

4. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979.
5. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. О гидродинамическом тепловом взрыве. — ДАН СССР, 1965, т. 163, № 1.
6. Вольперт А. И., Худяев С. И. Анализ в классах разрывных функций и уравнения математической физики. М.: Наука, 1975.
7. Мирзаджанзаде А. Х. Вопросы гидродинамики вязкопластичных и вязких жидкостей в нефтедобыче. Баку: АзНИИнефть, 1959.
8. Крейн М. Г. О несимметричных осцилляционных функциях Грина обыкновенных дифференциальных операторов. — ДАН СССР, 1939, т. 25, № 643.

УДК 532.135

САМОРАЗОГРЕВ ПРИ ДЕФОРМИРОВАНИИ СТРУКТУРИРОВАННЫХ ТЕКУЧИХ СИСТЕМ

*Л. М. Буцацкий, С. В. Маклаков,
А. М. Столин, С. И. Худяев
(Черноголовка)*

Саморазогрев жидкости в ходе деформирования может качественно изменить кривую течения — зависимость напряжения от скорости сдвига. Даже для ньютоновской жидкости эта зависимость в условиях саморазогрева может стать нелинейной. Именно с этим связано, например, явление гидродинамического теплового взрыва [1, 2]. При реологической трактовке результатов вискозиметрического эксперимента важно отделить влияние саморазогрева от влияния внутренних свойств жидкости. С этой целью эксперимент следует либо проводить в заведомо изотермических условиях, что сужает диапазон измерений, либо вводить учет саморазогрева в схему расчета характеристик жидкости. Последнее проще всего обеспечивается в условиях пространственной однородности температуры, что реализуется, например, в вискозиметре постоянного давления (момента) [3].

В данной работе исследовано поведение структурированных текучих систем в условиях саморазогрева, выделены физически различные режимы течения, определены области параметров, отвечающие различным типам реологических кривых, установлены критические условия структурного «воспламенения» и «потухания» и гидродинамического теплового взрыва структурированных систем.

1. Постановка задачи. Рассмотрим неизотермическое течение двухкомпонентной жидкости с взаимным превращением компонентов [4, 5]. Математическая формулировка задачи, кроме реологического и кинетических уравнений [4, 5], включает в себя уравнение теплового баланса, учитывающее диссипативное тепловыделение, тепловыделение в процессе структурных превращений и отвод тепла через боковые стенки:]

$$(1.1) \quad \dot{\gamma} = \{aF_{01}\exp[\omega_1(T - T_0)] + (1 - a)F_{02}\exp[\omega_2(T - T_0)]\}\tau;$$

$$(1.2) \quad \dot{a} = -k_{10}a \exp\left(-\frac{E_1 - p\tau - q\dot{\gamma}^2}{RT}\right) + k_{20}(1 - a) \exp\left(-\frac{E_2}{RT}\right);$$

$$(1.3) \quad c\rho\dot{T} = \tau\dot{\gamma} - \alpha(S/V)(T - T_0) + Q\dot{a},$$

где τ , $\dot{\gamma}$ — напряжение и скорость сдвига; F_{0i} — текучести компонентов; a — доля компонента с наименьшей текучестью; ω_i — константа, характеризующая энергию активации вязкого течения i -го компонента; R — универсальная газовая постоянная; T — абсолютная температура; T_0 — температура окружающей среды; α — эффективный коэффициент теплоотдачи; S , V — поверхность и объем жидкости; c , ρ — теплоемкость и плотность; k_{10} , k_{20} — константы скоростей процессов разрушения и восстановления структуры соответственно; E_i — энергия активации этих процессов; p , q — константы, характеризующие соответственно интенсивность разрушения и ориентационный поворот структурной единицы; t — время; Q — тепловой эффект структурных превращений.

Для констант скоростей k_i приняты зависимости от температуры в виде закона Аррениуса:

$$k_i = k_{i0} \exp(-E_i/RT).$$

Зависимость вязкости от температуры выберем по закону Рейнольдса:

$$\eta_i = \eta_{0i} \exp[-\omega_i(T - T_0)].$$

В настоящем рассмотрении учитывается влияние сдвигового деформирования лишь на процесс разрушения структуры.

Уравнения (1.1)–(1.3) предполагают отсутствие распределения по пространству (однородность) входящих в эти уравнения характеристик жидкости.

Выберем удобные для дальнейшего анализа безразмерные переменные и параметры:

$$D = \sqrt{\frac{q}{RT_0}} \dot{\gamma}, \quad \sigma = \sqrt{\frac{q}{RT_0}} F_{02} \tau, \quad \Theta = \frac{E_2(T - T_0)}{RT_0^2},$$

$$\lambda = F_{01}/F_{02}, \quad \beta = RT_0/E_2, \quad u_i = \omega_i RT_0^2/E_2, \quad \xi = (E_1 - E_2)/E_2,$$

$$\mu = \frac{p}{F_{02} \sqrt{qRT_0}}, \quad \varepsilon = \frac{E_2}{\alpha(S/V) q T_0 F_{02}}, \quad \kappa = \frac{k_{10}}{k_{20}} \exp\left(-\frac{E_1 - E_2}{RT_0}\right).$$

Введем также характерные времена теплоотвода t_0 , тепловыделения t_1 и структурного превращения t_2 :

$$t_0 = c\rho/\alpha(S/V), \quad t_1 = c\rho T_0 q F_{02}/E_2, \quad t_2 = 1/k_{20}.$$

Тогда уравнения (1.1)–(1.3) принимают вид

$$D = [a\lambda \exp(u_1\Theta) + (1-a)\exp(u_2\Theta)]\sigma,$$

$$t_2 \dot{a} = -\kappa a \exp\left[\frac{(\xi+1)\Theta + \mu\sigma + D^2}{1+\beta\Theta}\right] + (1-a) \exp\left(\frac{\Theta}{1+\beta\Theta}\right),$$

$$\dot{\Theta} = \sigma D/t_1 - \Theta/t_0 + QaE_2/(c\rho RT_0^2).$$

2. Качественный анализ. Качественный анализ модели естественно провести при некоторых упрощающих предположениях. Будем считать $u_2 = 1$ (это равносильно предположению о близости энергий активации вязкого течения и процесса восстановления структуры). Влияние параметров λ и μ обсуждено ранее [4, 5], для удобства и некоторых не принципиальных упрощений положим $\lambda = \mu = 0$. В дальнейшем нас интересует стационарная система уравнений, которая принимает вид

$$(2.1) \quad D = (1-a)\sigma \exp \Theta;$$

$$(2.2) \quad 1-a = \kappa \exp[(\xi\Theta + D^2)/(1+\beta\Theta)];$$

$$(2.3) \quad \Theta = \delta\sigma D.$$

В данной работе основное внимание уделяется выяснению влияния на реологическую кривую $\sigma(D)$ параметров κ и δ , имеющих смысл интенсивности структурных превращений и диссипативного тепловыделения соответственно. Предельный случай $\delta = 0$ соответствует изотермическому течению и рассмотрен в [4, 5]. Исключая a и Θ из (2.2), (2.3), получим $\sigma(D)$ в неявном виде

$$(2.4) \quad \Phi \equiv \sigma - (k^{-1} + 1) D \exp(-\delta\sigma D) = 0, \quad k = \kappa \exp\left(\frac{\xi\delta\sigma D + D^2}{1+\beta\delta\sigma D}\right).$$

Условие существования экстремума кривой $\sigma(D)$ $d\sigma/dD = 0$ и эквивалентное ему $\partial\Phi/\partial D = 0$ после некоторых преобразований приводится к виду

$$(2.5) \quad (k+1)(1-\delta\sigma D) = [D^2(2+\beta\delta\sigma D) + \xi\delta\sigma D](1+\beta\delta\sigma D)^{-2}.$$

В дальнейшем будем рассматривать случай $0 < \xi \leq 1$. Этот интервал изменения ξ наиболее интересен с физической точки зрения. Положительность значений ξ означает, что в отсутствие деформирования энергия активации процесса разрушения структуры больше энергии активации процесса ее восстановления. При близких предэкспоненциальных множителях

это означает, что при $\sigma = D = 0$ в жидкости существует исходная структура (скорость процесса восстановления больше скорости процесса разрушения). При деформировании происходит эффективное снижение энергии активации E_1 , скорость разрушения структуры увеличивается и равновесие смещается в сторону конечной структуры. Ограничение $\xi \leq 1$ предполагает, что энергии активации E_1 и E_2 несильно отличаются друг от друга. В противном случае влияние деформирования несущественно.

При этих ограничениях уравнение (2.5) всегда разрешимо и в зависимости от параметров κ и δ может иметь до трех корней в интервале $0 < D < 1/\delta\sigma$ (соответственно $0 < \Theta < 1$). Как это будет видно из дальнейшего, наличие трех экстремумов указывает на возможность существования реологической кривой с двумя максимумами и одним минимумом.

Границу, разделяющую реологические кривые с одним и двумя максимумами, можно определить из условия вырождения кривой $\sigma(D)$

$$\Phi(\sigma, D) = 0, \quad \sigma'_D = 0, \quad \sigma''_{DD} = 0.$$

Последнее уравнение и эквивалентное ему $\partial^2 \Phi / \partial D^2 = 0$ можно привести к виду

$$(2.6) \quad k\{(1 - \Theta)[D^2(2 + \beta\Theta) + \xi\Theta] - \Theta(1 + \beta\Theta)^2\} = \\ = 4D^2 + \Theta(\xi - \beta D^2)(1 - \beta\Theta)/(1 + \beta\Theta) + \Theta(1 + \beta\Theta)^2.$$

Учитывая (2.3), из (2.5), (2.6) удастся найти явную зависимость $D^2(\Theta)$:

$$(2.7) \quad D^2 = -A + \sqrt{A^2 - B}, \quad A = [\xi\Theta - (1 - \Theta)(1 + \beta\Theta)/2 - \\ - \Theta(1 + \beta\Theta)^2/2(1 - \Theta) - 2(1 + \beta\Theta)^2/(2 + \beta\Theta) + \beta\Theta(1 - \beta^2\Theta^2)/ \\ /2(2 + \beta\Theta)]/(2 + \beta\Theta), \\ B = \xi \frac{\xi\Theta^2(1 + \beta\Theta) - \Theta(1 - \Theta)(1 + \beta\Theta)^2 + \Theta^2(1 + \beta\Theta)^2(1 - \Theta) + (1 - \beta^2\Theta^2)\Theta}{(2 + \beta\Theta)^2},$$

что позволяет получить искомую границу в параметрическом (по параметру Θ) виде

$$(2.8) \quad \kappa = k \exp \left[- \frac{\xi\Theta + D^2(\Theta)}{1 + \beta\Theta} \right];$$

$$(2.9) \quad \delta = (k^{-1} + 1)D^{-2}(\Theta) \Theta \exp \Theta.$$

В области рассматриваемых значений ξ ($0 < \xi \leq 1$) подкоренное выражение в (2.7) положительно. Действительно, для $\beta = 0$ область значений, где $A^2 - B \geq 0$, описывается следующим неравенством:

$$\xi \leq (\Theta^2 - 3\Theta + 3)^2/[4\Theta(1 - \Theta)^2] = \xi^*(\Theta).$$

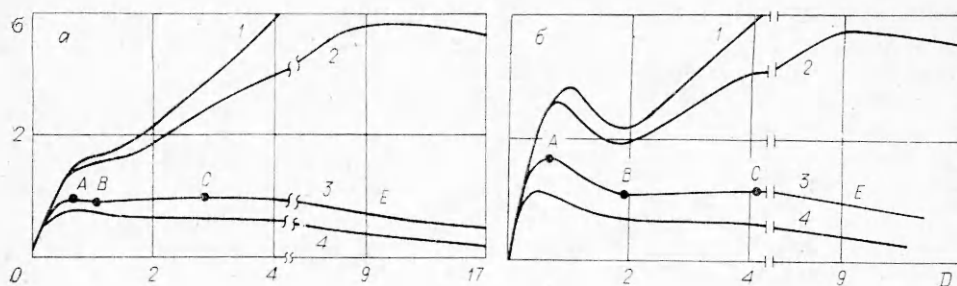
Функция ξ^* в области $\Theta < 1$ имеет минимум $\xi^*_0 = 6,125$. Учет $\beta \neq 0$, как показывают численные расчеты, приводит к возрастанию ξ^*_0 . Можно также показать, что решения типа $-A - \sqrt{A^2 - B}$ отрицательны в рассматриваемой области значений ξ .

3. Реологическая кривая в условиях саморазогрева. Из (2.4) вытекают следующие предельные соотношения:

$$\lim_{D \rightarrow 0} \sigma(D) = 0, \quad \lim_{D \rightarrow \infty} \sigma(D) = 0.$$

Второе соотношение означает, что в отличие от изотермического случая, когда $\sigma(D) \rightarrow \infty$ при $D \rightarrow \infty$, для неизотермического течения в области достаточно больших скоростей сдвига характерно снижение сопротивления деформированию с ростом D [6].

Такое снижение в определенном диапазоне возрастания D также может быть обусловлено и процессом структурных превращений [4, 5]. Можно ожидать как раздельное, так и совместное влияние структурных и тепловых факторов на кривую течения.



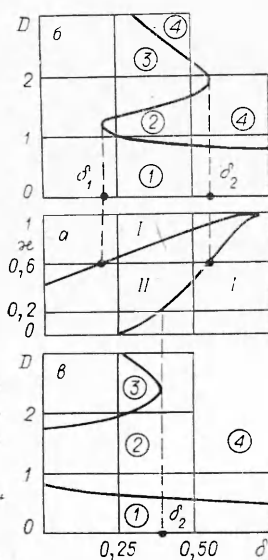
Ф и г. 1

На фиг. 1, а, б показано изменение вида реологической кривой с ростом параметра δ (он увеличивается с номером кривой, $\delta = 0,025$ и $0,75$ — кривые 2 и 4 соответственно). Кривые 1 на фиг. 1, а, б соответствуют изотермическому течению ($\delta = 0$), но разным значениям κ ($\kappa = 0,6 > \kappa_*$ (λ) на фиг. 1, а, $\kappa = 0,2 < \kappa_*$ (λ) на фиг. 1, б, о величине κ_* (λ) см. [4, 5]).

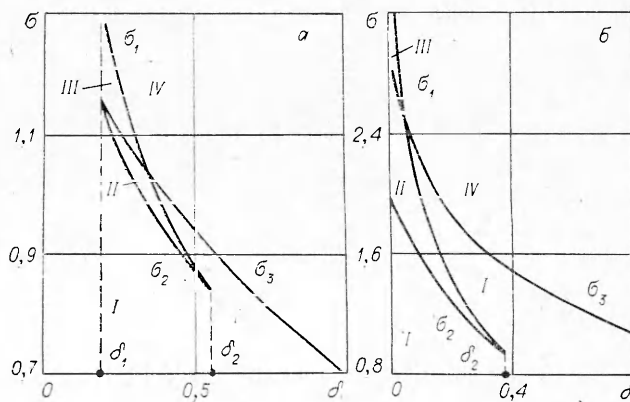
В общем случае реологическая кривая $\sigma(D)$ имеет два максимума (кривая 3 на фиг. 1, а, б, $\delta = 0,37$ и $0,25$ соответственно). Первый из них (при меньших D) обусловлен структурными превращениями, второй — неизотермичностью течения [4—6]. Минимум на этой кривой обусловлен насыщением процесса структурных превращений. Этот случай реологической кривой реализуется при условии, что температурная нелинейность вязкости проявляется после насыщения структурного процесса. Если в ходе саморазогрева жидкости температурная нелинейность вязкости проявляется раньше, то реологическая кривая может иметь лишь один экстремум (кривые 4, фиг. 1, а, б).

Различный вид реологических кривых можно получить изменением теплового параметра δ , граница (2.8), (2.9) разделяет плоскость параметров κ , δ на области, соответствующие каждому типу кривой. Конкретный расчет этой границы приведен на фиг. 2, а. В области II реализуются кривые $\sigma(D)$ с двумя максимумами, в области I — с одним. При изменении δ в зависимости от выбранного κ возможны переходы II—I ($\kappa < \kappa_*(\lambda)$) и I—II—I ($\kappa > \kappa_*(\lambda)$) между областями. В последнем случае при деформировании в неизотермических условиях возможно появление на реологической кривой структурного максимума, несмотря на отсутствие такого в изотермическом случае (фиг. 1, б, кривые 1—3).

Отдельные участки реологической кривой соответствуют физически различным режимам течения структурированной жидкости. Условно в качестве границы между ними выберем координаты экстремумов кривой $\sigma(D)$ (точки A, B и C



Ф и г. 2



Ф и г. 3

на кривых 3, фиг. 1, а, б). Тогда ветвь OA соответствует изотермическому режиму течения, AB — интенсивному структурному процессу, BC — течению с предельно разрушенной структурой, CE — неизотермическому течению. Отметим, что в режиме деформирования $D = \text{const}$ при возрастании D последовательно реализуются все выделенные режимы течения.

Совместным решением уравнений (2.3)—(2.5) можно определить области параметров, соответствующие различным режимам течения. При фиксированном κ ($\kappa = 0,2$ и $\kappa = 0,6$) в соответствии с режимами деформирования $D = \text{const}$ и $\sigma = \text{const}$ эти области целесообразно строить в плоскостях параметров $D - \delta$ и $\sigma - \delta$. На фиг. 2, б, в крайние ветви кривой $D(\delta)$ соответствуют максимумам, а промежуточная — минимуму кривой $\sigma(D)$. Кривая $D(\delta)$, а также прямые $\delta = \delta_1$ и $\delta = \delta_2$ (точки слияния экстремумов) выделяют области раздельного влияния структурных и тепловых факторов на кривую течения. Этим областям соответствуют выделенные режимы течения: область I — изотермический режим, 2 — структурный режим, 3 — режим течения с предельно разрушенной структурой, 4 — неизотермический режим. Заметим, что в областях $\delta < \delta_1$ и $\delta > \delta_2$ (фиг. 2, б, в) не удастся выделить характерные режимы, что указывает на совместное влияние структурных и тепловых факторов на кривую течения.

Важно отметить, что диаграмма $D(\delta)$ для режима деформирования $D = \text{const}$ позволяет указывать диапазон измерений, приблизительно соответствующий изотермическим условиям — область I . Граница этой области показывает, что этот диапазон увеличивается с уменьшением δ , что может быть достигнуто уменьшением зазора между цилиндрами ротационного вискозиметра, а также увеличением температуры окружающей среды.

4. Критические явления. В режиме деформирования жидкости при постоянном напряжении сдвига $\sigma = \text{const}$ в неизотермических условиях возможны такие критические явления, как гидродинамический тепловой взрыв [1, 2] (исчезновение стационарного состояния) или гидродинамические аналоги воспламенения и потухания [6, 7] (скачкообразные переходы с одного стационарного состояния в другое при малом изменении параметров). При этом обычно критические условия прямого и обратного переходов не совпадают и они имеют гистерезисный характер. Для структурированной жидкости такие переходы возможны даже в изотермическом случае [4, 5] и обусловлены процессом структурных превращений. По аналогии такое гистерезисное критическое явление можно назвать структурным «воспламенением» и «потуханием».

При неизотермическом течении структурированной жидкости саморазогрев приводит не только к падению вязкости, но и к интенсификации процесса структурных превращений. Можно выделить два механизма влияния саморазогрева на этот процесс. Во-первых, «кинетический», когда структурный процесс «ускоряется» вследствие зависимости констант скоростей от температуры. Во-вторых, «гидродинамический», в котором изменение гидродинамических характеристик (σ и D) вследствие температурной зависимости вязкости также приводит к «ускорению» структурного процесса. Действие этих механизмов приводит, например, к появлению области неединственности стационарных состояний, характерной для явлений типа воспламенения — потухания (фиг. 3, а, б, область II) при $\delta > \delta_1$, когда в изотермическом случае ($\delta = 0$) стационарное состояние единственно.

Кривые $\sigma_1(\delta)$ и $\sigma_2(\delta)$ на фиг. 3, а, б представляют собой геометрическое место соответственно теплового и структурного максимумов, $\sigma_2(\delta)$ — минимума на реологической кривой. Вместе с прямыми $\delta = \delta_1$ и $\delta = \delta_2$ эти кривые выделяют области, соответствующие различным режимам течения: область I — низкотемпературный режим течения, II — область неединственности стационарных состояний, III — режим течения с предельно разрушенной структурой, IV — отсутствие стационарных режимов течения.

Если в режиме течения $D = \text{const}$ всегда существует единственное стационарное состояние, то в режиме $\sigma = \text{const}$, как видим, возможны как неединственность, так и отсутствие стационарных состояний. Кривые $\sigma_1(\delta)$, $\sigma_2(\delta)$ и $\sigma_3(\delta)$ (см. фиг. 3) определяют критические условия смены режимов. В частности, критическое условие потери стационарного состояния («взрыва») определяется кривой

$$\sigma_*(\delta) = \max \{ \sigma_1(\delta), \sigma_3(\delta) \}$$

(граница области IV).

Заметим, что о гидродинамическом тепловом взрыве (ГТВ) можно говорить лишь в области $\sigma_1(\delta) > \sigma_3(\delta)$. В этой области процесс структурных превращений успевает пройти задолго до начала влияния неизотермичности течения, и для расчета критических условий ГТВ можно с большой точностью (ошибка менее 0,1%) использовать выражение $\sigma_*(\delta) = (e\delta)^{-1/2}$, полученное для случая ньютоновской жидкости [6]. При обратном неравенстве критический переход в область IV обусловлен как тепловыми, так и структурными факторами. В этом случае из уравнений (2.3), (2.8), (2.9), определяющих критические условия ГТВ, удастся получить асимптотику $\sigma_*(\delta)$ при больших δ :

$$(4.1) \quad \sigma_*(\delta) = \sqrt{s_0/(\delta + s_1)}, \quad s_0 = \Theta_0(k_0^{-1} + 1) \exp(-\Theta_0), \quad k_0 = \kappa \exp \Theta_0$$

Предвзрывной разогрев можно рассчитать по формуле

$$(4.2) \quad \begin{aligned} \Theta_*(\delta) &= \Theta_0 - \Theta_1/(\delta + s_1), \\ \Theta_1 &= \Theta_0^2 s_0^{-2} (k_0 + 1)^{-1} \left[\frac{\Theta_0 k_0}{k_0 + 1} - 2 \right] \left[\frac{1}{\Theta_0} - \frac{\Theta_0 k_0 \xi}{(k_0 + 1)^2} \right]^{-1}, \\ s_1 &= s_0 \Theta_0 \left(\frac{1}{\Theta_0} - 1 - \frac{\xi}{k_0 + 1} \right) - \frac{\Theta_0/s_0^2}{k_0 + 1}. \end{aligned}$$

Величина Θ_0 находится из решения трансцендентного уравнения

$$\Theta_0 = [1 + \xi/(k_0 + 1)]^{-1}.$$

Практически (4.1), (4.2) удовлетворительно описывают $\sigma_*(\delta)$ и $\Theta_*(\delta)$ уже при $\delta \geq 0,2$ (ошибка менее 0,5%).

Фиг. 1—3 приведены для случая $\beta = 0$, $\xi = 1$, однако учет $\beta \neq 0$ не приводит к существенным количественным изменениям полученных кривых (максимальное относительное отклонение не превышает β).

Поступила 6 VIII 1982

ЛИТЕРАТУРА

1. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. О гидродинамическом тепловом взрыве. — ДАН СССР, 1965, т. 163, № 1.
2. Мержанов А. Г., Столин А. М. К тепловой теории течения вязкой жидкости. — ДАН СССР, 1971, т. 198, № 6.
3. Мержанов А. Г., Посецельский А. П. и др. Экспериментальное осуществление гидродинамического теплового взрыва. — ДАН СССР, 1973, т. 210, № 1.
4. Буцацкий Л. М., Манелис Г. Б. и др. К теории процесса структурных превращений в текучих системах. — Инж.-физ. журнал, 1981, т. 40, № 12.
5. Столин А. М., Худяев С. И., Буцацкий Л. М. К теории сверханомалии вязкости структурированных текучих систем. — ДАН СССР, 1978, т. 243, № 2.
6. Столин А. М., Малкин А. Я., Мержанов А. Г. Неизотермические процессы и методы в химии и механике полимеров. — Усп. химии, 1979, т. 48, № 8.
7. Столин А. М., Клевков В. И. О гидродинамических тепловых явлениях типа воспламенения и потухания. — В кн.: Горение конденсированных систем. Черноголовка, 1977.