

## ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ПОЛУЧЕНИИ ИНВЕРСИИ В УДАРНЫХ ТРУБАХ

*B. N. Крошко, P. I. Солоухин, H. A. Фомин*

(*Новосибирск*)

Импульсные газодинамические установки типа ударных труб широко используются для получения и моделирования квазистационарных высокотемпературных течений молекулярных инверсных сред [1—4]. В этих установках исследуемая смесь молекулярных газов подвергается ударному сжатию и нагреву — в проходящей и отраженной ударных волнах и затем истекает через сверхзвуковое сопло или щель, установленные у «закрытого» конца канала ударной трубы. Исходное термическое состояние газа перед истечением равновесно, и оно может быть с достаточной точностью определено из законов сохранения в ударных волнах. Инверсия возникает в результате «замораживания» колебательных состояний молекул при быстром адиабатическом охлаждении газа в процессе его истечения через сверхзвуковое сопло. Характерное время «замораживания» в плоском сопле имеет величину порядка отношения высоты критического сечения сопла (или ширины щели) к критической скорости. Это время должно быть меньше периода релаксации верхнего колебательного состояния используемой молекулярной системы, например смеси азота и углекислого газа.

Скорость, температура и плотность газа в области оптического резонатора, устанавливаемого в потоке за соплом, определяются состоянием газа до истечения и геометрическими характеристиками сопла (в основном, отношением площадей критического и выходного сечений). Преимуществами использования импульсных устройств типа ударных труб в сравнении со стационарными газодинамическими установками являются: предельная простота эксперимента, существенно более широкий диапазон достижимых температур и давлений, а также отсутствие мощных постоянных источников энергии и систем охлаждения при сохранении расходов рабочего газа на уровне 0,1—1 кг/с.

Следует отметить, что при проведении систематических физических исследований и определении газодинамических характеристик квазистационарных сверхзвуковых потоков, создаваемых с помощью адиабатического сжатия и нагрева газа в ударных волнах, существенные поправки к обычно используемым идеализированным схемам расчетов течений и простейшим газодинамическим оценкам могут внести как особенности волновых процессов в установке, так и структура течения в сопле. Цель данной работы — описать, пользуясь результатами оптических наблюдений и измерениями энергии и мощности генерации, некоторые особенности процесса установления квазистационарного истечения в ударной трубе, найти распределение плотности истекающего газа в соплах различной конфигурации и обсудить некоторые вопросы выбора оптимального газодинамического режима при получении потоков инверсных сред.

### Экспериментальная установка и методы измерений

Принципиальная схема установки для получения и исследования квазистационарных потоков инверсной среды приведена на рис. 1. Для адиабатического сжатия газа до давлений 2—40 атм и температур 600—4000° К используется ударная труба с прямоугольным сечением

30×120 мм. Формирование ударной волны происходит при наполнении толкающим газом (гелий, водород) камеры высокого давления с последующим разрывом диафрагмы из набора лавсановых пленок. Время формирования квазистационарного истечения через сопло при начальных давлениях газа в канале ударной трубы 0,03—0,1 атм составляет около 0,2÷0,5 мс; время истечения «горячей пробки»—1,5÷2,5 мс. Секция с соплом отделяется от основного канала ударной трубы тонкой медной диафрагмой с насечками, что обеспечивает быстрое формиро-

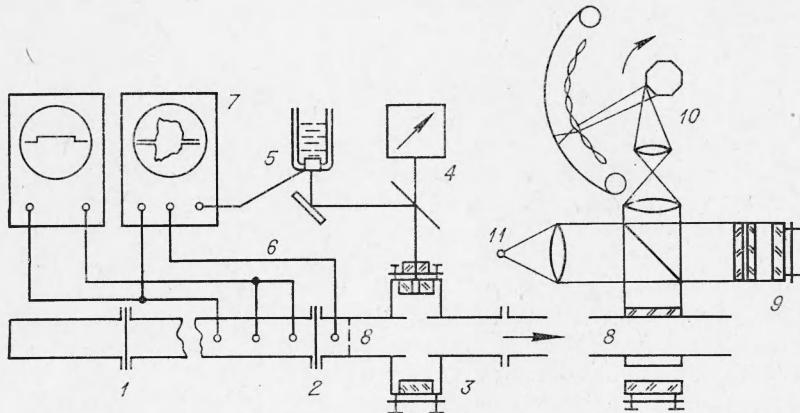


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 — ударная труба; 2 — дополнительная диафрагма перед соплом; 3 — оптический резонатор; 4 — калориметр; 5 — германьевый приемник ИК-излучения; 6 — пьезодатчики давления; 7 — импульсные осциллографы; 8 — сопло, 9 — интерферометр; 10 — фотогенератор в ждущем режиме; 11 — импульсная лампа.

вание потока и существенно увеличивает время истечения и время генерации. Скорости ударных волн и давление на входе сопла регистрируются с помощью пьезоэлектрических датчиков давления. Сопловая камера позволяет производить смену сопел с различными профилями и изменять отношение входного и выходного сечений для сопла одного типа от 10 до 200 при высоте критического сечения  $h_* = 0,1 \div 2$  мм. Для получения генерации перпендикулярно потоку в области выходного сечения сопла устанавливается оптический резонатор. Он состоит из напыленных серебром зеркал диаметром 40 мм; одно из зеркал плоское, с центральным отверстием 1,5—5 мм, другое — сферическое с радиусом кривизны 2—5 м. Юстировка зеркал осуществляется путем наблюдения интерференции с использованием гелий-неонового лазера. При расстояниях между зеркалами 30 см точность юстировки около 10 угловых минут. Для предотвращения загрязнения зеркала были удалены от стеклок сопла на 10 см. Расстояние от оси резонатора до критического сечения сопла 5 см.

Для записи изменения во времени интенсивности выходящего пучка использовался охлаждаемый германьевый приемник, на который с помощью делительной пластинки отводилось около 3% мощности пучка. Энергия импульса генерации измерялась калориметром с учетом потерь в выходном окне и на делительной пластинке, которые были независимо измерены и составляли около 50% (пластинки из фтористого бария). Запись сигналов с германьевого приемника и пьезодатчиков давления производилась импульсными одно- и двухлучевыми осциллографами с памятью. Их использование существенно повысило оперативность процедуры регистрации по сравнению с вариантом фотографирования с экрана.

Поле плотности при прохождении ударной волны и в потоке при истечении через сопло регистрировалось путем фотографирования интерференционной картины с использованием интерферометра Майкель-

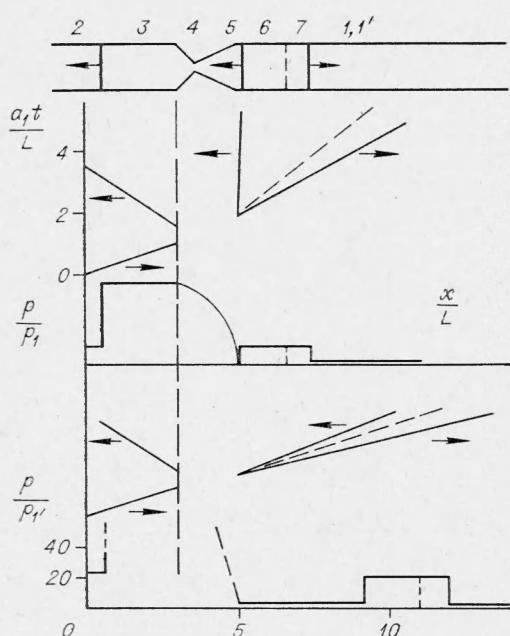
сона и скоростного фоторегистратора как в варианте развертки, так и в режиме кадрирования. Схема регистрации приведена на рис. 1. В качестве источника света в интерферометре используется кварцевая импульсная лампа с длительностью свечения около 3 мс. Длительность импульса подсветки можно было регулировать с помощью электронной схемы задержки и «отсечки» тока импульсной лампы.

### Волновые процессы и формирование стационарного истечения

Отражение ударной волны, ее прохождение через область сопла и установление квазистационарного истечения ударно-сжатого газа через сопло — это комплекс сложных нестационарных и неодномерных газодинамических процессов, которые с трудом поддаются детальному теоретическому описанию. Простым и эффективным приближенным способом расчета таких течений является так называемый метод векторных поляр [5], в котором детали волновых процессов внутри переходной области (в данном случае сопла) не рассматриваются, а производится «шивание» основных характеристик потока газа до и после сопла — в квазистационарном приближении. Мы используем этот метод для анализа течения в двух случаях, когда а) начальное давление газа во всем канале ударной трубы постоянно и б) давление за соплом много меньше начального. Различие в схемах течения для этих двух вариантов иллюстрируют  $(x-t)$ - и  $(p-x)$ -диаграммы, приведенные на рис. 2.

В задаче задаются: начальное состояние газа в канале ударной трубы, отношение площадей входного, критического и выходного сечений сопла и число Маха падающей ударной волны. В случае, когда сопло отделяется от основного канала трубы дополнительной диафрагмой, необходимо также задать давление за диафрагмой. При решении используются основные газодинамические соотношения для ударных разрывов и изэнтропического течения в канале переменного сечения для идеального газа с постоянным отношением теплоемкостей. В зависимости от отношения площадей критического и выходного сечений в потоке за соплом, т. е. в области за проходящей ударной волной, образуется либо волна разрежения, либо вторичная ударная волна, обращенная в сторону набегающего потока. Изменение давления в этих волнах должно быть таким, чтобы выполнялось условие «сопряжения» давления на выходе сопла и давления за фронтом проходящей волны. Течение считается квазистационарным, в горловине сопла происходит истечение с критической скоростью.

Вторым условием «сопряжения» является непрерыв-



*Rис. 2.* Схема волновых процессов при установлении квазистационарного истечения в ударной трубе для двух типичных режимов: 1) без диафрагмы перед соплом и 2) с диафрагмой при перепаде давления на ней перед истечением  $10^3$ . Число Маха падающей ударной волны  $M_1 = 3,2$ . Основные характеристики потока приведены в таблице.

ность течения в «дозвуковой» области: скорость потока за отраженной волной должна быть такой, чтобы обеспечивалось «критическое» течение в горле сопла. Должно также выполняться обычное условие непрерывности скорости на контактной поверхности между областями 6—7. Решение ищется путем графических построений в виде зависимостей от отношения скорости потока к скорости звука  $u/a_1$  двух величин,  $a/a_1$  и  $p/p_1$ , взятых в логарифмическом масштабе [5].

Численные оценки проведены для используемой в опытах газовой смеси ( $\text{CO}_2+4\text{N}_2+5\text{He}$ ), имеющей показатель адиабаты  $\gamma=1,45$  и начальную скорость звука 470 м/с. В варианте б) начальный перепад

**Расчет квазистационарного течения, устанавливающегося после прохождения ударной волны через сопло (см. рис. 2). Отношение входного критического и выходного сечений сопла 16 : 1 : 16**

Область течения	1	2	3	4	5	6	7	Нач.	3	4	5	6	7
$a/a_1$	1	1,78	2,39	2,16	0,826	2,39	1,4	2,50	2,45	2,25	0,86	1,42	2,20
$u/a_1$	0	2,16	0,09	2,16	4,27	1,08	1,08	0	0,1	2,25	4,56	2,97	2,97
$p/p_1, p/p_1'$	1	11,6	53,5	27,5	0,136	4,0	4,0	1000	900	520	2,54	20,0	20,0
Число Маха волны	3,2	2,06			5,12		1,85*	3,2			2,56		4,15*

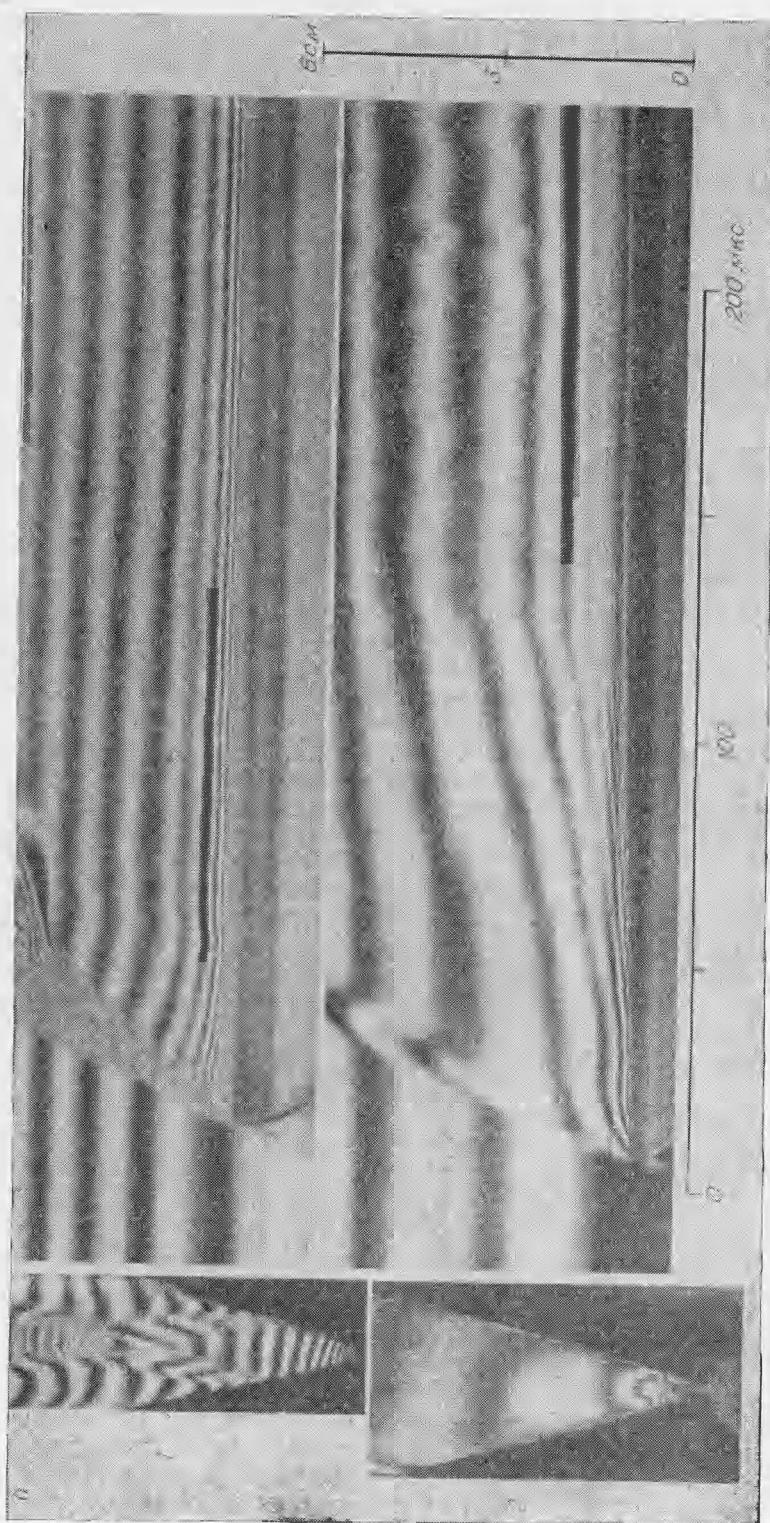
\* Число Маха проходящей ударной волны.

давления на диафрагме после отражения волны считался равным  $10^3$ . В таблице и на рис. 2 приведены некоторые результаты расчетов при  $M_1=3,2$  ( $T_3=1900^\circ\text{K}$ ) для сопла с отношением площадей 16:1:16.

Наиболее существенным результатом проведенной численной иллюстрации является значительная разница во временах установления «стационарной» фазы истечения через сопло. Если в варианте б) скорость «сноса» вторичной ударной волны, замыкающей течение в сопле, составляет  $2,56 a_1$  (время установления  $\sim 10^{-4}$  с), то в случае течения с противодавлением для этого потребуется несколько миллисекунд (скорость сноса  $0,03 a_1$ ). Для более точной оценки продолжительности периода установления стационарного течения необходимо рассматривать динамику течения в процессе распространения ударной волны в сопле. Такая задача решалась, например, численно методом характеристик в работе [6], где было показано, что время установления определяется главным образом развитием течения в нестационарных волнах разрежения.

Интерферограммы, приведенные на рис. 3, наглядно иллюстрируют последовательность процессов при прохождении ударной волны через область сопла. Хорошо видна разница в схеме течения для процесса истечения с конечным противодавлением и при истечении в среду с малым давлением. Слева от разверток приведены кадровые интерферограммы, характеризующие пространственное распределение плотности в сопле через 30—50 мкс после начала процесса. Приведена также серия последовательных кадровых снимков. Динамику выхода на «стационарный» режим иллюстрируют графики зависимости измеренной скорости проходящей и вторичной ударной волны от времени после момента входа ударной волны в сверхзвуковую часть сопла (рис. 4). Для сравнения на этих графиках приведены расчетные «стационарные» значения скоростей ударных волн.

На рис. 5 показаны развертки характерных режимов течения в области, примыкающей к соплу, т. е. в области резонатора — для трех случаев: (а) без диафрагмы перед соплом, (б) с диафрагмой и небольшой откачкой и (в) откачка до давления ниже 4 мм рт. ст. Скорости волновых процессов в этих опытах уже близки к своим «стационарным»



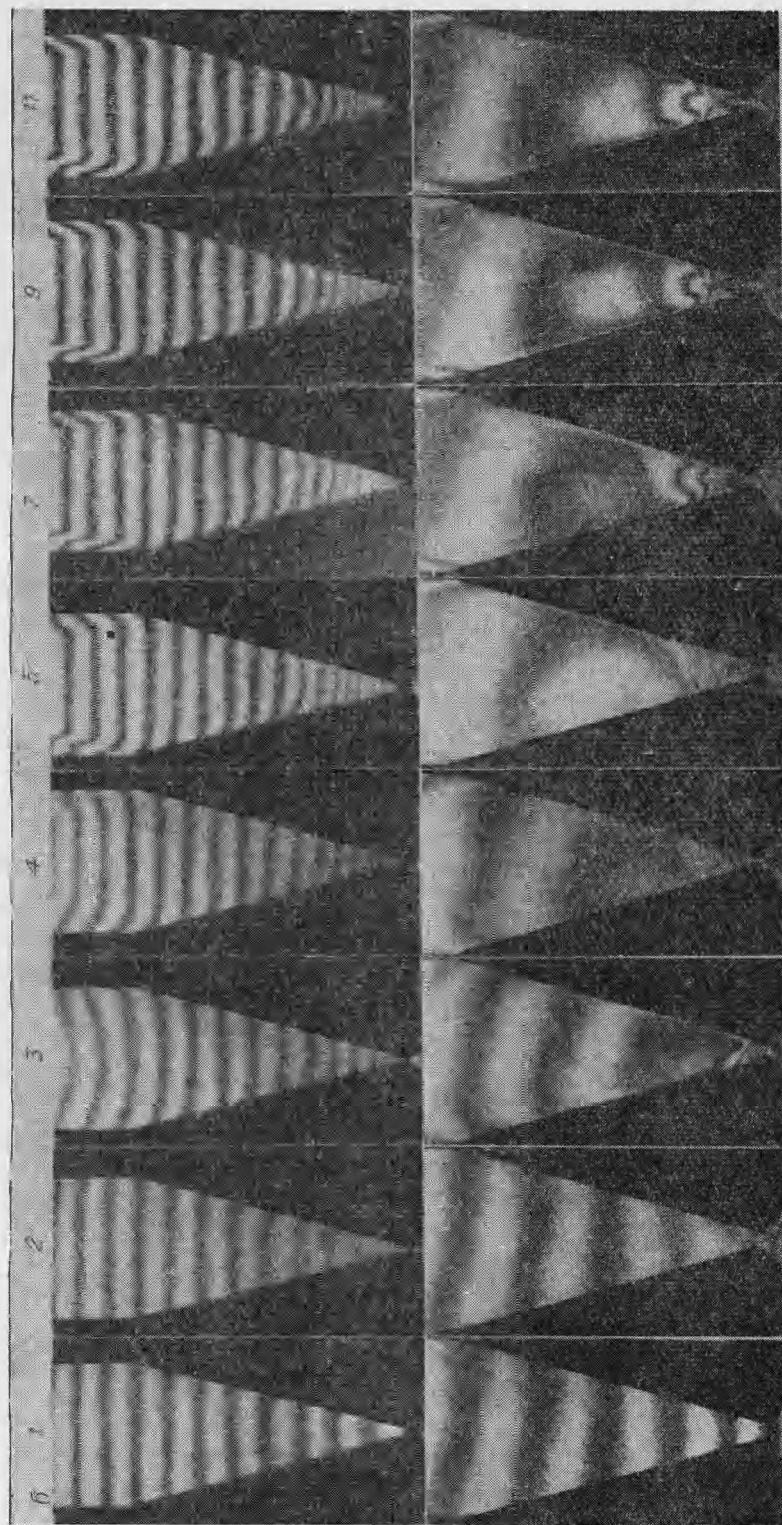
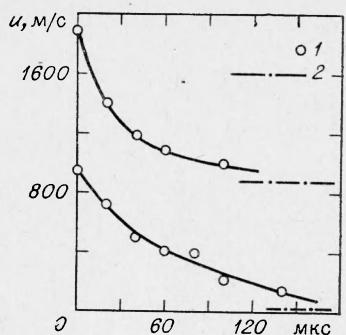


Рис. 2. Типичные интерферограммы течения в сопле:  
а) 1 — развертка и кадровый снимок течения без диафрагмы — с мелким «вылупвицем» скапка из выпуклой области «опла»,  $p_1 = 0,06$  атм ( $\text{CO}_2 + 5\text{N}_2 + 4\text{He}$ ),  $h_* = 2,2$  мм, критическое сечение — в поле эз-ртке, 2 — то же, с дифракционной решеткой на разрезе, 3 — то же, с дифракционной решеткой на киновидном сопле с углом раствора  $30^\circ$ , 4 — то же, с дифракционной решеткой на киновидном сопле, смешенное на одну полоту соответствует изменению плотности на 0,015 атм. в.д.,  
б) а) — с диафрагмой перед соплом, б) — с диафрагмой, смешенное на одну полоту.



значениям, найденным из описанных выше простейших газодинамических оценок. Проведенные измерения также показали, что характер волнового процесса и степень однородности потока полностью сохраняются в случае, когда вместо одного сопла поставлена решетка сопел с вертикально ориентированными стенками.

*Rис. 4. Изменение измеренной скорости проходящей и вторичной ударных волн в сопле в процессе установления квазистационарного истечения (1). Расчетные «стационарные» значения скоростей (см. таблицу) (2).*

### Распределение плотности в сопле

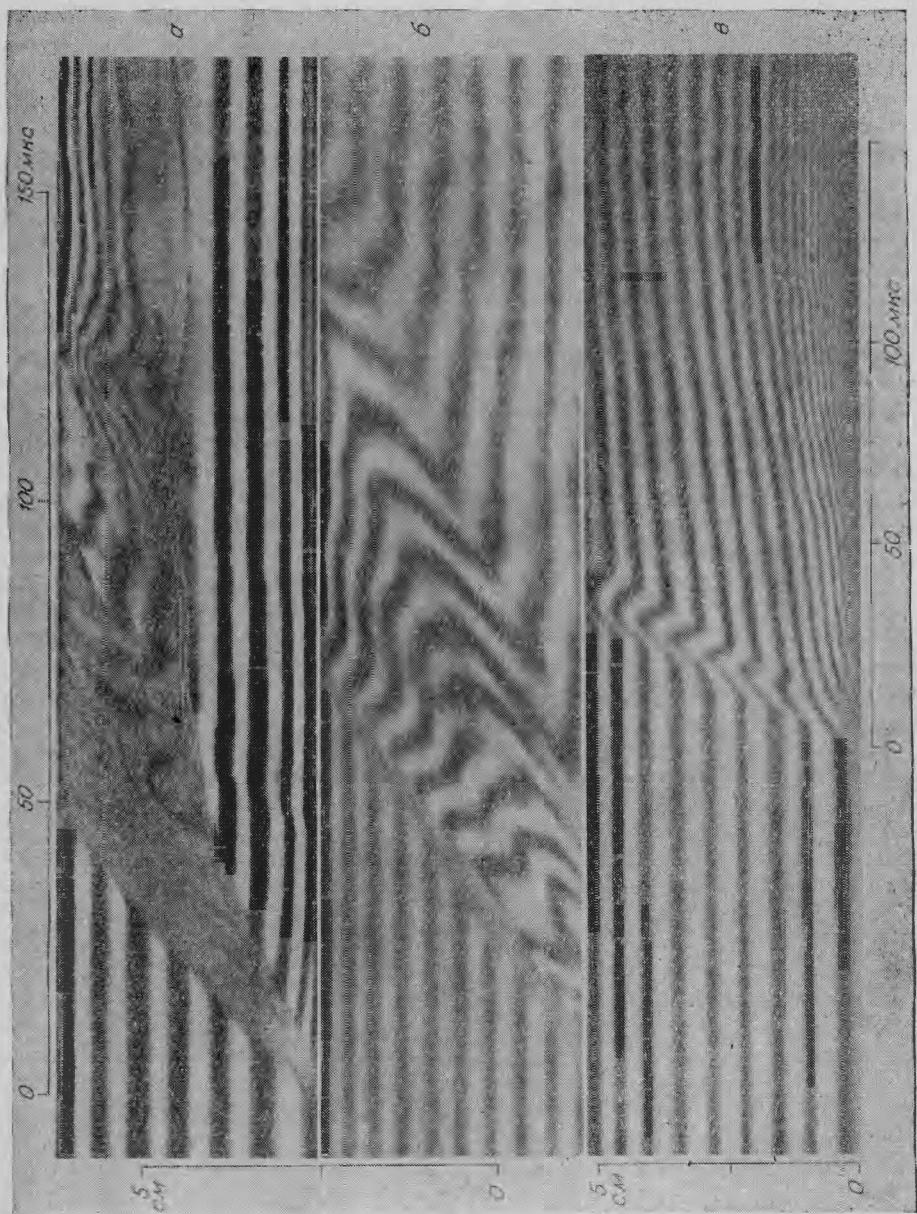
Кадровые снимки и развертки интерферограмм позволяют провести количественные измерения поля плотности в области за критическим сечением сопла. На интерферограммах также хорошо заметен уровень оптических флуктуаций в потоке. Некоторые детали течения в окрестности критической области были также описаны ранее в работах [7, 8] на основе интерферометрических измерений. В частности, было показано, что распределение плотности вдоль центральной линии тока с достаточной точностью описывается квазидномерной теорией, тогда как в области линии тока, соответствующей положению предельного возмущения «веера» волны разрежения в «контурном» сопле, формируется слабая ударная волна, что свидетельствует о некотором перерасширении потока. Это явление иллюстрирует одна из интерферограмм, приведенных на рис. 6 (сопло с криволинейным, но непрофилированным контуром). Результаты сопоставления расчетных и опытных данных о распределении плотности вдоль центральной линии тока в клиновидном сопле с полным углом раствора  $60^\circ$  приведены на рис. 7. Из этих данных хорошо видно, что квазидномерное приближение с достаточной точностью описывает течение даже в соплах с большими углами раствора. О степени однородности поля плотности в центральной части сопла можно судить по интерферограмме, приведенной на рис. 6, б.

### Некоторые особенности режима генерации

Основные закономерности режима усиления и генерации в потоках таких инверсных систем, как смеси углекислого газа и азота с гелием или парами воды достаточно подробно описаны в литературе [1—4, 7, 8]. Эксперименты подтвердили, что существуют оптимальные условия по составу смеси, геометрии сопла, температуре и давлению газа в форкамере, характеристикам зеркал резонатора и т. п. Сопоставление результатов, полученных в различных установках [4], показывает, что данные разных авторов отличаются незначительно. Эффективность преобразования тепловой энергии в световую в импульсных газодинамических системах остается пока невысокой (отношение полной энергии светового излучения к «замороженной» колебательной энергии молекул газа не превышает 0,25%). Возможными путями повышения эффективности могут быть разработки систем с большими начальными давлениями смеси при невысоких концентрациях углекислого газа [7, 8] или систем с тепловым возбуждением при смешении [9].

На рис. 8 приведена типичная осциллограмма импульса генерации при истечении смеси  $\text{CO}_2+5\text{N}_2+4\text{He}$  через сопло в ударной трубе. Сделанная одновременно запись изменения давления газа на выходе сопла

Рис. 5. Волновые процессы и распределение плотности в области выходного сечения опла (оптический резонатор),  
 а) процесс без диафрагмы перед оплом,  $P_1 = 0,06$  атм ( $\text{CO}_2 + 5\text{N}_2 + 4\text{He}$ ),  
 сплошь клиновидное с углом раствора  $66^\circ$ ; б) решетка сопел, с диафрагмой,  $P \approx 0,5P_1$ , смесь и начальное давление те же; в) регулярный режим, течение с диафрагмой,  $D = 0,2$  атм, опло клиновидное с углом раствора  $39^\circ$ , нижняя часть развертки — область критического сечения, верхняя — область резонатора за выходным сечением (аналогично рис. 3, б).



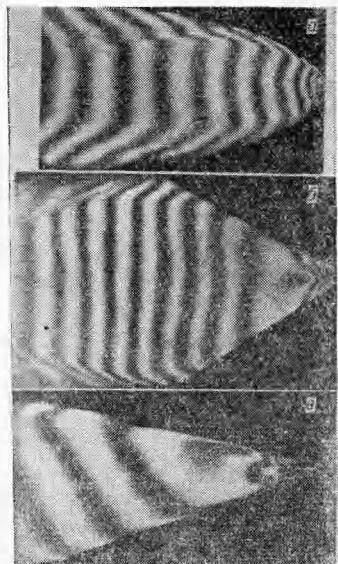


Рис. 6. Интерферограммы, иллюстрирующие однородность поля плотности при квазистационарном истечении в соплах различной конфигурации.  
а) сопло контурное непрофилированное,  $h_*=1,6$  мм;  
б) сопло клиновидное с углом раствора  $60^\circ$ ;  
в) то же, угол раствора  $30^\circ$ ,  $h_*=2$  мм.

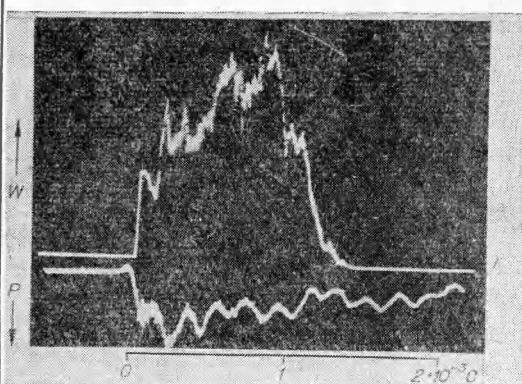


Рис. 8. Типичные осциллограммы изменения интенсивности генерации и давления в «форкамере».

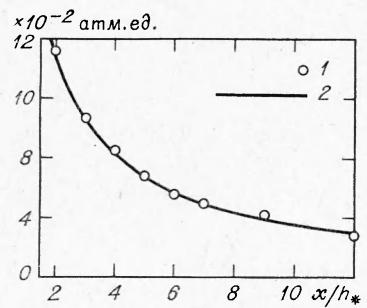


Рис. 7. Сопоставление измеренного (1) и расчетного (2) распределения плотности вдоль сопла (центральная область). Смесь  $\text{CO}_2+5\text{N}_2+4\text{He}$ , плотность в «форкамере» 1,4 атм. ед., угол раствора сопла  $60^\circ$ .

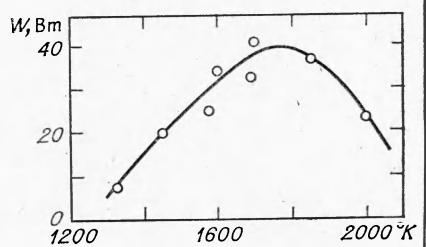


Рис. 9. Типичная зависимость мощности генерации от температуры смеси перед истечением. Давление в «форкамере» 10 атм, сопло контурное,  $h_*=1,6$  мм, смесь  $\text{CO}_2+4\text{N}_2+5\text{He}$ .

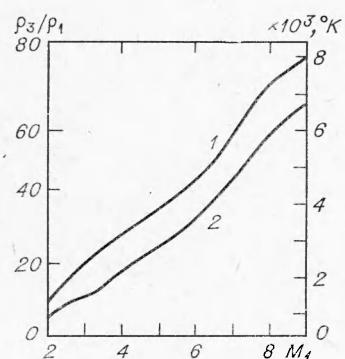


Рис. 10. Ударная адиабата для отраженной волны в смеси  $\text{CO}_2+5\text{N}_2+4\text{He}$  (расчет),  $p_1=0,05$  атм.  
1 — плотность; 2 — температура.

четко указывает, что интенсивность выходящего пучка и время генерации строго контролируются состоянием газа в «форкамере». Уровень выходной мощности существенно зависит от качества изготовления и коэффициента отражения зеркал и может изменяться в пределах от 10 до 300 Вт.

На рис. 9 приведены результаты измерения мощности импульса генерации для различных температур в «форкамере» при постоянном давлении за отраженной ударной волной. Температура газа определялась расчетным путем из измерений скорости проходящей волны. Данные численных расчетов ударных адиабат для смеси  $\text{CO}_2+5\text{N}_2+4\text{He}$  приведены на рис. 10.

### Влияние скорости замораживания

Характерное время релаксации «связанного» возбужденного состояния молекул  $\text{CO}_2(001)$  и  $\text{N}_2(V=1)$  при давлениях порядка 10 атм и температурах 1500—2000° К для смеси  $0,1\text{CO}_2+0,9\text{N}_2$  составляет около 1 мкс [12, 13]. Темп изменения поступательной температуры газа вдоль оси квазидномерного сопла определяется быстротой изменения площади его поперечного сечения. В приближении идеального газа, имеющего постоянное отношение теплоемкостей, зависимость температуры от площади сечения (в данном случае от высоты сопла  $h$ ) определяется следующим соотношением:

$$\frac{\gamma+1}{2} \frac{T}{T_3} = \left[ \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \frac{h_*^2}{h^2 \left( 1 - \frac{T}{T_3} \right)} \right]^{\frac{\gamma-1}{2}}, \quad (1)$$

где  $T_3$  — температура газа до истечения, а  $h_*$  — высота критического сечения двумерного сопла.

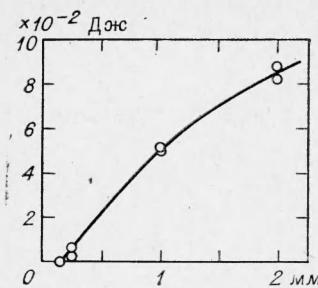
Характерное расстояние вдоль сопла, на котором должны быть обеспечены условия «замораживания», определим как некоторую длину, на которой соответствующим изменением сечения можно обеспечить достаточно сильное изменение поступательной температуры:

$$\frac{\Delta T}{T} \approx 1. \quad (2)$$

Для численной оценки выберем смесь  $\text{CO}_2+5\text{N}_2+4\text{He}$  и возьмем  $\gamma=1,5$ . Тогда из (1) следует, что состояние  $T=\frac{1}{2}T_*$ , соответствующее выполнению критерия (2) в сверхзвуковой области сопла, будет достигнуто на расстояниях (1,1—2,4)  $h_*$  от критического сечения соответственно для диапазона углов раствора от 60 до 30°. Средняя скорость потока на этом участке  $u \approx 1,4u_* \approx 1500$  м/с, поэтому время «замораживания» будет изменяться соответственно в пределах  $(0,7 \div 1,6) \cdot 10^{-5} h_*$  с/см. Следовательно, условие  $\tau_{\text{замор}} \leq 10^{-6}$  с для клиновидного сопла с углом раствора 60° и для  $p_* \approx 0,5p_3 = 10$  атм будет выполнено для  $h_* \leq 1,4$  мм. Следует заметить, что для ориентировочных оценок в [3, 8, 11] предлагается критерий  $p_3h_* \leq 1$  см·атм.

Вообще говоря, оценка времени «замораживания» по схеме квазидномерного течения должна была бы быть довольно приближенной и ограниченной, так как реальная модель течения включает в себя сложную структуру волн разрежения, пристеночные эффекты и неопределенность в положении эффективной «критической» поверхности в неравновесном потоке. Однако, как показали интерферометрические измерения (см. рис. 6), квазидномерная схема все же неплохо описывает свойства реального течения в сопле.

Для иллюстрации влияния времени «замораживания» приведем результаты экспериментальных наблюдений зависимости мощности и



Rис. 11. Зависимость энергии выходящего пучка от размера критического сечения сопла. Во всех опытах  $T_3 = 1650^\circ\text{K}$ ,  $p_3 = 15$  атм, сопло профилированное, смесь  $\text{CO}_2 + 5\text{N}_2 + 4\text{He}$ .

полней энергии генерации при истечении смеси  $\text{CO}_2 + 5\text{N}_2 + 4\text{He}$  через сопла с различными значениями высоты критического сечения  $h_*$ . Высота выходного сечения сопла в этих опытах сохранялась постоянной  $h_5 = 20$  мм, начальное давление смеси  $p_3 = 15$  атм,  $T_3 = 1650^\circ\text{K}$ . На рис. 11 приведены данные измерений полной энергии выходного пучка при истечении смеси для диапазона изменения  $h_*$  от 0,15 до 2 мм. Генерация наблюдалась при  $h_* \geq 0,25$  мм. Наблюдаемый рост энергии (и мощности) генерации при увеличении  $h_*$  определяется ростом конечной плотности газа и соответствующим увеличением колебательной энергии и показателя усиления среды в области оптического резонатора, причем при неизменном значении  $p_3$  конечная плотность практически пропорциональна  $h_*$ . В самом деле, аналогично (1) можно найти следующее соотношение, связывающее изменение плотности с отношением критического и выходного сечений сопла:

$$\frac{h_*}{h_5} = \left[ \left( \frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \sqrt{\frac{(\gamma + 1) \left[ 1 - \left( \frac{p_5}{p_1} \right)^{\gamma - 1} \right]}{\gamma - 1}} \cdot \frac{p_5}{p_1} \right]. \quad (3)$$

Нетрудно видеть, что для рассматриваемого здесь диапазона изменения  $h_*/h = 0,01 \div 0,1$  с точностью порядка 3%, для  $\gamma = 1,45$  можно считать  $p/p_1 = 0,27h_*/h$ .

Из рис. 11 следует, что увеличение энергии выходного пучка продолжается до  $h_* = 2$  мм, хотя при  $h_* = 2$  мм уже видна тенденция отклонения от пропорциональной зависимости. Если следовать результатам численного моделирования процесса, выполненного в [8, 11], то при  $p_3 = 15$  атм изменение  $h_*$  в пределах от 0,25 до 2 мм должно было бы привести к уменьшению плотности «замороженной» энергии, а следовательно, и энергии выходного пучка примерно наполовину. Из рис. 11 видно, что этот эффект существенно ниже и составляет менее 25%, если оценивать его по степени отклонения от пропорциональной зависимости энергии от  $h_*$ .

В заключение авторы считают приятным долгом выразить признательность Ю. А. Якоби за полезные обсуждения и В. Н. Мирскому за помощь в проведении термодинамических расчетов.

Поступила в редакцию  
13/III 1973

#### ЛИТЕРАТУРА

- D. M. Kuehn, D. J. Monson. Appl. Phys. Lett., 1970, **16**, 48.
- A. П. Дронов, А. С. Дьяков и др. Письма в ЖЭТФ, 1970, **11**, 516.
- E. T. Gege. IEEE Spectrum, 1970, **11**, 51; AIAA Paper 1971, No. 71—23.
- В. Н. Карношин, Р. И. Солоухин. ФГВ, 1972, **8**, 2, 163.
- A. K. Oppenheim, P. A. Urtiew, A. J. Laderman. Archiwum Budowy Maszyn (Warszaw), 1964, **11**, 441.
- C. E. Smith. J. Fluid Mech., 1966, **24**, 625.
- D. M. Kuehn. Appl. Phys. Lett., 1972, **21**, 112.
- J. D. Anderson, E. L. Harris. AIAA Paper, 1972, No. 72—143.
- V. N. Croshko, R. I. Soloukhin, P. Wolanski. Optics Communications, 1972, **6**, 275.
- A. Schneiderman, I. Itzkan. P. Appl. Phys., 1970, **41**, 2253.
- R. A. Greenberg, A. M. Schneiderman, a. o. AIAA J. 1972, **10**, 1494.
- R. L. Taylor, S. Bitterman. J. Chem. Phys., 1969, **50**, 1720.
- Yu. Sato, S. Tsuchiya. J. Phys. Soc. Japan, 1972, **33**, 1120.