

О РЕКОМБИНАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ В ПЛАЗМЕ, РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ В ПУСТОТУ

Н. М. Кузнецов, Ю. П. Райзер

(Москва)

Как отмечалось в работе одного из авторов [1], при расширении нагретого ионизованного газа в пустоту в некоторый момент обязательно нарушается ионизационное равновесие. Вскоре после этого момента, способ отыскания которого был указан в [1], акты ионизации становятся очень редкими, и в газе протекает лишь рекомбинация. В [1] принимались во внимание фоторекомбинация и тройные соударения с захватом электрона на основной уровень атома. При этом рекомбинация не шла до конца: расширяясь до бесконечности и охлаждаясь до нуля, газ оставался частично ионизованным.

В последние годы появились работы [2-7], в которых отмечается существенная роль тройных столкновений с захватом электронов на верхние уровни атомов. При низких температурах и не чрезмерно малых плотностях процесс рекомбинации имеет каскадный характер. Сначала электрон при тройном столкновении с ионом и другим электроном захватывается на один из верхних уровней атома. Затем под действием электронных ударов второго рода, а позднее — и в результате радиационных переходов связанный электрон спускается по энергетическим уровням на основной уровень атома. Коэффициент рекомбинации такого процесса зависит от электронной температуры T гораздо сильнее, чем при тройном соударении с захватом прямо на основной уровень (как $T^{-9/2}$ против T^{-1}), и при низких температурах каскадная рекомбинация протекает намного быстрее, чем захват на основной уровень. Это обстоятельство заставляет поставить под сомнение выводы работы [1], касающиеся остаточной ионизации при разлете плазмы в пустоту, и пересмотреть этот вопрос, который, как будет видно из дальнейшего, теперь в значительной степени усложняется.

1. Постановка задачи и исходные допущения. Представим себе одноатомный нагретый ионизованный газ, который сферически симметрично расширяется в пустоту. Будем интересоваться поздней, инерционной, стадией разлета, на которой внутренняя энергия уже в значительной степени превратилась в кинетическую энергию разлета, так что скорость разлета практически неизменна, и плотность газа падает с течением времени пропорционально $1/t^3$ [8]. Рассмотрим изменение степени ионизации α во времени при низких температурах после нарушения ионизационного равновесия и прекращения процессов ионизации. При этом будем считать, что в газе имеются только однократно заряженные ионы.

Скорость рекомбинации зависит от электронной температуры T . Последняя, вообще говоря, может отличаться от ионной (атомной) температуры T_i вследствие замедленного обмена энергией между электронами и тяжелыми частицами. Изменение температуры, в свою очередь, зависит от выделения тепла при рекомбинации, поэтому процесс описывается системой уравнений кинетики и энергии относительно неизвестных функций времени α , T и T_i .

Сопоставление коэффициентов фоторекомбинации [9] и рекомбинации в тройных столкновениях [4] показывает, что при не чрезмерно малых плотностях электронов, а именно при

$$N_e > 3.2 \cdot 10^9 (T^\circ / 10^3)^{3.75} \text{ 1 / см}^3$$

преобладает последняя.

Допустим, что в момент нарушения ионизационного равновесия это неравенство выполняется. Можно показать, что тогда и в течение всего

последующего процесса фоторекомбинация не будет играть роли. Не играет роли также и рекомбинация в тройных столкновениях с участием атома в качестве третьей частицы. Будем считать, что процесс дезактивации высоко возбужденного атома, который образуется при захвате электрона ионом, протекает быстро по сравнению со скоростью изменения электронной плотности и температуры (именно при этом условии и вычисляется коэффициент рекомбинации в работах [2-5]). В этом случае энергия рекомбинации выделяется немедленно вслед за актом захвата электрона ионом, т. е. тепловыделение в газе в данный момент определяется скоростью рекомбинации в этот момент — da/dt .

Будем полагать, что в тепло переходит только та часть энергии рекомбинации (E^* на один акт), которая передается электронам при дезактивации возбужденных атомов ударами второго рода.

Другая часть $I - E^*$ (I — потенциал ионизации) первоначально высвечивается в спектральных линиях. Некоторая доля этой энергии, вообще говоря, со временем также перейдет в тепло (в результате возможной ударной дезактивации атома, возбужденного резонансным излучением). Допустим, однако, что энергия $I - E^*$ полностью теряется газом. Это допущение тем более справедливо, чем прозрачнее газ. По отношению к непрерывному поглощению газ действительно прозрачен в стадии сильного расширения, которая нас интересует. До более поздней стадии разлета длится диффузия резонансного излучения. Этот эффект в настоящей работе учитываться не будет. Отметим лишь, что он может привести к увеличению тепловыделения в газе и к замедлению охлаждения и рекомбинации.

2. Уравнения кинетики рекомбинации и энергии. Пусть N — суммарное число атомов и ионов в см^3 , $\alpha = N_e / N$ — степень ионизации. Уравнение для N_e имеет вид

$$\frac{dN_e}{dt} = -\beta N_e^3 + \left(\frac{dN_e}{dt}\right)_+$$

Здесь член $(dN_e/dt)_+ = \alpha dN/dt$ связан с расширением газа, а константа скорости рекомбинации β , согласно [4], равна ¹

$$\beta = aT^{-9/2} \text{ см}^6 / \text{сек}, \quad a = 8.75 \cdot 10^{-27} \text{ см}^6 \text{сек}^{-1} \text{эВ}^{1/2} \quad (2.1)$$

Переходя от плотности N_e к степени ионизации, получим

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\beta N^2 \alpha^3 = -\frac{aN^2 \alpha^3}{T^{9/2}} \quad (2.2)$$

Уравнение баланса энергии электронного газа из расчета на один электрон имеет вид

$$\frac{d\varepsilon_e}{dt} + \frac{p_e}{\alpha} \frac{dV_1}{dt} = \frac{E^* + \varepsilon_e}{\alpha} \left(-\frac{d\alpha}{dt}\right) - \frac{3}{2} k \frac{T - T_i}{\tau_{ei}} \quad (2.3)$$

Здесь

$$\varepsilon_e = 3/2 kT, \quad p_e = N_e kT, \quad V_1 = 1/N$$

V_1 — объем, приходящийся на одну тяжелую частицу, τ_{ei} — характерное время обмена энергией между электронами и ионами ² (обмен с нейтральными атомами роли не играет). Имея в виду закон расширения

¹ Кулоновский логарифм особого вида, входящий в β , положим равным единице.

² Согласно [10]

$$\tau_{ei} = \frac{250 \mu T^{3/2}}{\alpha N \ln \Lambda} \text{ сек}$$

где μ — атомный вес ионов, $\ln \Lambda$ — кулоновский логарифм.

$N \sim t^{-3}$, $V_1 \sim t^3$, получим уравнение для электронной температуры

$$\frac{dT}{dt} + 2 \frac{T}{t} = \frac{(2E^*/3k) + T}{\alpha} \left(-\frac{d\alpha}{dt} \right) - \frac{T - T_i}{\tau_{ei}} \quad (2.4)$$

Аналогично составим уравнение для ионной (атомной) температуры

$$\frac{dT_i}{dt} + 2 \frac{T_i}{t} = \alpha \frac{T - T_i}{\tau_{ei}} \quad (2.5)$$

Если обмен энергией между электронами и ионами происходит быстро, что имеет место при не очень сильном расширении, $T \approx T_i$, и уравнения (2.4), (2.5) превращаются в одно уравнение для общей температуры

$$\frac{dT}{dt} + 2 \frac{T}{t} = \frac{(2E^*/3k) + T}{1 + \alpha} \left(-\frac{d\alpha}{dt} \right) \quad (2.6)$$

При очень сильном расширении, а именно, когда выполняется неравенство $\tau_{ei} > t$, обмен становится медленным, и газ тяжелых частиц, в котором не происходит тепловыделения, охлаждается скорее, чем электронный. В этой стадии $T_i \ll T$, и из уравнения (2.4) исчезает третья неизвестная функция $T_i(t)$. Можно показать, что в этой стадии передача энергии ионам вообще становится малой по сравнению с работой расширения и выделением тепла при рекомбинации, так что в пределе очень сильного расширения уравнение для электронной температуры принимает вид

$$\frac{dT}{dt} + 2 \frac{T}{t} = \frac{(2E^*/3k) + T}{\alpha} \left(-\frac{d\alpha}{dt} \right) \quad (2.7)$$

Посмотрим, каково асимптотическое поведение степени ионизации. Запишем формальное решение уравнения кинетики рекомбинации (2.2)

$$\alpha = \alpha_1 \left[1 + 2\alpha_1^2 \int_{t_1}^t \frac{dt N^2}{T^{9/2}} \right]^{-1/2} \quad (2.8)$$

(точка t_1 , α_1 , через которую проходит интегральная кривая, определяется начальными условиями [1]). Будем искать асимптотическое решение для электронной температуры в виде степенной функции времени $T \sim t^{-m}$. Если провести аналогию со случаем адиабатического расширения идеального газа, когда $T \sim N^{(\gamma-1)}$ (γ — показатель адиабаты), то, в силу закона расширения $N \sim t^{-3}$, получим следующую связь показателей: $m = 3(\gamma - 1)$.

Асимптотическое поведение степени ионизации α зависит от показателя m . Из (2.8) следует, что при $m < 10/9$ степень ионизации в пределе $t \rightarrow \infty$ стремится к постоянной величине, отличной от нуля. Если $m > 10/9$, степень ионизации асимптотически стремится к нулю по степенному закону $\alpha \sim t^{-3/(m-10/9)}$, а при $m = 10/9$ — по логарифмическому закону $\alpha \sim (\ln t)^{-1/2}$, т. е. в случае $m \geq 10/9$ остаточной ионизации нет.

Из-за отсутствия иных затрат тепловой энергии свободных электронов, кроме как на работу расширения¹, показатель m ограничен условием $m \leq 2$ ($m = 2$ соответствует $\gamma = 5/3$).

Таким образом, в отличие от [1], если электронный газ охлаждается достаточно быстро, рекомбинация не останавливается, несмотря на расширение, и степень ионизации может неограниченно уменьшаться. Но закон охлаждения сам зависит от выделения тепла при рекомбинации, и асимптотическое значение показателя m должно быть найдено путем решения системы уравнений кинетики и энергии. В этих уравнениях остается пока неопределенной зависимость E^* от T и N_e . Ее определению и будут посвящены следующие два параграфа.

¹ Потери на тормозное излучение малы.

3. Скорость дезактивации возбужденного атома ударами. При тройных столкновениях электроны захватываются на высокие уровни атома с энергиями связи $E_n \approx kT$. Будем для простоты рассматривать атом водорода. При низких температурах, которые здесь предполагаются, таким условиям соответствуют большие квантовые числа

$$n = \sqrt{I/E_n} \gg 1$$

Расстояния между уровнями

$$\Delta E_{n, n-1} \approx \left| \frac{dE_n}{dn} \right| = \frac{2E_n}{n}$$

здесь гораздо меньше kT .¹ Спонтанные радиационные переходы вначале играют малую роль, и энергия высоко возбужденного атома изменяется вследствие электронных ударов¹. Как известно [6], наиболее вероятными являются ударные переходы на ближайшие уровни, причем если $n \gg 1$, $\Delta E_{n, n-1} \ll kT$, то переходы «вверх» и «вниз» почти равновероятны (вероятности переходов с «перескоками» через уровни относительно очень малы). Изменение энергии оптического электрона в возбужденном атоме имеет характер «диффузии» по оси энергии, а «диффузионный поток» при рекомбинации направлен вниз, в сторону основного уровня [3]. Там, где расстояния между уровнями больше kT , переходы вниз более вероятны, чем переходы вверх, так что движение по энергетической оси имеет односторонний характер. Эффективной границей между областями диффузионного и одностороннего движения является точка на оси энергии, в которой $\Delta E_{n, n-1} = kT$. Энергия связи в этой точке равна

$$E' = \frac{1}{2} kT (2I/kT)^{1/3}.$$

Скорость излучения быстро возрастает по мере перехода электрона на более глубокие уровни (см. следующий параграф), и по достижении некоторой энергии связи E^* «ударная» дезактивация атома уступает место радиационной. Величина E^* , очевидно, и представляет собою ту среднюю энергию на один акт рекомбинации, которая непосредственно передается свободным электронам. Таким образом, для оценки E^* следует оценить и сравнить скорости ударного и радиационного спуска электрона по энергетическим уровням атома.

Процесс диффузии по энергетической оси описывается в работах [3, 4] на основе уравнения Фоккера-Планка² для функции распределения связанных электронов в фазовом пространстве $f(E, t)$

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -A(E) \frac{\partial j}{\partial E}, \quad j = -\frac{D}{A} \left(\frac{\partial f}{\partial E} - \frac{f}{kT} \right), \quad A(E) = \text{const } E^{3/2} \quad (3.1)$$

Величину D , имеющую смысл коэффициента диффузии по энергетической оси и вычисленную в [4], где она обозначается как $\frac{1}{2} \langle \Delta E^2 \rangle$, можно представить в форме

$$D \equiv \frac{\langle \Delta E^2 \rangle}{2} = \frac{3}{4} \frac{EkT}{\tau_{c2}} \quad (3.2)$$

¹ Условия, при которых образовавшийся очень высоко возбужденный атом с самого начала высвечивается, практически не реализуются. Причина этого состоит в том, что при таких условиях фоторекомбинация преобладала бы над рекомбинацией в тройных столкновениях. Но при фоторекомбинации электроны захватываются преимущественно на нижние уровни.

² В работах [3, 4] энергия $E < 0$; здесь E обозначает энергию связи, т. е. $|E|$.

Здесь $1/\tau_{ee}$ (с точностью до кулоновского логарифма) — частота «столкновений» между электронами в плазме¹

$$\frac{1}{\tau_{ee}} = N_e \langle v_e \rangle \pi r_0^2, \quad \frac{1}{\tau_{ee}} = 2.4 N_e (T^\circ)^{-3/2} \text{сек}^{-1}, \quad r_0 = \frac{e^2}{3/2 kT},$$

$$\langle v_e \rangle = \left(\frac{8kT}{\pi m_e} \right)^{1/2} \quad (3.3)$$

В работах [3,4] рассматривается стационарный процесс ($\partial f / \partial t = 0$) и вычисляется поток $j = \text{const}$, который и дает коэффициент рекомбинации. Для определения закона движения электрона по энергетической оси рассмотрим нестационарный случай. Умножим уравнение (2.1) на E и проинтегрируем по всему фазовому пространству Γ . При этом примем во внимание, что, согласно [3],

$$A(E) \int_{E=\text{const}} d\Gamma = dE$$

В соответствии с рассмотрением нестационарного движения электрона от источника, расположенного в области малых энергий связи, поставим граничное условие $f = 0$, $j = 0$ при $E \gg kT$.

Интегрируя получающееся уравнение по частям, найдем уравнение для средней энергии связи электрона

$$\langle E \rangle = \int E f d\Gamma / \int f d\Gamma$$

Это уравнение имеет вид

$$\frac{dE}{dt} = \frac{D}{kT} \left(1 + \text{const} \frac{kT}{E} \right) \quad (\text{const} \sim 1)$$

(здесь опущен знак усреднения $\langle \rangle$ у E).

Поскольку $E > kT$, второе слагаемое в правой части уравнения при дальнейших оценках опустим. Тогда при помощи (3.2) получим

$$\frac{dE}{dt} = \frac{D}{kT} = \frac{3}{4} \frac{E}{\tau_{ee}}, \quad kT < E < E' = \frac{1}{2} kT \left(\frac{2I}{kT} \right)^{1/3} \quad (3.4)$$

В области одностороннего движения $E > E'$, где преобладают дезактивационные переходы на соседние уровни, скорость изменения энергии связи электрона приближенно равна

$$\frac{dE}{dt} = \beta_{n, n-1} N_e \Delta E_{n, n-1}, \quad \Delta E_{n, n-1} > kT, \quad E > E' \quad (3.5)$$

Здесь $\beta_{n, n-1}$ — константа скорости дезактивационного перехода $n \rightarrow n-1$, $\beta_{n, n-1} N_e$ — вероятность перехода атома (в $1/\text{сек}$).

Величина $\beta_{n, n-1}$ выведена в работе [6] на основе квантовомеханической формулы для сечения обратного процесса — возбуждения атома электронным ударом. Коэффициент диффузии в диффузионной области был выведен в [4] на основе классической механики. Из-за различия подходов к вычислению dE/dt в двух областях при экстраполяции обоих выражений для dE/dt к границе между областями получается значительный разрыв, которого на самом деле, конечно, не существует. Для того чтобы обойти эту трудность, поступим следующим образом. Классическое уравнение Фоккера — Планка в области тесно расположенных уровней можно получить из квантового кинетического уравнения для

¹ В коэффициенте диффузии [4] присутствует кулоновский логарифм, который отличается от величины, входящей в выражение для частоты столкновений [10]. Он положен здесь равным единице.

чисел заполнения n -х состояний, N_n , если произвести в кинетическом уравнении обычное разложение с учетом того, что ¹ $\Delta E_{n,n-1} \ll E_n$, $\Delta E_{n,n-1} \ll kT$.

Получающийся при такой операции коэффициент диффузии оказывается равным

$$D_1 = \beta_{n,n-1} N_e (\Delta E_{n,n-1})^2$$

и имеет наглядный физический смысл.

Замечательно, что при $\Delta E_{n,n-1} \ll kT$ ($n \gg 1$) квантовомеханический коэффициент диффузии D_1 с точностью до численного множителя совпадает с классическим коэффициентом диффузии D по формуле (3.2) (D_1 оказывается в несколько раз больше, чем D). В случае $\Delta E_{n,n-1} \gg kT$, но еще в области больших квантовых чисел, общее выражение для $\beta_{n,n-1}$, выведенное в [6], можно представить в виде

$$(\beta_{n,n-1})_{\Delta E \gg kT} = (\beta_{n,n-1})_{\Delta E \ll kT} \frac{kT}{\Delta E_{n,n-1}}$$

Подставляя это предельное значение в формулу (3.5) и приближенно распространяя формулу на случаи, когда $\Delta E \gtrsim kT$, получим

$$\frac{dE}{dt} = (\beta_{n,n-1})_{\Delta E \ll kT} N_e kT, \quad \text{или} \quad \frac{dE}{dt} = \frac{D_1 kT}{(\Delta E_{n,n-1})^2} \quad (E > E')$$

Здесь D_1 — квантовомеханический коэффициент диффузии.

Для того чтобы не было разрыва при переходе из одной области в другую, подставим сюда вместо квантовомеханического — классический коэффициент диффузии ²

$$D = \frac{3}{4} \frac{EkT}{\tau_{ee}}$$

Замечая, что $(\Delta E_{n,n-1}) = 2E/n$, $n^2 = I/E$, найдем

$$\frac{dE}{dt} = \frac{3}{16} \frac{T}{\tau_{ee}} \left(\frac{kT}{E} \right)^2 \quad (E > E')$$

Подставим сюда $1/\tau_{ee}$ по формуле (3.3) и заменим $e^2 = 2Ia_0$. Получим окончательно

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{3} N_e \langle v_e \rangle \pi \left(\frac{a_0 I}{E} \right)^2 I, \quad \langle v_e \rangle = \left(\frac{8kT}{\pi m_e} \right)^{1/2} \quad (E > E') \quad (3.6)$$

Здесь $a_0 I / E$ — радиус орбиты, где энергия связи равна E .

4. Радиационные переходы и тепловыделение. В квазиклассическом приближении вероятность спонтанного радиационного перехода $n \rightarrow n'$ равна [8]

$$A_{n,n'} = \frac{8\pi^2 e^2 I^2}{m_e c^3 h^2} \frac{32}{3\pi} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{n^5 (n')^3} \left(\frac{1}{(n')^2} - \frac{1}{n^2} \right)^{-1} \quad (4.1)$$

¹ При этом

$$N_n = \frac{\Delta E_{n,n-1}}{dE} \int_{E=\text{const}}^{\infty} j(E) dE = \frac{j(E) \Delta E_{n,n-1}}{A(E)}$$

² Такая операция приводит к уменьшению dE/dt , т. е. вероятности дезактивационных переходов, в несколько раз по сравнению с [6]. Это обстоятельство является только благоприятным, так как формула [6] для $\beta_{n,n-1}$ дает завышенные значения: если применить формулу для сечения возбуждения электронным ударом, которая положена в основу вычисления $\beta_{n,n-1}$, к переходу $1 \rightarrow 2$ в атоме водорода, то получаются значения, примерно вдвое превышающие экспериментальное.

Как показывает сравнение с точными значениями, эта формула дает неплохую точность при любых n, n' .

Вероятность переходов на уровни $n' \ll n$ приближенно равна

$$A_{n, n' \ll n} \approx \frac{1.6 \cdot 10^{10}}{n^5 n'} = \frac{A_{n1}}{n'} \frac{1}{\text{сек}} \quad (4.2)$$

причем среди таких переходов наиболее вероятен переход в основное состояние $n' = 1$.

Вероятность перехода на соседние уровни $n' = n - \Delta n$ ($1 \leq \Delta n \ll n$) приближенно равна

$$A_{n, n-\Delta n} \approx \frac{0.8 \cdot 10^{10}}{n^5 \Delta n} \approx \frac{A_{n, n-1}}{\Delta n} \frac{1}{\text{сек}} \quad (4.3)$$

Среди таких переходов наиболее вероятен переход на ближайший уровень (заметим, что $A_{n1} = 2A_{n, n-1}$). Что касается переходов на уровни, промежуточные между ближайшим и основным, то при $n \gg 1$ вероятность их относительно невелика

$$A_{\min} = A_{n, n/\sqrt{3}} = A_{n, 1} \frac{2.6}{n}$$

Радиационные переходы образуют множество сложных каскадов, и строгое определение тепловыделения E^* возможно лишь на основе вычисления квазистационарной заселенности уровней атомов при рекомбинации с учетом как ударных, так и всевозможных радиационных переходов. Оценим E^* , рассматривая приближенно два наиболее характерных пути¹.

Сопоставим сначала скорость ударного спуска (dE/dt) и скорость «постепенного» радиационного спуска $(dE/dt)^\circ$, соответствующего переходам на соседние уровни. Последний процесс при $n \gg 1$ можно было бы рассматривать и на основе классической электродинамики, которая для скорости излучения электрона, вращающегося вокруг иона по круговой орбите, дает

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)^\circ = \frac{32}{3} \frac{E^4}{m_e^2 c^3 e^2} = 2.2 \cdot 10^{10} I \left(\frac{E}{I}\right)^4 \frac{\text{энергия}}{\text{сек}} \quad (4.4)$$

Эта величина в $1/4 \pi \sqrt{3}$ раз больше квантовой скорости излучения, соответствующей переходу только на ближайший уровень $h\nu_{n, n-1} A_{n, n-1}$.

Скорость постепенного радиационного спуска (4.4), быстро возрастающая при увеличении энергии связи, достигает скорости ударного спуска (3.3), (3.4) при энергии связи

$$E^* = I \times \begin{cases} 4.3 \cdot 10^{-4} N_e^{1/3} (T^\circ)^{-1/2} & (kT < E^* < E') \\ 3.1 \cdot 10^{-4} N_e^{1/3} (T^\circ)^{1/12} & (E^* > E') \end{cases} \quad (4.5)$$

$$E' = I \cdot 2.1 \cdot 10^{-4} (T^\circ)^{2/3}$$

Рассмотрим второй путь. В процессе ударной дезактивации все время существует вероятность «скачкообразного» радиационного перехода на основной уровень (или первый возбужденный с последующим переходом на основной) и выхода атома из игры. К некоторому моменту t^* от начала дезактивации суммарная за все время вероятность «скачка» достигает

¹ Рекомбинация с учетом каскадных ударных и радиационных переходов исследовалась численным методом в работе [5]. Однако в ней нет никаких данных о числах заполнения.

значительной величины — порядка единицы. Достигнутая к этому моменту энергия связи E_1^* представляла бы эффективное тепловыделение, если бы не существовало постепенной радиационной дезактивации. Очевидно, величину E_1^* можно определить из приближенного условия

$$\int_0^{t^*} A_{n1} dt = \int_{kT}^{E_1^*} A_{n1} \frac{dE}{(dE/dt)} \approx 1$$

При помощи (4.2), (3.4), (3.6) найдем

$$E_1^* = I \times \begin{cases} 1.5 \cdot 10^{-4} N_e^{2/5} (T^0)^{-1/5} & (E^* < E') \\ 2.1 \cdot 10^{-4} N_e^{2/11} (T^0)^{1/11} \left[1 - 1.3 \frac{(T^0)^{19/6}}{N_e} \right]^{2/11} & (E^* > E') \end{cases}$$

В широком диапазоне T и N_e величины E_1^* и E^* оказываются близкими, причем в большинстве случаев $E^* < E_1^*$, поэтому в качестве тепловыделения E^* возьмем величину (4.5), которая соответствует постепенному излучению. Формулу (4.5) следует применять с осторожностью, если величина E^* оказывается большой, скажем, порядка или больше $E_2 = 1/4 I$, так как все исходные формулы относились, вообще говоря, к случаю больших квантовых чисел. Вероятности переходов с уровня $n = 2$ на основной лучше оценить непосредственно

$$A_{21} = 0.66 \cdot 10^9 \text{ сек}^{-1}, \quad \beta_{21} N_e = N_e \langle v_e \rangle \sigma_{21} \frac{1}{\text{сек}}$$

Сечение дезактивации электронным ударом, которое следует из опыта, $\sigma_{21} \sim 10^{-17} \text{ см}^2$. Радиационные переходы $2 \rightarrow 1$ преобладают, если $N_e < 10^{20} (T^0)^{-1/2} 1/\text{см}^3$.

5. Кинетика рекомбинации. В качестве начальных условий для интегрирования системы уравнений кинетики рекомбинации и энергии возьмем параметры состояния плазмы в момент нарушения ионизационного равновесия. Этот момент t_1 и соответствующие значения температуры T_1 , плотности N_1 и степени ионизации α_1 можно приближенно оценить методом [1] при помощи уравнения¹

$$\left(\frac{d\alpha_p}{dt} \right)_{t=t_1} = \beta(T_1) N_1^2 \alpha_{p1}^3 \quad (5.1)$$

с учетом того, что α_1 близка к соответствующей равновесной степени ионизации α_{p1} , которая выражается через T_1 и N_1 по формуле Саха. При $\alpha_{p1} \ll 1$ уравнение (5.1) приближенно дает

$$\beta(T_1) N_1^2 \alpha_{p1}^2 t_1 = \frac{3}{2} (\gamma_1 - 1) \frac{I}{kT_1} \quad (5.2)$$

$$\left(N_1 = \frac{N^+}{4/3\pi (ut_1)^3} \right)$$

Здесь u — скорость разлета газового облака, N_1 — плотность атомов, N^+ — полное число исходных атомов в облаке [8]. К уравнению (5.2) присоединяется еще связь температуры и плотности, которая следует из закономерностей равновесной стадии разлета. Так, если разлет был адиабатическим и энтропия газа S равна S_0 , то $S(N_1, T_1) = S_0$. Значения N_1, T_1 можно и прямо связать с исходными параметрами облака N_0, T_0 при помощи эффективного показателя адиабаты γ_* [8]: $T_1/T_0 = (N_1/N_0)^{(\gamma_*-1)}$. Величина $\gamma_1 - 1$, входящая в формулу (5.1), характеризует изменение

¹ В момент нарушения ионизационного равновесия температуры электронов и ионов, как правило, еще одинаковы.

температуры в зависимости от плотности или времени в момент нарушения равновесия

$$\gamma_1 - 1 = \left(\frac{d \ln T}{d \ln N} \right)_{t_1} = - \frac{1}{3} \left(\frac{d \ln T}{d \ln t} \right)_{t_1}$$

(она, вообще говоря, отличается от $\gamma_* - 1$ и определяется производной $(d\alpha_p/dt)_1$).

Определив начальные условия, можно приступить к интегрированию системы уравнений в неравновесной стадии. Обычно еще в течение длительного времени после нарушения ионизационного равновесия обмен энергией между электронами и ионами происходит быстро, и температуры электронов и тяжелых частиц близки. Поэтому рассмотрим систему уравнений (2.2), (2.6), описывающую именно этот случай. Анализ системы уравнений, в которой E^* задано составной формулой (4.5), представляет большие трудности. Практически, однако, достаточно исследовать случай $E^* > E'$. Из дальнейшего будет видно, что если $E^*(t_1) > E'(t_1)$, то это неравенство сохранится и при $t > t_1$. Если же $E^*(t_1) < E'(t_1)$, то вследствие сравнительно медленного изменения E^* , последнее неравенство изменит знак вскоре после момента $t = t_1$, причем (опять-таки вследствие медленного изменения E^*) точная зависимость E^* в малом интервале времени от t_1 и до момента изменения знака неравенства несущественна. Итак, будем далее пользоваться только вторым выражением (4.5).

Обычно E^* достаточно велико по сравнению с kT , а степени ионизации в неравновесной стадии значительно меньше единицы. Поэтому уравнение (2.6) можно несколько упростить, пренебрегая в нем соответствующими величинами

$$\frac{dT}{dt} + 2 \frac{T}{t} = \frac{2}{3} \frac{E^*}{k} \left(- \frac{d\alpha}{dt} \right) \quad (5.3)$$

Система (2.2), (5.3) двух нелинейных уравнений относительно $\alpha(t)$ и $T(t)$ допускает понижение порядка. Для этого следует перейти к новым переменным

$$x = - \frac{d \ln \alpha}{d \ln t}, \quad y = \frac{2}{3} \alpha \frac{E^*}{kT} x$$

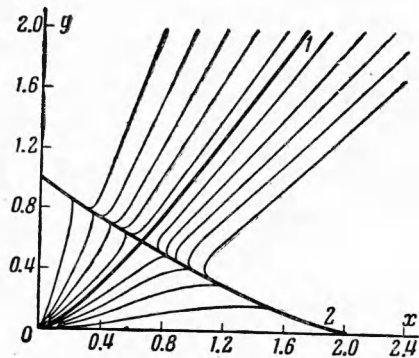
Смысл переменной y виден из уравнения (5.3), которое дает

$$\frac{d \ln T}{d \ln t} = -(2 - y) \quad (5.5)$$

Это значит, что $(2 - y)$ соответствует мгновенному значению показателя m при аппроксимации температуры в каждый момент степенным законом $T \sim t^{-m}$. Величина y характеризует роль тепловыделения по сравнению с работой расширения (двойкой). Прологарифмируем выражения (5.4) для x и y , затем продифференцируем их по $\ln t$ с учетом уравнения (2.2) и зависимости $N \sim t^{-3}$ и учтем (5.5). Исключая из полученной пары уравнений $d \ln t$, придем к основному уравнению

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \frac{(65y + 38x - 64)}{6(9y + 4x - 8)} \quad (5.6)$$

Это уравнение имеет четыре особые точки (x, y) : седло $(\frac{28}{41}, \frac{24}{41})$ и три узла $(0, \frac{64}{65})$, $(2, 0)$, $(0, 0)$. Наклоны сепаратрис в точке типа седла $(dy/dx)_1 = 1.12$, $(dy/dx)_2 = -0.537$. Поле интегральных кривых показано на фиг. 1, из которой видно, что в зависимости от начальных



Фиг. 1

условий возможно решение двух типов. Если начальная точка располагается левее сепаратрисы 1 (с положительным наклоном), то интегральные кривые сходятся в узел $x = 0, y = 64/65$. Этой особой точке соответствуют асимптотические законы изменения степени ионизации и температуры $\alpha \rightarrow \text{const}, T \sim t^{-(2-\gamma)} = t^{-66/65}$, т. е. в этом случае рекомбинация через некоторое время прекращается. Если же начальная точка располагается правее сепаратрисы 1, то интегральные кривые сходятся в узел $x = 2, y = 0$, чему соответствуют асимптотические законы $\alpha \sim t^{-x} = t^{-2}, T \sim t^{-2}$, т. е. степень ионизации в этом случае все время уменьшается. Закону $T \sim t^{-2}$ отвечает показатель адиабаты $\gamma = 5/3$. Сепаратрисе отвечает асимптотическое решение $\alpha \sim (\ln t)^{-1/2}$.

Легко понять физические причины поведения степени ионизации в обоих случаях. Сепаратрису 1, разделяющую начальные точки двух типов, в грубом приближении можно представить прямой $y = x$ (см. фиг. 1). Если начальная точка лежит левее сепаратрисы, то в начальный момент $y_1 > x_1$ и согласно (5.4)

$$\left(\frac{2}{3} \alpha \frac{E^*}{kT} \right)_1 > 1$$

Это условие означает, что в газе имеется значительный, по сравнению с тепловой, запас потенциальной энергии, которая при рекомбинации перейдет в тепло. Выделение тепла тормозит охлаждение газа, связанное с совершением работы расширения, что сильно уменьшает скорость рекомбинации, которая очень чувствительна к температуре.

Наоборот, если начальная точка лежит правее сепаратрисы, то

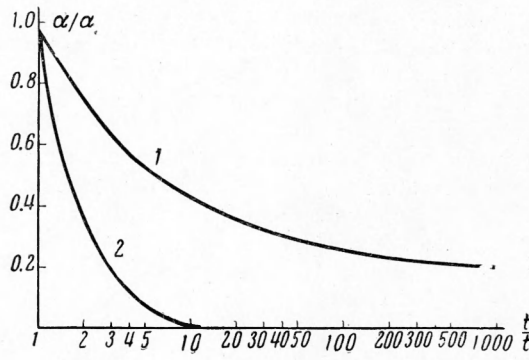
$$y_1 < x_1, \quad \left(\frac{2}{3} \alpha \frac{E^*}{kT} \right)_1 < 1$$

т. е. запас потенциальной энергии, которая пойдет на нагрев газа, невелик, и газ охлаждается быстро, что способствует скорейшей рекомбинации.

Первый режим (с остаточной ионизацией, т. е. с закалкой) осуществляется, если равновесие нарушается при высоких температурах и степенях ионизации, т. е. в случаях очень быстрого расширения газового облака (небольшие массы газа, высокие скорости разлета). Практически такой режим возможен только при $\alpha_1 \gtrsim 1$.

Второй режим, при котором рекомбинация продолжается все время и степень ионизации уменьшается, осуществляется при относительно медленном расширении (большие массы, малые скорости разлета). Результаты численного интегрирования уравнений для двух типичных случаев представлены на фиг. 2.

На фиг. 2 изображена зависимость степени ионизации от времени. Кривая 1 соответствует начальным условиям $x_1 = 0.9, y_1 = 1.52$; кривая 2 — условиям $x_1 = 1.72, y_1 = 1.77$. Данные значения x_1, y_1 могут относиться к самым различным комбинациям параметров газа. Например, кривая 1 описывает следующий конкретный случай: $t_1 = 2.0 \cdot 10^{-6}$ сек, $T_1 = 12\,000^\circ \text{K}$, $N_1 = 1.7 \cdot 10^{16}$ $1/\text{см}^3$, $\alpha_1 = 0.58$, $(E^*)_1 = 0.33$ I. Радиус газового шара $r_1 = 4.9$ см, скорость разлета $u = 24$ км/сек. Исходные



Фиг. 2

условия для газового облака $r_0 = 1$ см, $N_0 = 2 \cdot 10^{18}$ 1 / см³, $T_0 = 50000^\circ$ К. Потенциал ионизации $I = 13.5$ эв, атомный вес $A = 14$. Кривая 2 описывает случай: $t_1 = 2.1 \cdot 10^{-6}$ сек, $T_1 = 11\,700^\circ$, $N_1 = 4 \cdot 10^{16}$ 1 / см³, $\alpha_1 = 0.34$, $(E^*)_1 = 0.33$ I, $r_1 = 5$ см, $u = 24$ км / сек, $r_0 = 1$ см, $N_0 = 5 \cdot 10^{18}$ 1 / см³, $T_0 = 50\,000^\circ$ К, $I = 13.5$ эв, $A = 14$.

Надо сказать, что во втором режиме, когда степень ионизации, казалось бы, стремится к нулю, при некоторой малой степени ионизации все равно происходит прекращение дальнейшей рекомбинации. Это происходит когда нарушается обмен энергией между электронами и ионами, и тепло, выделяющееся при рекомбинации, целиком остается в электронном газе, благодаря чему охлаждение электронного газа замедляется. При этом уравнение (2.6) теряет силу, процесс описывается уравнением (2.7). Можно показать, что при этом осуществляется только первый режим, т. е. после прекращения обмена энергией электронов с ионами рекомбинация также прекращается.

В заключение отметим еще раз, что все расчеты сделаны в предположении, что энергия, которая при спонтанных радиационных переходах в возбужденных атомах переходит первоначально в излучение, полностью уходит из газового облака и, следовательно, теряется для газа. На самом деле, благодаря диффузии резонансного излучения, эта энергия несколько задерживается в газе в виде энергии возбуждения, что повышает роль ударов второго рода и тепловыделение в электронном газе. Это приводит к некоторому замедлению охлаждения и рекомбинации, т. е. вычисленная выше степень ионизации $\alpha(t)$ представляет нижнюю границу этой величины. Вопрос о диффузии резонансного излучения существенным образом зависит от размеров и плотности газового облака и характера уширения спектральных линий, который определяет «высоту» линии поглощения, т. е. длину пробега резонансного излучения. Этот вопрос должен исследоваться применительно к конкретным условиям.

Поступила 11 V 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Райзер Ю. П. Об остаточной ионизации газа, расширяющегося в пустоту. Ж. эксперим. и теор. физ., 1959, т. 37, вып. 2, стр. 580.
2. Hinno E., Hirschberg J. Electron-Ion Recombination in Dense Plasmas. Phys. Rev., 1962, № 7, vol. 125, p. 795.
3. Пятаевский Л. П. Рекомбинация электронов в одноатомном газе. Ж. эксперим. и теор. физ., 1962, т. 42, вып. 5, стр. 1326.
4. Гуревич А. В. и Пятаевский Л. П. Коэффициент рекомбинации в плотной низкотемпературной плазме. Ж. эксперим. и теор. физ., 1964, т. 46, вып. 4, стр. 1281.
5. Bates D. R., Kingston A. E., McWhirter R. W. P. Recombination between electrons and atomic ions. Proc. Roy. Soc. A, 1962, vol. 267, № 1330, p. 297 (русс. перев: Физика и техн. плазмы. Экспресс информация, ВИНТИ, 1962, № 34, стр. 19).
6. Иванов-Холодный Г. С., Никольский Г. М., Ульянов К. Н. Ионизация и возбуждение водорода. Астрон. ж., 1960, т. 37, стр. 799.
7. Биберман Л. М., Торопкин Ю. П., Ульянов К. Н. К теории ступенчатой ионизации и рекомбинации. Ж. техн. физ., 1962, т. 32, вып. 7, стр. 827.
8. Зельдович Я. Б. и Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Физматгиз, 1963.
9. Аллен К. У. Астрофизические величины. Изд. иностр. лит., 1960.
10. Спитцер Л. Физика полностью ионизованного газа. Изд. иностр. лит., 1957.