

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТИ С НЕНЬЮТОНОВСКОЙ НЕСУЩЕЙ ФАЗОЙ

УДК 532.529

А. А. Губайдуллин, О. Ш. Рустюмова, С. А. Бекишев

Институт механики многофазных систем СО РАН, 625000 Тюмень

К настоящему времени достаточно хорошо изучена волновая динамика пузырьковых систем с вязкой и невязкой ньютоновской несущей жидкостью [1–4]. В то же время волновые течения таких двухфазных систем на основе неньютоновских жидкостей со сложной реологией (полимерные растворы и расплавы, суспензии, высокопарафинистые и смолистые нефти и др.), несмотря на их широкое распространение в практике, изучены недостаточно. Исследованы отдельные вопросы поведения одиночного пузырька в вязкоупругой релаксирующей полимерной жидкости и распространение акустических волн в такой жидкости с пузырьками [5, 6]. В наибольшей степени эти вопросы нашли свое отражение в [6]. Неизученными остались вопросы динамики нестационарных нелинейных волн.

В данной работе рассмотрены особенности распространения нестационарных ударных волн в неньютоновской жидкости с пузырьками газа. При этом представляют интерес такие вопросы, как сравнение поведения волн в пузырьковых смесях с неньютоновской и вязкой ньютоновской несущей фазой, влияние на процесс эволюции волны определяющих параметров двухфазной смеси (начальная вязкость и плотность жидкости, объемная концентрация и размер пузырьков, сорт газа, время релаксации напряжений и др.).

Приведем систему уравнений, описывающую динамическое поведение указанной двухфазной смеси с учетом следующих допущений [1]: размеры пузырьков много больше молекулярно-кинетических размеров и много меньше расстояний, на которых осредненные или макроскопические параметры смеси или фаз меняются существенно; смесь монодисперсная; непосредственным взаимодействием, столкновениями пузырьков друг с другом можно пренебречь; процессы дробления, коагуляции и образования новых пузырьков отсутствуют; давление газа внутри пузырьков однородное; скорости макроскопического движения фаз совпадают; температура и плотность несущей жидкости постоянны.

Запишем дифференциальные уравнения сохранения масс фаз, массы отдельного пузырька и импульса смеси при указанных выше допущениях для нестационарного плоского одномерного движения:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho_1 v}{\partial x} &= 0, & \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho_2 v}{\partial x} &= 0, & \frac{d}{dt} (\rho_2^0 a^3) &= 0, \\ \rho \frac{dv}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x} &= 0 & \left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + v \frac{\partial}{\partial x} \right). \end{aligned}$$

Здесь и ниже ρ , p , v — плотность, давление и скорость смеси; ρ_i^0 , ρ_i , α_i , T_i , p_i — истинная и приведенная плотности, объемная концентрация, температура и давление i -й фазы; нижними индексами 1 и 2 обозначены параметры жидкости и газа соответственно; верхним индексом 0 обозначено истинное значение параметра; a — радиус пузырька; w — радиальная скорость стенки пузырька; n — число пузырьков в единице объема.

Уравнения притока тепла к фазам имеют вид

$$\rho_2 c_{V2} \frac{dT_2}{dt} = \frac{\alpha_2 p_2}{\rho_2^0} \frac{d\rho_2^0}{dt} + n q_2, \quad T_1 = \text{const}$$

(q_2 — приходящийся на один пузырек приток тепла от жидкости). В рамках двухтемпературной схемы [1] интенсивность межфазного теплообмена задается соотношением

$$q_2 = 4\pi a^3 \frac{\lambda_2 \text{Nu}_2}{2a} (T_1 - T_2),$$

где λ_2 — коэффициент теплопроводности газа; Nu_2 — число Нуссельта. Параметр Nu_2 можно задавать [2] в виде

$$\text{Nu}_2 = \begin{cases} 10, & \text{Pe}_2 \leq 100, \\ \sqrt{\text{Pe}_2}, & \text{Pe}_2 > 100, \end{cases} \quad \text{Pe}_2 = 12(\gamma_2 - 1) \frac{T_1}{|T_1 - T_2|} \frac{a|w|}{\nu_2^{(T)}}, \quad \nu_2^{(T)} = \frac{\lambda_2}{\rho_2^0 c_{p2}}.$$

Здесь γ_2 — показатель адиабаты; $\nu_2^{(T)}$ — коэффициент температуропроводности; c_{V2} , c_{p2} — удельные теплоемкости газа при постоянном объеме и давлении; Pe_2 — число Пекле.

Газ будем считать идеальным и калорически совершенным, а жидкость несжимаемой: $p_2 = \rho_2^0(\gamma_2 - 1) c_{V2} T_2$, $u_2 = c_{V2} T_2$, $\rho_1^0 = \text{const}$.

По определению $\rho_1 = \alpha_1 \rho_1^0$, $\rho_2 = \alpha_2 \rho_2^0$, $\rho = \rho_1 + \rho_2$, $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$, $\alpha_2 = (4/3)\pi a^3 n$, $p = \alpha_1 p_1 + \alpha_2(p_2 - 2\Sigma/a)$ (Σ — коэффициент поверхностного натяжения жидкости).

Уравнение Рэлея — Ламба радиальных колебаний одиночного пузырька, обобщенное на случай неньютоновской жидкости, получено в работе [6] и в сферической системе координат (r, φ, ψ) имеет вид

$$\rho_1^0 \left(a \frac{dw}{dt} + \frac{3}{2} w^2 \right) + p_1 - p_2 + \frac{2\Sigma}{a} = 2 \int_a^\infty \frac{\tau^{(rr)} - \tau^{(\varphi\varphi)}}{r} dr, \quad w = \frac{da}{dt}, \quad (1)$$

где τ — тензор напряжений, который определяется реологическим уравнением состояния максвелловского типа с верхней конвективной производной с одним временем релаксации t_τ [6–8]:

$$\tau = \tau_s + \tau_p, \quad \tau_s = 2\eta_s \mathbf{e}, \quad \eta_s + \eta_p = \eta_0, \quad \tau_p + t_\tau \left[\frac{d\tau_p}{dt} - \frac{1}{2} (\tau_p \cdot \mathbf{e} + \mathbf{e} \cdot \tau_p) \right] = 2\eta_p \mathbf{e}.$$

Здесь $\mathbf{e}$ — тензор скоростей деформаций; точкой обозначено внутреннее произведение тензоров второго ранга (произведение их матриц); η_0 , η_s и η_p — начальная вязкость раствора, вязкость растворителя и вязкость полимерной сетки в растворе; индексы p и s относятся к полимеру и растворителю.

Уравнения для нормальных компонент $\tau^{(rr)}$, $\tau^{(\varphi\varphi)}$ запишем в форме [6]

$$\tau_p^{(rr)} + t_\tau \left(\frac{d\tau_p^{(rr)}}{dt} + 2\tau_p^{(rr)} \frac{a^2 w}{r^3} \right) = -4\eta_p \frac{a^2 w}{r^3}, \quad \tau_p^{(\varphi\varphi)} + t_\tau \left(\frac{d\tau_p^{(\varphi\varphi)}}{dt} - \tau_p^{(\varphi\varphi)} \frac{a^2 w}{r^3} \right) = 2\eta_p \frac{a^2 w}{r^3}; \quad (2)$$

$$\tau_s^{(rr)} = -4\eta_s \frac{a^2 w}{r^3}, \quad \tau_s^{(\varphi\varphi)} = 2\eta_s \frac{a^2 w}{r^3}. \quad (3)$$

Из (2) можно найти $\tau^{(rr)}$, $\tau^{(\varphi\varphi)}$ и, подставив в правую часть уравнения (1), получить [6]

$$\rho_1^0 \left(a \frac{dw}{dt} + \frac{3}{2} w^2 \right) + \frac{2\Sigma}{a} = p_2 - p_1 + S, \quad (4)$$

где

$$S = S_p + S_s; \quad (5)$$

$$S_s = -4\eta_s \frac{w}{a}; \quad (6)$$

$$\frac{dS_p}{dt} + \left(\frac{1}{t_\tau} + \frac{2w}{a} \right) S_p = -4 \frac{\eta_p}{t_\tau} \frac{w}{a}. \quad (7)$$

Как видно из сравнения (6), (7) с (2), (3), при $r = a$ $S_p = \tau_p^{(rr)}$, $S_s = \tau_s^{(rr)}$, т. е. параметры S_p и S_s имеют смысл напряжений на поверхности пузырька в полимере и растворителе соответственно.

Проанализируем предельные случаи уравнения (7). Пусть t_* — характерное время пульсаций пузырька, которое определяет временной масштаб процесса, S_{*p} — масштаб пульсаций напряжений в полимере. Получим оценки членов уравнения (7):

$$\left| \frac{dS_p}{dt} \right| \sim \frac{S_{*p}}{t_*}, \quad \left| \frac{1}{t_\tau} S_p \right| \sim \frac{S_{*p}}{t_\tau}, \quad (8)$$

$$\left| 2 \frac{w}{a} S_p \right| \sim \frac{S_{*p}}{t_*} \quad \left(\text{так как } a \sim a_0, \quad w = \frac{da}{dt} \sim \frac{a_0}{t_*} \right), \quad \left| -4 \frac{\eta_p}{t_\tau} \frac{w}{a} \right| \sim \frac{\eta_p}{t_\tau t_*}.$$

При временах релаксации, меньших характерного времени пульсаций ($t_\tau \ll t_*$), можно пренебречь слагаемыми в левой части уравнения (7), содержащими производные по времени, т. е. первым и третьим слагаемыми по сравнению со вторым (S_p/t_τ). В правой и левой части уравнения (7) остается по одному члену, которые должны быть одного порядка, т. е. $S_{*p} \sim \eta_p/t_*$. Для напряжений в полимере запишем выражение

$$S_p \approx -4\eta_p w/a, \quad t_\tau \ll t_*, \quad (9)$$

которое с учетом (6) для напряжений в растворе дает $S = S_p + S_s \approx -4\eta_0 w/a$, $t_\tau \ll t_*$, т. е. имеет вид такой же, как для ньютоновской жидкости с вязкостью, равной начальной вязкости полимерного раствора.

При временах релаксации, больших характерного времени пульсаций ($t_\tau \gg t_*$), из оценок (8) следует, что можно пренебречь в левой части слагаемым S_p/t_τ по сравнению с первым и третьим членами, содержащими производные. Получим уравнение

$$\frac{dS_p}{dt} + 2 \frac{w}{a} S_p = -4 \frac{\eta_p}{t_\tau} \frac{w}{a}, \quad t_\tau \gg t_*,$$

которое с учетом начальных условий ($t = 0$: $S_p = 0$, $a = a_0$) принимает вид

$$S_p = 2 \frac{\eta_p}{t_\tau} \left[\left(\frac{a_0}{a} \right)^2 - 1 \right], \quad t_\tau \gg t_*, \quad (10)$$

что соответствует нелинейно-упругой возвращающей силе. При малых отклонениях радиуса пузырька от начального оно может быть приведено к виду

$$S_p \approx -4 \frac{\eta_p}{t_\tau} \frac{\Delta a}{a_0}, \quad t_\tau \gg t_*, \quad \Delta a \ll a_0, \quad a = a_0 + \Delta a. \quad (11)$$

Выражения (10), (11) показывают, что в данном предельном случае полимерная сетка в растворе ведет себя как упругая среда, модуль упругости которой G определяет масштаб пульсаций напряжений $S_{*p} \sim \eta_p/t_\tau = G$. Суммарное напряжение в растворе состоит из упругой компоненты за счет полимера и вязкой за счет растворителя:

$$S = S_p + S_s \approx 2 \frac{\eta_p}{t_\tau} \left[\left(\frac{a_0}{a} \right)^2 - 1 \right] - 4\eta_s \frac{w}{a}, \quad t_\tau \gg t_*.$$

Очевидно, что влияние упругого напряжения в полимере будет сказываться, если оно сравнимо или больше упругости газа в пузырьке, которая определяется приращени-

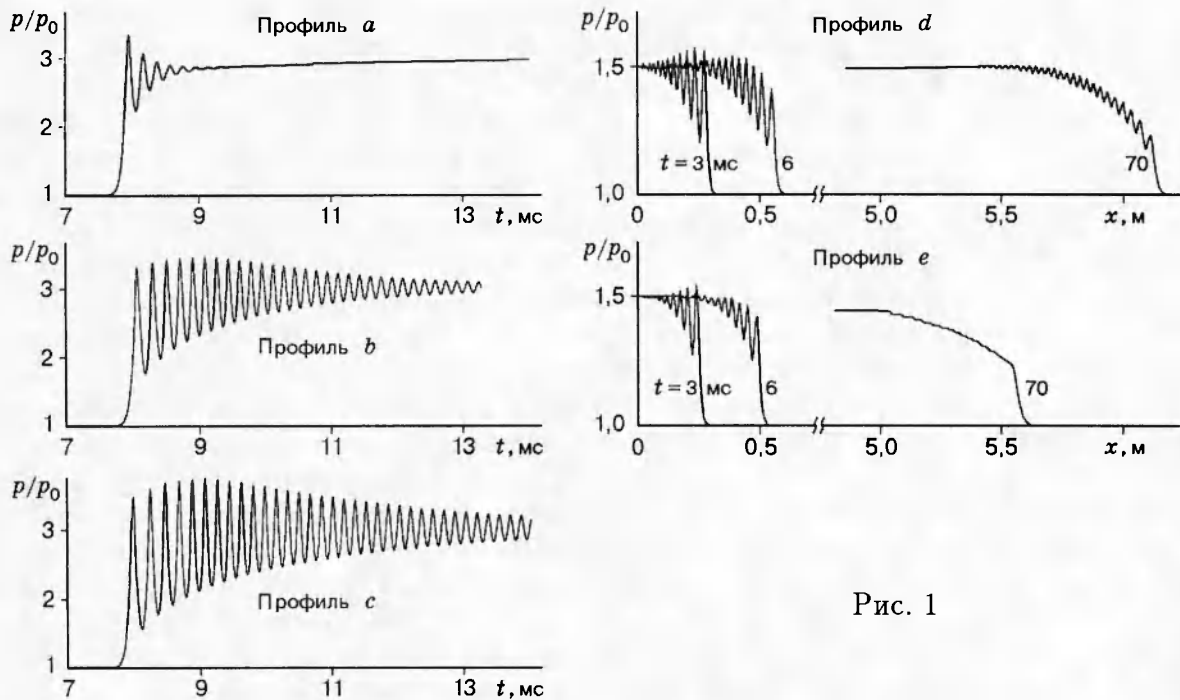


Рис. 1

ем давления Δp_2 в уравнении Рэлея — Ламба. Пусть $p_2/p_{20} = (\rho_2^0/\rho_{20}^0)^a$, $a = a_0 + \Delta a$, $p_2 = p_{20} + \Delta p_2$, причем $\Delta a \ll a_0$, $\Delta p_2 \ll p_{20}$. Тогда

$$\Delta p_2 \approx -3\alpha p_{20} \Delta a / a_0 = -4G_g \Delta a / a_0, \quad G_g = (3/4)\alpha p_{20}. \quad (12)$$

Упругое напряжение в полимере будет проявляться, если $|S_p| \geq |\Delta p_2|$ или $G \geq G_g$. Отметим, что применительно к ударной волне типа ступенька в качестве значения p_{20} в (12) нужно брать равновесное значение давления за фронтом волны p_e .

На основе проведенного анализа можно утверждать, что в ударных волнах полимерная несущая фаза в обоих предельных случаях ведет себя как ньютоновская жидкость с вязкостями η_0 и η_s соответственно, т. е. следует ожидать, что ударные волны при варьировании времени релаксации будут иметь две предельные структуры: ударная волна, распространяющаяся как в ньютоновской пузырьковой жидкости с вязкостью, равной начальной вязкости раствора η_0 ($t_r \ll t_*$), и ударная волна, распространяющаяся как в ньютоновской пузырьковой жидкости с вязкостью, равной вязкости растворителя η_s ($t_r \gg t_*$). В этих случаях возможно моделирование полимерного раствора ньютоновской жидкостью, если модуль упругости полимерной сетки меньше приведенного модуля упругости газа в пузырьках.

На рис. 1 продемонстрировано влияние времени релаксации t_r на структуру ударных волн и приведены профили $a-c$ безразмерного давления в точке пространства $x = 20$ см для времени релаксации $t_r = 0,001$; $0,1$ и 1 мс. При этом характерное время $t_* = 0,1$ мс. Видно, что оно коррелирует со временем замыкания полости $t_0 = a_0 \sqrt{\rho_{10}^0/p_0}$. Параметры смеси и волны следующие: $\rho_{10}^0 = 998$ кг/м³, $a_0 = 1$ мм, $\eta_0 = 1,48$ Па·с, $\eta_s = 1$ МПа·с, $\alpha_{20} = 0,02$, $T_0 = 293$ К, $p_0 = 0,1$ МПа, $p_e = 0,3$ МПа. Из рис. 1 следует, что амплитуды колебаний значительно возрастают при увеличении времени релаксации. Наблюдается также некоторое увеличение периода пульсаций. Расчеты показали, что профили давления для времен релаксации, меньших $0,001$ мс, практически совпадают между собой и с соответствующей кривой для ньютоновской несущей жидкости с вязкостью, равной начальной вязкости по-

лимерного раствора. В другом предельном случае больших времен релаксации ($t_r \geq 1$ мс) профили давления совпадают между собой и с кривой для пузырьковой жидкости, у которой несущая жидкость имеет постоянную вязкость, равную вязкости растворителя.

Моделирование волновых процессов в неньютоновской пузырьковой жидкости сложнее, чем для ньютоновской жидкости. Поэтому важно знать, можно ли в общем случае моделировать поведение неньютоновской несущей фазы ньютоновской жидкостью с специально подобранной эффективной вязкостью. Расчеты показали, что в общем случае это невозможно. В частности, даже если в некоторый момент эволюции конфигурации волн в неньютоновской пузырьковой жидкости и специально подобранной ньютоновской пузырьковой жидкости совпадают, то в более поздний момент времени конфигурации волн в этих жидкостях начинают существенно отличаться.

Сравним поведение ударных волн при их распространении в пузырьковых жидкостях с вязкой ньютоновской и неньютоновской несущими фазами. Такой анализ проведем на примере глицерина и водного раствора полимера, при этом концентрацию полимера в растворе выберем такой, чтобы начальная вязкость раствора совпадала с вязкостью глицерина. На рис. 1 профили d и e иллюстрируют эволюцию ударной волны типа ступенька интенсивности $p_e = 0,15$ МПа соответственно в водном растворе полимера ($\rho_{10}^0 = 998$ кг/м³, $\Sigma = 0,073$ кг/с², $\eta_0 = 1,48$ Па·с, $\eta_s = 1$ мПа·с, $t_r = 1$ мс) и в ньютоновской жидкости (глицерине, $\rho_{10}^0 = 1260$ кг/м³, $\eta_0 = 1,48$ Па·с) с пузырьками воздуха ($a_0 = 1$ мм, $\alpha_{20} = 0,02$, $T_0 = 293$ К, $p_0 = 0,1$ МПа). Видно, что поведение ударной волны в указанных случаях принципиально отличается: в то время как в ньютоновской жидкости волна имеет монотонную структуру, в неньютоновской жидкости структура волны остается осцилляционной. Это связано с тем, что при колебаниях пузырьков в ньютоновской жидкости ее вязкость не изменяется, а при колебаниях пузырьков в неньютоновской жидкости ее эффективная вязкость может стать значительно ниже начальной. Отметим, что скорость ударной волны в первом случае меньше, последнее объясняется тем, что плотность глицерина больше плотности полимерного раствора.

Для лучшего понимания процессов, происходящих при колебаниях пузырьков в неньютоновской жидкости, проведем гармонический анализ динамических характеристик двухфазной системы. Из уравнений (6), (7) для напряжений в полимере и растворителе можно получить выражения для комплексных амплитуд этих величин в случае гармонических колебаний пузырьков с малой вещественной амплитудой Δa по закону

$$a = a_0 + \Delta a \exp(i\omega t), \quad \Delta a \ll a_0. \quad (13)$$

Для этого будем искать напряжения S_p, S_s в виде

$$S_k = S_k^* \exp(i\omega t), \quad k = p, s. \quad (14)$$

Для скорости стенки пузырька w получим

$$w = i\omega \Delta a \exp(i\omega t), \quad \text{т. е. амплитуда } w^* = i\omega \Delta a; \quad (15)$$

$$\frac{w}{a} = \frac{i\omega \Delta a \exp(i\omega t)}{a_0 + \Delta a \exp(i\omega t)} \approx i\omega \frac{\Delta a}{a_0} \exp(i\omega t), \quad \text{т. е. } \left(\frac{w}{a}\right)^* \approx i\omega \frac{\Delta a}{a_0}. \quad (16)$$

Подставив (13)–(16) в (7), для амплитуды напряжений в полимере запишем выражение

$$S_p^* = (-4\eta_p \Delta a / a_0)(i\omega / (1 + i\omega t_r)). \quad (17)$$

Аналогично из (6) для растворителя находим

$$S_s^* = -4\eta_s i\omega \Delta a / a_0. \quad (18)$$

Амплитуда суммарного напряжения

$$S^* = S_p^* + S_s^* = (-4i\omega\Delta a/a_0)(\eta_p/(1 + i\omega t_\tau) + \eta_s). \quad (19)$$

Действительная и мнимая компоненты S_p^* ($S_p^* = S_p' + iS_p''$) имеют вид

$$S_p' = -4 \frac{\eta_p}{t_\tau} \frac{\Delta a}{a_0} \frac{(t_\tau\omega)^2}{1 + (t_\tau\omega)^2}, \quad (20)$$

$$S_p'' = -4\eta_p \frac{\omega\Delta a}{a_0} \frac{1}{1 + (t_\tau\omega)^2}. \quad (21)$$

Их отношение $S_p'/S_p'' = i t_\tau\omega \sim t_\tau/t_*$, т. е. при $t_\tau \ll t_*$ ($t_\tau\omega \ll 1$) преобладает мнимая компонента $S_p'' \approx -4\eta_p\omega\Delta a/a_0$, а при $t_\tau \gg t_*$ ($t_\tau\omega \gg 1$) — действительная компонента $S_p' \approx -4\eta_p\Delta a/(t_\tau a_0)$. Эти выражения, как и следовало ожидать, совпадают с полученными в рассмотренных выше предельных случаях выражениями для S_p (9) и (11), первое из которых отвечает вязкой силе, второе — упругой.

По аналогии с комплексной вязкостью для малых сдвиговых колебаний неньютоновских жидкостей [9] можно ввести коэффициент комплексной динамической вязкости при малых колебаниях пузырька в таких жидкостях. В уравнении Рэлея — Ламба вязкость ньютоновской жидкости η_N учитывается слагаемым $S_N = -4\eta_N\omega/a$, соответствующая комплексная амплитуда $S_N^* = -4\eta_N i\omega\Delta a/a_0$, т. е. $\eta_N = S_N^*/(-4i\omega\Delta a/a_0)$.

Введем комплексную динамическую вязкость для пульсаций пузырька в неньютоновской жидкости аналогично последнему выражению:

$$\eta^* = \eta' - i\eta'' = S^*/(-4i\omega\Delta a/a_0).$$

Здесь η' — действительная компонента комплексной вязкости, отвечающая вязкой силе; η'' — мнимая компонента, соответствующая упругой силе.

Отметим, что скорость продольной деформации несжимаемой жидкости в радиальном течении вокруг пузырька $e_{rr} = \partial v/\partial r = -2v/r$, а ее комплексная амплитуда в силу (16) $e_{rr}^*|_{r=a} = -2i\omega\Delta a/a_0$. Таким образом, $\eta^* = (\tau^{(rr)})^*/(2e_{rr}^*)|_{r=a}$, т. е. такое определение комплексной вязкости является естественным.

Для полимерной жидкости с одним временем релаксации из (18)–(21) имеем

$$\eta^* = \frac{\eta_p}{1 + it_\tau\omega} + \eta_s, \quad \eta' = \frac{\eta_p}{1 + (t_\tau\omega)^2} + \eta_s, \quad \eta'' = \frac{\eta_p t_\tau\omega}{1 + (t_\tau\omega)^2}. \quad (22)$$

Эти соотношения совпадают с выражениями, которые получаются для компонент комплексной динамической вязкости при сдвиговых колебаниях в максвелловской жидкости с одним временем релаксации, за исключением добавки к действительной компоненте, соответствующей вязкости растворителя.

На рис. 2 в логарифмическом масштабе представлены зависимости компонент динамической вязкости η' , η'' от $t_\tau\omega$ для $\eta_s/\eta_0 = 0,001/1,48$. Видно, что действительная компонента вязкости η' монотонно уменьшается от начальной η_0 до вязкости растворителя η_s с увеличением $t_\tau\omega$, приближаясь к горизонтальной асимптоте $\eta = \eta_s$ пропорционально $1/(t_\tau\omega)^2$.

На кривой η' точкой D' нанесено значение вязкости, реализующееся при колебаниях пузырьков в полимерном растворе в ударной волне (профиль d на рис. 1). Это значение на два порядка меньше начальной вязкости, что приводит к появлению осцилляций в ударной волне, распространяющейся в пузырьковой жидкости с неньютоновской несущей фазой, в отличие от ньютоновской жидкости с вязкостью η_0 (см. профиль e на рис. 1).

График вязкости η' позволяет также качественно интерпретировать результаты расчетов, представленных на рис. 1. Точки A' , B' , C' на кривой η' соответствуют временам

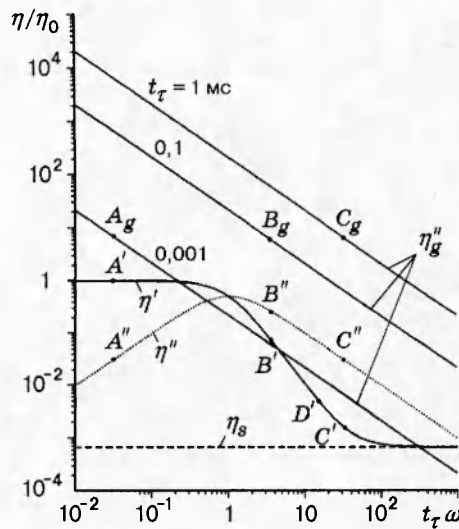


Рис. 2

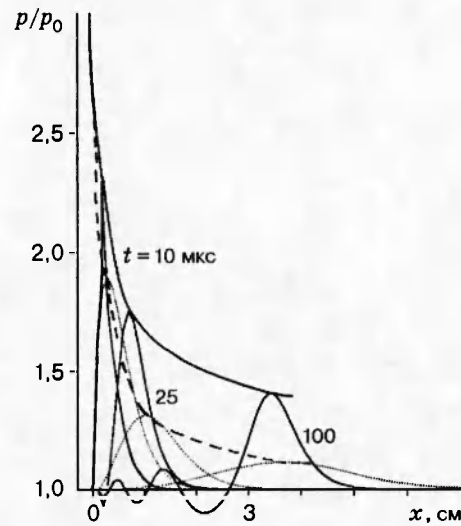


Рис. 3

релаксации и частотам колебаний пузырьков для профилей *a–c* рис. 1. Видно, что для малых времен релаксации (точка *A'*) реализующаяся вязкость близка к начальной и структура волны совпадает со структурой волны в ньютоновской жидкости с вязкостью η_0 . Для больших времен релаксации (точка *C'*) вязкость неньютоновской жидкости близка к вязкости растворителя η_s и реализуется структура волны такая же, как в ньютоновской жидкости с вязкостью η_s . Профилю *b* рис. 1 отвечает точка *B'*, но поскольку этот случай является реологически нелинейным и соответствующая эффективная вязкость η' лежит между η_0 и η_s , то профиль волны в смеси с ньютоновской несущей фазой с той же вязкостью η' не совпадает с профилем *b*.

Мнимая компонента комплексной динамической вязкости η'' возрастает пропорционально $t_\tau\omega$ от нуля до максимума $\eta'' = \eta_p/2$ при $t_\tau\omega = 1$, затем уменьшается, приближаясь к нулю как $1/(t_\tau\omega)$. Она не влияет на структуру волны, поскольку отвечающий ей динамический модуль упругости $G' = \omega\eta''$ ($G^* \equiv G' + iG'' = i\omega\eta^*$) значительно ниже приведенного модуля упругости газа в пузырьках G_g (12), зависимости которого от $t_\tau\omega$ изображены на рис. 2 с помощью мнимой компоненты приведенной комплексной вязкости

$$\eta_g''(t_\tau\omega) = \frac{G_g}{\omega} = \frac{3}{4} \gamma_2 p_e t_\tau / (t_\tau\omega)$$

для $t_\tau = 0,001; 0,1$ и 1 мс.

В качестве иллюстрации на кривой η'' рис. 2 точками A'', B'', C'' отмечены значения мнимой компоненты вязкости жидкости, отвечающие временам релаксации и частотам колебаний пузырьков для профилей *a–c* рис. 1. Точки A_g, B_g, C_g показывают соответствующие значения η_g'' и, как видно из рис. 2, лежат существенно выше точек A'', B'', C'' .

Из рассмотренных графиков и формулы (22) видно, что в рамках модели Максвелла частотные зависимости динамических модулей (вязкостей) при радиальных пульсациях пузырьков имеют такой же вид, как при периодическом сдвиге. Таким образом, для приближенного анализа и оценок параметров пульсаций пузырьков в реальных полимерных растворах можно использовать данные о спектрах динамических модулей или вязкостей, полученные обычными методами при периодическом сдвиге.

Изучим характер затухания нелинейных импульсов сжатия. Результаты численного исследования проиллюстрированы на примере волн сжатия начальной полусинусоидальной формы. На рис. 3 представлена картина затухания таких волн ($p_e = 0,3$ МПа,

начальная длительность импульса 10 мкс) в неньютоновской жидкости (растворе полимера — сплошная линия) и в ньютоновской (глицерине — пунктирная линия) с пузырьками воздуха ($t_\tau = 0,1$ мс, остальные параметры те же, что и на рис. 1). Видно, что в неньютоновской пузырьковой жидкости затухание менее интенсивно. Это связано с тем, что интенсивное затухание волны происходит из-за высокой вязкости жидкости, а реализующаяся в процессе вязкость неньютоновской жидкости, как отмечалось выше, становится меньше начальной, т. е. вязкости глицерина.

Исследование влияния определяющих параметров двухфазной смеси (объемная концентрация и радиус пузырьков, сорт газа, начальная вязкость и плотность несущей фазы, время релаксации напряжений, интенсивность волны и др.) на эволюцию ударной волны показало, что увеличение времени релаксации приводит к тому, что растет амплитуда осцилляций в ударной волне и уменьшается интенсивность затухания импульса сжатия. Увеличение начальной вязкости полимерного раствора приводит к уменьшению амплитуды осцилляций в ударной волне и более интенсивному затуханию ударного импульса: при достаточно большой начальной вязкости структура волны становится монотонной.

В случае пузырьковой жидкости с неньютоновской несущей фазой соотношение между диссипацией из-за межфазного теплообмена и диссипацией из-за вязкости несущей жидкости является переменной величиной и зависит от времени релаксации напряжений и начальной вязкости жидкости. Определяющим диссипативным механизмом может быть диссипация как из-за вязкости несущей жидкости, так и из-за межфазного теплообмена. Расчеты, выполненные для пузырьков с различными газами (воздух, углекислый газ, гелий, гексофторид серы) подтверждают этот вывод.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-01-00650).

ЛИТЕРАТУРА

1. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Волны в жидкости с пузырьками // Итоги науки и техники. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1982. Т. 17. С. 160–249.
2. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 2. М.: Наука, 1987.
3. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р. Волновая динамика газо- и парожидкостных сред. М.: Энергоатомиздат, 1990.
4. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И. Нестационарные волны в жидкости с пузырьками газа // Докл. АН СССР. 1976. Т. 226, № 6. С. 1299–1302.
5. Левицкий С. П., Листров А. Т. Малые колебания газонаполненной сферической полости в вязкоупругих полимерных средах // ПМТФ. 1974. № 1. С. 137–142.
6. Левицкий С. П., Шульман З. П. Динамика и тепломассообмен пузырьков в полимерных жидкостях. Минск: Наука и техника, 1990.
7. Астарита Дж., Марруччи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. М.: Мир, 1978.
8. Petrie C. J. S. Elongational Flows. London, 1979.
9. Ferry J. D. Viscoelastic Properties of Polymers. N. Y.: John Wiley and Sons, 1980.

Поступила в редакцию 19/II 1996 г.