенку трубы; зерна засыпки считаются нетеплопроводными. Из (22) имеем $h = qx/r\rho\bar{\upsilon}_x$. Среднее значение толщины пленки на рабочей части трубы высотой H будет равно

$$\bar{h} = \int_0^H h dx = 1/2 \cdot qH/r\rho\bar{\upsilon}_x.$$

Следовательно, средний коэффициент теплоотдачи определится соотношением

$$\bar{\alpha} = \lambda/\bar{h} = 2\lambda r\rho\bar{\upsilon}_x/qH$$

и число Нуссельта в соответствии с (19) выразится как

$$\overline{\mathrm{Nu}_\mathrm{H}} = \bar{\alpha}H/\lambda = 2r\rho\bar{\upsilon}_x/q = 2r\rho/q \cdot gd_\text{г}^2/32\nu\Phi.$$

Путем несложных преобразований можно получить

$$\overline{\mathrm{Nu}_\mathrm{H}} = \frac{r\rho\nu}{qH}\frac{gH^3d_\text{г}^2}{\Phi 16\nu^2}\frac{1}{H^2} = \frac{1}{16\Phi}\frac{\mathrm{Ga}_\mathrm{H}}{\mathrm{Re}}\left(\frac{d_\text{г}}{H}\right)^2.$$

Из рассмотрения рис. 2 уместно положить

$$d_\text{э} \sim d_\text{г} = n\bar{h}, \tag{23}$$

но

$$\bar{h}/H = \lambda/\bar{\alpha}H = 1/\overline{\mathrm{Nu}_\mathrm{H}}.$$

Следовательно,

$$\overline{\mathrm{Nu}_\mathrm{H}}^3 = \frac{n^2}{16\Phi}\frac{\mathrm{Ga}_\mathrm{H}}{\mathrm{Re}} \text{ или } \mathrm{Nu}^* = \frac{\overline{\mathrm{Nu}_\mathrm{H}}}{(\mathrm{Ga}_\mathrm{H})^{1/3}} = \left(\frac{n^2}{16\Phi}\right)^{1/3}\mathrm{Re}^{-1/3}.$$

В соответствии с опытными данными [5]

$$\left(\frac{n^2}{16\Phi}\right)^{1/3} \approx 3{,}54. \tag{24}$$

Примем Φ = 1,5 как для плоского канала, тогда из (24) получим $n = 32{,}63$. Оценим толщину пленки для нашего случая по формулам (23) и (15):

$$\bar{h} = d_\text{э}/n = 1{,}36/32{,}63 = 0{,}0417 \text{ мм}. \tag{25}$$

Как видно из графика работы [5], рис. 3, эффективные толщины пленки — расчетная (25) и опытная — хорошо согласуются между собой, что оправдывает положение (23). С другой стороны, видно, что толщина пленки мала в сравнении с гидравлическим диаметром канала

$$\bar{h} = d_\text{г}/n \simeq 0{,}0306 d_\text{г}.$$

Следовательно, $d_\text{г}/\bar{h} = n \gg 1$ и из (20) получим, полагая с очевидностью (см. рис. 2) $\delta \sim d_\text{э}$, $d_\text{г} \sim d_\text{э}$,

$$d_\text{г} \approx 4\bar{h}.$$

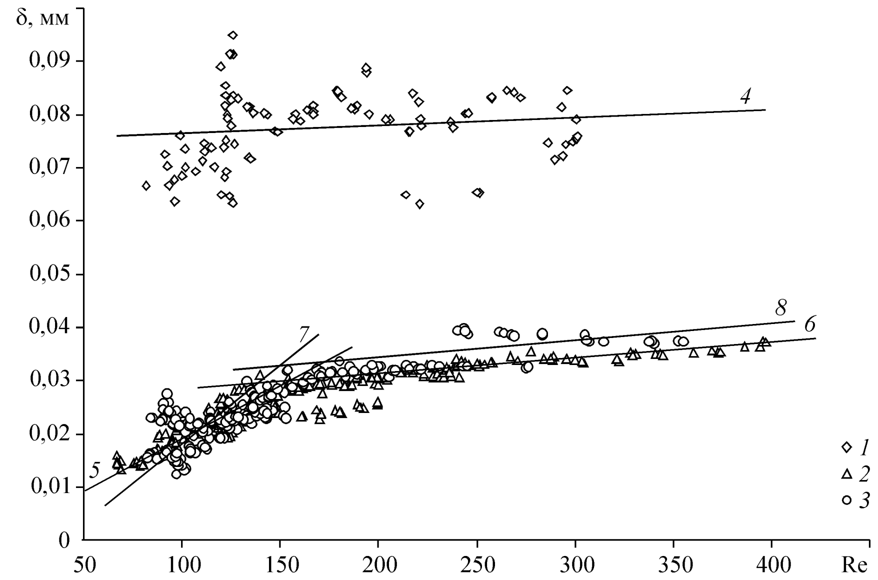

Рис. 3. Изменение средней толщины пленки при конденсации водяного пара на вертикальной трубе от числа Рейнольдса пленки.

Гладкая труба (*1*), труба в гидрофильной засыпке 3,2 мм (*2*), труба в частично гидрофобной засыпке 3,2 мм (*3*), линии, осредняющие экспериментальные данные [5] (*4*–*8*).

Из этих рассуждений следует, что в условиях конденсации с засыпкой среднюю скорость конденсата можно принимать по формуле (21), при этом, исходя из модели плоской щели, размер теплопередающей стороны щели 2δ определяется из условия:

$$F = 2\delta\bar{h} = \frac{\pi d_{\text{г}}^2}{4} = \frac{\pi}{4}\left(4\bar{h}\right)^2,$$

откуда

$$\delta = 2\pi\bar{h}. \tag{26}$$

Отсюда видно, что длина смачивания стенки связана с длиной смоченного периметра. Действительно, учитывая (25),

$$\delta = \frac{2\pi d_{\text{г}}}{n} = \frac{2}{n} l_{\text{г}},$$

где $l_{\text{г}}$ — смоченный периметр поперечного сечения эффективного порового канала. Так что смоченная длина на поверхности трубы

$$2\delta = \frac{4}{n} l_{\text{г}} \ \text{или} \ \frac{2\delta}{l_{\text{г}}} = \frac{4}{n} = 0{,}12 \ \text{при} \ n = 32{,}63. \tag{27}$$

Выражение (27) говорит о том, что течение в поровом канале зернистого слоя у стенки можно рассматривать как течение в узкой щели. При этом для теплообмена толщина канала связывается с толщиной пленки соотношением (26). Проверим это положение, исходя из полученного решения.

Приняв скорость конденсата по формуле (21), запишем уравнение теплообмена в виде

$$\frac{qx}{2\rho} = \bar{\upsilon}_x h = \frac{1}{3}\frac{g\delta^2}{\nu} h. \tag{28}$$

Подставив (26) в (28), получим

$$h=\left(\frac{q\nu}{r\rho g\left(2\pi\right)^2}\right)^{1/3}x^{1/3}. \tag{29}$$

С учетом (29) коэффициент теплоотдачи

$$\alpha=\frac{\lambda}{h}=\lambda\left(\frac{r\rho g\left(2\pi\right)^2}{q\nu}\right)^{1/3}x^{-1/3},$$

и его среднее значение

$$\bar{\alpha}=\frac{1}{H}\int_0^H\alpha dx=\frac{3}{2}\lambda\left(\frac{r\rho g\left(2\pi\right)^2}{q\nu H}\right)^{1/3},$$

откуда

$$\overline{\mathrm{Nu}}^*=\frac{3}{2}\left(\frac{2\pi}{\sqrt{3}}\right)^{2/3}\mathrm{Re}^{-1/3}=3{,}54\,\mathrm{Re}^{-1/3}, \tag{30}$$

где

$$\mathrm{Re}=\frac{qH}{r\mu},\quad \overline{\mathrm{Nu}}^*=\frac{\overline{\mathrm{Nu}_\mathrm{H}}}{\mathrm{Ga}_\mathrm{H}^{1/3}},\quad \overline{\mathrm{Nu}_\mathrm{H}}=\frac{\bar{\alpha}H}{\lambda},\quad \mathrm{Ga}_\mathrm{H}=\frac{gH^3}{\nu^2}.$$

Теоретический результат (30) практически точно совпадает с экспериментом [5].

При полном проскальзывании средняя скорость конденсата

$$\bar{\upsilon}_x=\frac{1}{3}\frac{gh^2}{\nu}.$$

При постоянстве плотности теплового потока на стенке из (28) получим известную формулу Нуссельта

$$\overline{\mathrm{Nu}}^*=\frac{3}{2}\left(3\,\mathrm{Re}\right)^{-1/3}=1{,}04\cdot\mathrm{Re}^{-1/3}. \tag{31}$$

Следовательно, при частичном проскальзывании конденсата на зернах засыпки можно положить

$$\delta=2\pi mh. \tag{32}$$

При этом должно быть:

$$\left.\begin{aligned} &m=1 \qquad \text{при } \kappa=1,\\ &m=\frac{1}{2\pi} \quad \text{при } \kappa=0.\end{aligned}\right\} \tag{33}$$

Условию (33) отвечает зависимость

$$m=\frac{\left(2\pi-1\right)\kappa+1}{2\pi}. \tag{34}$$

Подставляя в (28) формулы (32) и (34), получим общее решение для теплообмена трубы в засыпке при конденсации в виде

$$\overline{\mathrm{Nu}}^*=\frac{3}{2}\left[\frac{\left(2\pi-1\right)\kappa+1}{\sqrt{3}}\right]^{2/3}\mathrm{Re}^{1/3}. \tag{35}$$

Зависимость (35) при $\kappa = 1$ переходит в (30) и при $\kappa = 0$ — в (31).

Расчетные кривые и экспериментальные данные представлены на рис. 4. Заметим, что опытным данным *3* (краевой угол смачивания равен 90°) отвечает зависимость

$$\overline{\mathrm{Nu}}^* = 2{,}92 \cdot \mathrm{Re}^{-1/3}, \tag{36}$$

соответствующая $\kappa = 0{,}7$.

Как видно на рис. 4, теория и экспериментальные данные хорошо согласуются при Re > 150. При Re < 150 опытные значения коэффициентов теплоотдачи выше получаемых в расчетах по формуле (30), по-видимому, вследствие иного механизма течения формирования пленки на стенке трубы, что требует специального рассмотрения. Как следует из опытных данных, эффект проскальзывания конденсата в этой области не проявляется на теплообмене. Причиной этого может быть то, что теплопередающая поверхность пленки при невысоких значениях расхода конденсата незначительно соприкасается с поверхностью шаров засыпки при смачивании, и поэтому при частичном проскальзывании его эффект будет также слабо проявляться на теплообмене. Такая ситуация складывается в том случае, когда за счет сил поверхностного натяжения образуются застойные зоны, заполненные конденсатом в предельных ограниченных, не вымываемых потоком, областях контакта шаров со стенкой, по которой стекает пленка.

Исходя из вышесказанного, правомерно положить (см. рис. 2) $2\delta \sim \pi d_{э}$ или

$$2\delta \approx \frac{\pi}{4} d_{э} = \frac{\pi}{4}\left(\frac{2}{3}\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} d_{ш}\right) = \frac{\pi}{6}\left(\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon}\right) d_{ш}, \tag{37}$$

где $\pi d_{э}$ — периметр поперечного сечения порового канала.

Как видно из (37), размер δ для такого режима гидродинамики и теплообмена в порах у стенки является предельной постоянной величиной, определяющейся только параметрами засыпки — размером зерен и порозностью. Так, для условий опытов [5] ($\varepsilon = 0{,}389$, $d_{ш} = 3{,}2$ мм) получим

$$\delta = \frac{\pi}{12}\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} d_{ш} = 0{,}17 d_{ш}.$$

Решением уравнения теплообмена (28) при $\delta = \chi d_{ш} = \mathrm{const}$, где

$$\chi = \frac{\pi}{12}\frac{\varepsilon}{1-\varepsilon} d_{ш},$$

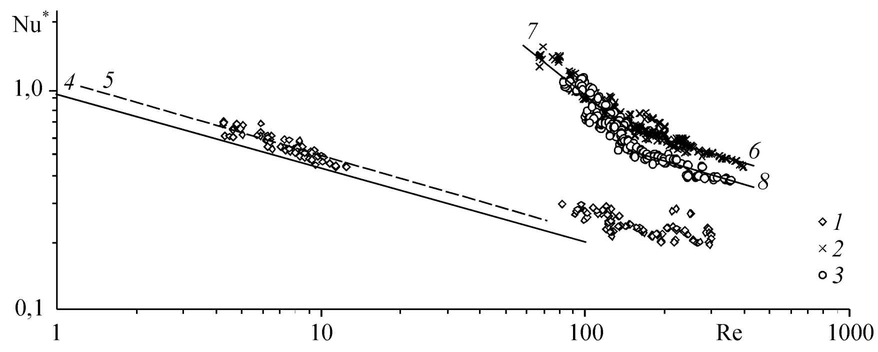

Рис. 4. Теплообмен при конденсации водяного пара на вертикальной трубе, упакованной в зернистый слой с различными свойствами поверхностей.

Трубы: гладкая (*1*), в гидрофильной (*2*) и гидрофобной (*3*) засыпках; расчет по зависимостям: $\overline{\mathrm{Nu}}^* = 0{,}95 \cdot \mathrm{Re}^{-1/3}$ (*4*), $1{,}04 \cdot \mathrm{Re}^{-1/3}$ (*5*), $3{,}54 \cdot \mathrm{Re}^{-1/3}$ (*6*), $92{,}5 \cdot \mathrm{Re}^{-1}$ (*7*), $2{,}92 \cdot \mathrm{Re}^{-1/3}$ (*8*).

будет следующая зависимость:

$$\overline{\mathrm{Nu}}^{*} = C/\mathrm{Re}.$$

Здесь

$$C = \frac{2}{3}\chi^{2}\mathrm{Ga}_{\mathrm{H}}^{2/3}\left(\frac{d_{\text{ш}}}{H}\right)^{2}. \tag{38}$$

Подставляя опытные данные [5] в (38) при $\chi = 0{,}17$, получим $C = 92{,}5$. Зависимость

$$\overline{\mathrm{Nu}}^{*} = 92{,}5/\mathrm{Re}$$

представлена на рис. 4 и, как видно на графике, удовлетворительно описывает опытные данные.

Отметим, что при достижении некоторых критических малых значений чисел Re следует ожидать автомодельность теплообмена от этого критерия в силу того, что в этих условиях сплошного пленочного течения на стенке образоваться не может.

ОБОЗНАЧЕНИЯ

υ_x — продольная скорость конденсата в пленке,
T — абсолютная температура конденсата,
T_c — температура торцевой стенки канала,
$T_{\text{н}}$ — температура насыщения на поверхности пленки конденсата,
g — ускорение силы тяжести,
ν — кинематическая вязкость конденсата,
ρ — плотность конденсата,
μ — динамическая вязкость конденсата,
2δ — ширина канала,
h — толщина пленки конденсата,
λ — коэффициент теплопроводности конденсата,
r – удельная теплота фазового перехода конденсата,
H — рабочая высота трубы,
$\mathrm{Re} = qH/r\mu$ — число Рейнольдса,
$\mathrm{Ga}_{\mathrm{H}} = gH^{3}/\nu^{2}$ — число Галилея,
$\overline{\mathrm{Nu}}^{*}$ — среднее значение модифицированного числа Нуссельта по высоте трубы H.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Накоряков В.Е., Мухин В.А., Петрик П.Т.** Теплообмен при конденсации неподвижного пара в узких щелях // Тепломассоперенос при испарении. — Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1982. — С. 61–69.
2. **Хаппель Дж., Бреннер Г.** Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. — М.: Мир, 1965. — 630 с.
3. **Камке Э.** Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. — М.: Наука, 1971. — 576 с.
4. **Накоряков В.Е., Горин А.В.** Тепломассоперенос в двухфазных системах. — Новосибирск: Ин-т теплофизики СО АН СССР, 1994. — 431 с.
5. **Bogomolov, A.R., Petrik P.T., Dvorovenko I.V.** Condensation of steam on a vertical tube in a granulated material // Two-phase systems for ground and space applications: The second international topical team Workshop, October 26-28, 2007, Kyoto, Japan. — С. 93–95.
6. **Аэров, М.Э., Тодес О.М., Наринский Д.А.** Аппараты со стационарным зернистым слоем. — М.: Химия, 1979. — 176 с.

Статья поступила в редакцию 8 ноября 2007 г.