

УДК 622.831

**ВЛИЯНИЕ ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ ПОРОД С ГЛУБИНОЙ  
НА ИСХОДНОЕ ПОЛЕ НАПРЯЖЕНИЙ В СЛОИСТОМ МАССИВЕ  
И ЕГО ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРИ ВЕДЕНИИ ОЧИСТНЫХ РАБОТ**

**В. М. Серяков**

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,  
E-mail: vserr@misd.ru, Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия*

Проведен расчет исходного напряженного состояния слоистого массива горных пород, сформированного действием гравитационных сил и поля температур, линейно изменяющегося по глубине. Показано, что на характер распределения исходных напряжений определяющее влияние оказывает параметр  $\delta$ , равный отношению произведений модулей объемных сжатий и коэффициентов линейного расширения слоев. В двухслойном массиве при значении  $\delta$  больше единицы, вычисленному как отношение термомеханических характеристик пород верхележащего слоя к нижележащему, температурное воздействие приводит к возникновению в нижележащем слое растягивающих вертикальных напряжений, меньше единицы — сжимающих вертикальных напряжений. В случае значительного отличия  $\delta$  от единицы в нижележащем слое происходит резкое увеличение исходных вертикальных и горизонтальных напряжений, причем характер распределения напряжений близок к гидростатическому.

Выполнено математическое моделирование перераспределения полей температур напряжений по мере развития очистных и закладочных работ при применении слоевых систем с нисходящим порядком выемки запасов полезных ископаемых. Расчеты проведены с помощью программного комплекса, учитывающего последовательность ведения закладочных работ. Установлены особенности напряженного состояния вмещающего и закладочного массивов в ходе отработки.

*Температура пород, большие глубины, слоистый массив, исходное напряженное состояние, теплофизические и механические характеристики, математическое моделирование, выработанное пространство, закладка, последовательность работ*

DOI: 10.15372/FTPRPI20240503

EDN: TLFGCA

Увеличение глубины отработки месторождений приводит к необходимости учета дополнительных физических параметров, влияющих на процессы деформирования горных пород [1]. К их числу относится температура. Если на небольших глубинах ее влиянием можно пренебречь, то при освоении более глубоких горизонтов вклад температурных напряжений становится существенным и его нужно принимать во внимание.

Предварительную оценку влияния поля температур на напряженно-деформированное состояние массива горных пород до и в ходе ведения горных работ можно оценить с помощью математического моделирования. При разработке соответствующих алгоритмов и программного обеспечения, реализующих корректные постановки задач расчета теплового и напряженного состояний массива горных пород, можно рассмотреть различные ситуации, отвечающие формированию исходного поля напряжений и его перераспределению в ходе горных работ.

В [2] предложены постановка и алгоритм расчета теплового и напряженно-деформированного состояний массива горных пород при отработке запасов полезных ископаемых с применением технологических систем с закладкой выработанного пространства. Основные гипотезы, принятые при моделировании: упругое поведение массива горных пород, удовлетворяющих при деформировании соотношениям Дюамеля – Неймана; линейное изменение температуры массива с глубиной с геотермическим градиентом 3 °С на каждые 100 м. Получены первые результаты об особенностях формирования исходного состояния массива и его перераспределении при учете последовательности ведения очистных и закладочных работ.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАСЧЕТА ИСХОДНОГО ПОЛЯ НАПРЯЖЕНИЙ В СЛОИСТОМ МАССИВЕ ГОРНЫХ ПОРОД

Определяющее влияние на значения и характер распределения напряжений в массиве горных пород в районах отработки месторождений полезных ископаемых оказывает исходное поле напряжений [3, 4]. Теоретическое рассмотрение вклада температурных напряжений в суммарные значения исходных напряжений для однородного массива горных пород показало, что изменение температуры с глубиной вызывает увеличение сжимающих горизонтальных напряжений, а вертикальные напряжения, определяемые весом налегающих пород, остаются неизменными [2, 5].

Большой практический и теоретический интерес представляет исследование влияния температуры пород на исходное поле напряжений в неоднородном массиве. Рассмотрим слоистую среду, наиболее часто описывающую строение массива горных пород. Расчеты напряженного состояния слоистой среды выполнены при следующих предположениях:

1. Деформирование горных пород подчиняется соотношениям теории упругости в соответствии с законом Дюамеля – Неймана, учитывающим влияние температуры среды [6 – 8]:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)}{E} + \alpha T, & \varepsilon_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{2G}, \\ \varepsilon_{yy} &= \frac{\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x)}{E} + \alpha T, & \varepsilon_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{2G}, \\ \varepsilon_{zz} &= \frac{\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)}{E} + \alpha T, & \varepsilon_{zx} &= \frac{\tau_{zx}}{2G},\end{aligned}\tag{1}$$

где  $\varepsilon_{ij}$  — компоненты тензора деформаций;  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  — компоненты нормальных напряжений;  $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{zx}$  — компоненты касательных напряжений;  $E$  — модуль Юнга;  $G$  — модуль сдвига;  $\nu$  — коэффициент Пуассона;  $\alpha$  — коэффициент линейного расширения пород;  $T$  — разность действующей и начальной температуры среды. При использовании этих соотношений предполагается, что температура изменяется в таких пределах, при которых коэффициенты термоупругости можно считать постоянными.

2. Исходное напряженное состояние представляет собой суперпозицию двух слагаемых: напряжений, формируемых весом горных пород, и напряжений, вызванных их температурным расширением. Действие тектонических сил не рассматривается.

Напряженно-деформированное состояние массива находится с помощью метода конечных элементов [9] для двумерной области, представляющей собой прямоугольник, соответствующий вертикальному сечению массива. Ось  $OX$  направлена по горизонтали, ось  $OY$  — по вертикали. На границах расчетной области задаются следующие условия: касательные напряжения  $\tau_{xy}$  на всех границах равны нулю; горизонтальные перемещения вертикальных границ и вертикальные смещения точек нижней границы также равны нулю. Верхняя граница расчетной области соответствует земной поверхности и на ней компонента тензора напряжений  $\sigma_y$  имеет нулевое значение. На границах слоев выполняются условия жесткого контакта, предполагающего равенство перемещений разных сред.

### РАСЧЕТЫ ИСХОДНОГО НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СЛОИСТОГО МАССИВА

Для выяснения основных особенностей исходного напряженного состояния горных пород, вносимых их различными теплофизическими свойствами, рассмотрим двухслойный массив. Пусть верхний слой представлен песчаником мощностью 750 м, нижний слой — гранит, расположенный от глубины 750 м до нижней границы расчетной области. Теплофизические и механические характеристики песчаника и гранита изменяются в значительных пределах [10–12]. Вклад температурных напряжений в общий их уровень линейно зависит от коэффициента  $K\alpha$ :

$$\begin{aligned}(\lambda + G) \frac{\partial \theta}{\partial x} + G \Delta u_x - K\alpha \frac{\partial T}{\partial x} &= 0, \\(\lambda + G) \frac{\partial \theta}{\partial y} + G \Delta u_y - K\alpha \frac{\partial T}{\partial y} + \gamma &= 0, \\(\lambda + G) \frac{\partial \theta}{\partial z} + G \Delta u_z - K\alpha \frac{\partial T}{\partial z} &= 0,\end{aligned}\tag{2}$$

где  $K = E / (1 - 2\nu)$ ,  $\lambda = Ev / [(1 + \nu)(1 - 2\nu)]$ ;  $\theta$  — объемная деформация;  $\Delta$  — оператор Лапласа;  $u_x, u_y, u_z$  — компоненты вектора перемещений;  $\gamma$  — объемный вес горных пород.

Расчет исходного состояния пород проведем для трех вариантов механических и теплофизических свойств горных пород, в которых коэффициент  $\delta = K_1\alpha_1 / (K_2\alpha_2)$  принимает наибольшее, наименьшее и значение, равное единице [12, 13]. В первом варианте верхний слой имеет следующие характеристики:  $E = 40\,000$  МПа,  $\nu = 0.25$ ,  $\alpha = 0.000012$  1/град,  $K\alpha = 0.96$ . Для нижнего слоя  $E = 30\,000$  МПа,  $\nu = 0.15$ ,  $\alpha = 0.000006$  1/град,  $K\alpha = 0.26$ . Для первого варианта  $\delta = 3.69$ . Во втором варианте у песчаника:  $E = 30\,000$  МПа,  $\nu = 0.15$ ,  $\alpha = 0.000007$  1/град,  $K\alpha = 0.3$ ; у гранита:  $E = 63\,000$  МПа,  $\nu = 0.3$ ,  $\alpha = 0.000009$  1/град,  $K\alpha = 1.53$ . Отношение этих значений  $\delta = 0.19$ . В третьем варианте у песчаника:  $E = 63\,750$  МПа,  $\nu = 0.25$ ,  $\alpha = 0.0000127$  1/град; у гранита:  $E = 63\,000$  МПа,  $\nu = 0.3$ ,  $\alpha = 0.000009$  1/град. Для указанных значений у песчаника и гранита  $K\alpha = 1.53$ , их отношение  $\delta = 1$ .

*Исходное напряженное состояние массива, вызванное воздействием поля температур.* Рассмотрим распределение напряжений, вносимое учетом только температурного фактора. На рис. 1а приведены зависимости вертикальных и горизонтальных напряжений от глубины для первого варианта расчета. Их распределение для всех значений переменной  $x$  одно и то же. В первом слое — песчанике вертикальное напряжение  $\sigma_y = 0$ . Так же, как и в однородном массиве, это следствие свободного температурного расширения песчаника в вертикальном направлении [5]. Во втором

слое — граните возникают растягивающие вертикальные напряжения, не меняющиеся с глубиной и достигающие 16 МПа. Появление вертикальных растягивающих напряжений в нижнем слое можно объяснить различными значениями коэффициента  $K\alpha$  песчаника и гранита. В песчанике он значительно больше, чем в граните. Вследствие большего расширения пород песчаника в вертикальном направлении и жесткого контакта слоев в нижнем слое возникают растягивающие вертикальные напряжения. Горизонтальные температурные напряжения в верхнем слое сжимающие и их абсолютные значения линейно увеличиваются с ростом расстояния от земной поверхности. В нижнем слое также наблюдается линейная зависимость горизонтальных напряжений от глубины. Их значения уменьшаются от небольших сжимающих напряжений до  $-25$  МПа на глубине 3000 м.



Рис. 1. Зависимость нормальных температурных напряжений от расстояния до земной поверхности вблизи контакта слоев с различными теплофизическими и механическими свойствами: а — вариант 1; б — вариант 2; в — вариант 3

Качественно другой характер распределения температурных напряжений наблюдается во втором варианте расчета, в котором коэффициент  $K\alpha$  у гранита значительно больше, чем у песчаника (рис. 1б). Вертикальные напряжения в нижнем слое сжимающие и также не изменяются с глубиной. В верхнем слое напряжения  $\sigma_y = 0$  из-за свободного температурного расширения песчаника в вертикальном направлении. Появление вертикальных сжимающих напряжений в нижнем слое вызвано существенно меньшим значением коэффициента  $K\alpha$  у песчаника по сравнению с гранитом, вследствие чего вертикальное температурное расширение гранита ограничено вышележащим слоем песчаника. Горизонтальные напряжения в обоих слоях линейно изменяются с глубиной. В слое гранита их абсолютные значения на порядок больше по сравнению с первым вариантом расчета, а в слое песчаника — меньше.

В третьем варианте расчета из-за равенства коэффициента  $K\alpha$  в обоих слоях происходит свободное температурное расширение породного массива в вертикальном направлении и вертикальные напряжения равны нулю (рис. 1в). Горизонтальные напряжения сжимающие и линейно изменяются с глубиной. На границе раздела сред происходит резкое изменение их значений.

Таким образом, характер и значения температурных напряжений в двухслойном массиве пород определяются коэффициентами  $K\alpha$  слоев. В проведенных расчетах отношение коэффициентов верхнего и нижнего слоя  $\delta$  изменялось от 3.69 (первый вариант) до 0.2 (второй вариант). При максимальном значении  $\delta$  в нижнем слое возникают значительные растягивающие напряжения  $\sigma_y$ , при минимальном — сжимающие. Изменение  $\delta$  от максимального до минимального значения приводит к последовательному переходу в нижнем слое вертикальных напряжений от растягивающих к сжимающим. При отношении, равном единице, в нижнем слое вертикальные напряжения равны нулю. Максимальные значения сжимающих горизонтальных напряжений в верхнем слое при уменьшении  $\delta$  также уменьшаются, в нижнем, напротив, увеличиваются.

*Исходное напряженное состояние слоистого массива, формируемое действием гравитационных сил и температуры.* Расчеты напряженного состояния слоистого массива, вызванного температурным полем и действием гравитационных сил, проведены также для трех вариантов. Объемный вес обоих слоев горных пород  $\gamma$  принят равным  $0.025 \text{ МН/м}^3$ . В первом варианте расчета на границе раздела сред происходит резкое уменьшение абсолютных значений вертикальных напряжений (рис. 2а). Для принятых теплофизических и механических свойств пород их сжимающие значения от отметки  $-750$  до  $-950$  м не превышают  $-10$  МПа, хотя на глубине  $1000$  м из-за веса налегающих горных пород их значение должно быть  $-25$  МПа. В верхнем слое вклад температурных напряжений в значения вертикальной компоненты нет, она определяется только весом пород. В нижнем слое главную роль играют растягивающие температурные напряжения, возникающие вследствие существенно большего коэффициента  $K\alpha$  в верхнем слое.

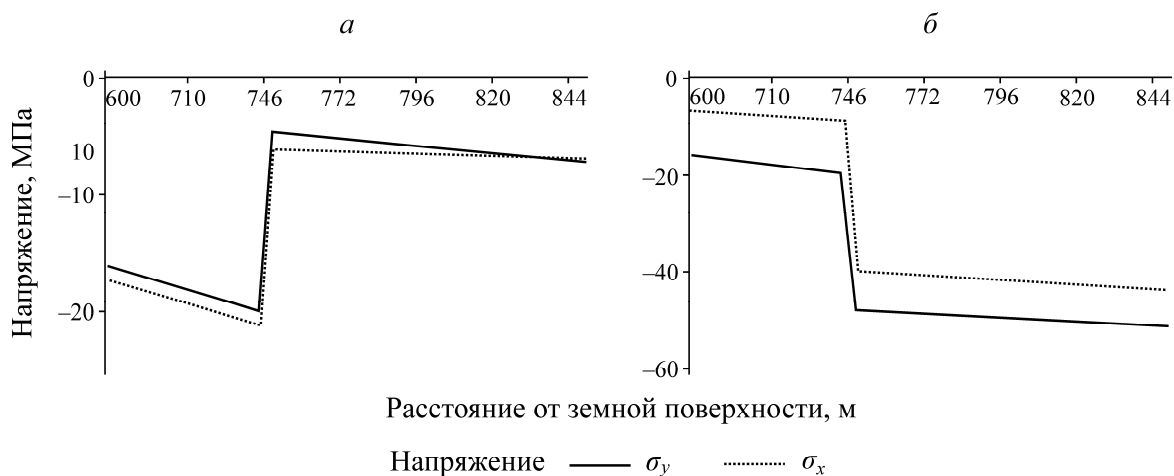


Рис. 2. Изменение исходных вертикальных и горизонтальных напряжений, вызванных действием гравитационных сил и температуры, по глубине при различных теплофизических и механических свойствах слоев: а — вариант 1; б — вариант 2

В значения горизонтальных напряжений в верхнем слое значительный вклад вносят температурные напряжения. Абсолютные значения горизонтальных напряжений в этом слое даже несколько превышают вертикальные (рис. 2а). В нижнем слое, напротив, на глубинах от  $750$  до  $1500$  м вклад температурных напряжений мал, они определяются в основном гравитационными силами.

На рис. 2б приведены зависимости исходных напряжений  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  от расстояния до земной поверхности вблизи контакта слоев при значительно большем коэффициенте  $K\alpha$  в нижнем слое. В нижнем слое наблюдается резкое увеличение уровня сжатия пород, как в вертикальном,

так и в горизонтальном направлении. Значения напряжений близки друг к другу. Резкий рост вертикальных напряжений объясняется значением коэффициента  $K\alpha$ , а горизонтальных — существенно большим коэффициентом линейного расширения. В верхнем слое вертикальные напряжения определяются весом налегающей толщи. Горизонтальные напряжения близки к значениям, определяемым гипотезой Динника [14].

Таким образом, различие теплофизических и механических свойств горных пород в слоистом массиве может оказать значительное влияние на характер распределения исходных напряжений. Определяющую роль при этом играют значения коэффициентов  $K\alpha$ . Их отношение, существенно отличающееся от единицы, может привести к резкому изменению характера исходного напряженного состояния нижележащего слоя (рис. 2).

#### **ПЕРЕРАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ СЛОИСТОГО МАССИВА ПРИ ВЕДЕНИИ ОЧИСТНЫХ РАБОТ**

При отношении коэффициентов  $K\alpha$ , близких к минимальным, в нижнем слое исходное термонапряженное состояние практически гидростатическое и сохраняется таковым до глубины 2500 м. На таких глубинах для отработки запасов полезных ископаемых применяется технология с закладкой выработанного пространства твердеющими смесями [15–17]. В ИГД СО РАН разработан алгоритм расчета теплового и напряженно-деформированного состояния закладочного и вмещающего массивов с учетом последовательности ведения очистных и закладочных работ. Выполнены расчеты распределения полей температур и напряжений при применении слоевых систем отработки с восходящим и нисходящим порядком ведения очистных работ в условиях преобладания исходных вертикальных напряжений [2].

Можно предположить, что исходное гидростатическое поле напряжений приведет к появлению новых особенностей в его распределении при развитии очистных и закладочных работ. Особый интерес представляет вариант ведения горных работ вблизи контакта слоев. Для установления особенностей перераспределения термонапряженного состояния массива горных пород выполнены расчеты полей температур и напряжений при ведении очистных работ в нижнем пласте на глубине 770 м. Исходное напряженное состояние соответствовало второму варианту расчета.

Постановка задачи принята такой же, как и в работе [2]. Расчеты проведены для плоской области, представляющей вертикальный разрез массива. Размеры обрабатываемого пласта в направлении, перпендикулярном рассматриваемой плоскости, так же, как и размеры каждой из пройденных и заложенных выработок, значительны. Очистные и закладочные работы в каждой выработке занимают достаточно большой промежуток времени. Такие предположения позволяют рассмотреть плоскую стационарную задачу для расчета распределения температуры и плоское деформированное состояние массива для нахождения поля напряжений. Расчет напряженного состояния массива горных пород выполнен для варианта выемки обрабатываемого пласта нисходящим порядком ведения очистных работ. Обрабатываемый пласт имеет мощность 40 м, размеры очистных выработок  $8 \times 8$  м.

На рис. 3 приведены изолинии распределения нормальных напряжений для одного из начальных этапов отработки пласта. Гидростатический характер распределения исходных напряжений приводит к одинаковому уровню горизонтальных и вертикальных напряжений в областях их концентрации вблизи незаложенной выработки и в почве обрабатываемого слоя. Ведение горных работ вблизи контакта горных пород, имеющих разный уровень исходных напряжений, показывает различный характер распределения горизонтальных и вертикальных напряжений в почве и кровле обрабатываемого пласта. В кровле пласта их уровень значительно ниже, чем в почве. В однородном массиве при мощности обрабатываемого пласта 40 м на глубинах более 500 м эта разница не превышает 3–4 %.

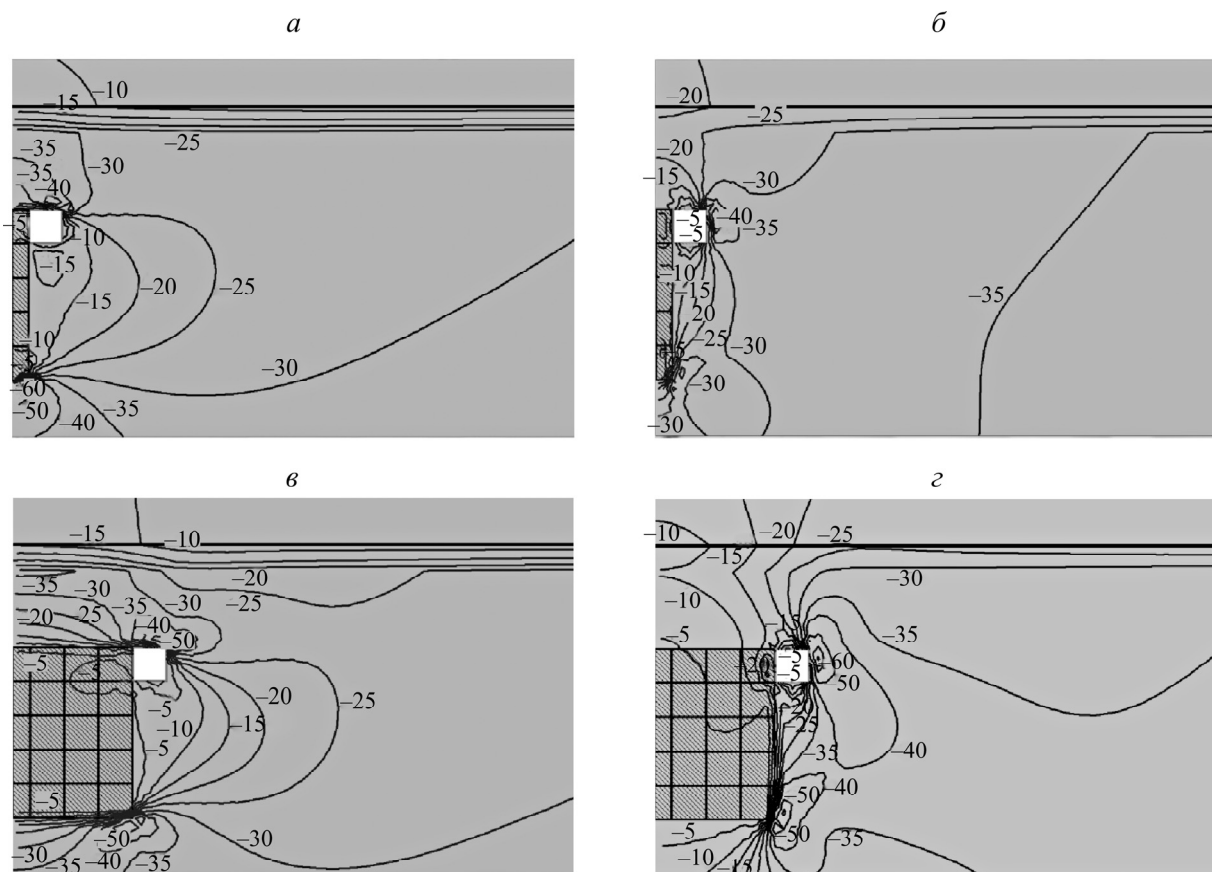


Рис. 3. Распределение горизонтальных (а, в) и вертикальных (б, г) напряжений после шести (верхний ряд) и двадцати одного (нижний) этапа выемки и закладки отрабатываемого пласта при ведении горных работ вблизи контакта слоев

Влияние ведения горных работ вблизи границы контакта разнородных сред проявляется в большей степени по мере продвижения фронта очистных работ. На рис. 3в, г показано распределение нормальных напряжений при полупролете отработки 30 м. Сохраняется отмеченное различие характера распределения горизонтальных и вертикальных напряжений в почве и кровле отрабатываемого пласта. Над отработанным и заложённым пространством формируется обширная область разгрузки массива от вертикальных напряжений. В закладочном массиве действуют незначительные сжимающие напряжения, не превышающие 5 МПа.

### ВЫВОДЫ

В слоистом массиве горных пород характер распределения исходного поля напряжений, вызванного гравитационными силами и температурным градиентом, зависит от отношения произведений модулей объемного сжатия и коэффициентов линейных расширений материалов слоев.

В нижнем слое двухслойного массива в зависимости от значения отношения этих величин могут возникать как растягивающие, так и сжимающие вертикальные температурные напряжения. При отношении произведений модулей объемного сжатия и коэффициентов линейных расширений пород верхнего слоя к нижнему меньше единицы в нижнем слое формируются сжимающие вертикальные напряжения, больше единицы — растягивающие. Горизонтальные температурные напряжения — сжимающие, их значения зависят от отношения коэффициентов линейного расширения пород слоев.

Введение очистных и закладочных работ вблизи контактов пород в областях, характеризующихся резким изменением уровня исходных сжимающих напряжений, способствует формированию над выработанным пространством обширной зоны разгрузки массива от вертикальных напряжений.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гончаров С. А. Термодинамика. — М.: МГГУ, 2002. — 440 с.
2. Серяков В. М. Расчет термонапряженного состояния горных пород в окрестности очистных выработок // ФТПРПИ. — 2023. — № 6. — С. 31–41.
3. Сергунин М. П., Еременко В. А. Определение параметров исходного поля напряженного состояния на руднике “Заполярный” // ГИАБ. — 2019. — № 4. — С. 63–74.
4. Зубков А. В., Сентябов С. М., Селин К. В. Методика определения природных напряжений в массиве по деформации карьера с использованием спутниковых навигационных систем // Литосфера. — 2019. — № 19(5) — С. 767–779.
5. Петроченков Р. Г. Отношение вертикального и горизонтального напряжений в однородном массиве горных пород с учетом температурных напряжений. // ГИАБ. — 2000. — Вып. 10. — С. 61–68.
6. Подстригач Я. С. Теплоупругость тел неоднородной структуры. — М.: Наука, 1984. — 368 с.
7. Боли Б., Уэйнер Дж. Теория температурных напряжений. — М.: Мир, 1964. — 517 с.
8. Лыков А. В. Теория теплопроводности. — М.: Высш. шк., 1967. — 599 с.
9. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. — М.: Мир. 1975. — 542 с.
10. Авчян Г. М. Физические свойства осадочных пород при высоких давлениях и температурах. — М.: Недра, 1972. — 144 с.
11. Гаврилев Р. И. Теплофизические свойства горных пород и напочвенных покровов криолитозоны. — Новосибирск: СО РАН, 1998. — 279 с.
12. Справочник (кадастр) физических свойств горных пород. — М.: Недра, 1975. — 279 с.
13. Бабаев В. В., Будымка В. Ф., Домбровский М. А., Сергеева Т. А. Теплофизические свойства горных пород. — М.: Недра, 1987. — 156 с.
14. Турчанинов И. А., Иофис М. А., Каспарьян Э. В. Основы механики горных пород. — Л.: Недра, 1989. — 488 с.
15. Волков Е. П., Анушенков А. Н. Разработка технологии закладки горных выработок литыми твердеющими смесями на основе хвостов обогащения. — Красноярск: СФУ, 2020. — 176 с.
16. Монтянова А. Н. Формирование закладочных массивов при разработке алмазных месторождений в криолитозоне. — М.: Горн. кн., 2005. — 597 с.
17. Лизункин М. В. Обоснование геотехнологий подземной разработки сложноструктурных рудных месторождений: автореф. дисс. ... д-ра техн. наук. — Чита, 2021. — 48 с.

*Поступила в редакцию 20/VIII 2024*

*После доработки 23/IX 2024*

*Принята к публикации 24/IX 2024*