

ОБ УВЕЛИЧЕНИИ ДАВЛЕНИЯ В УДАРНОЙ ВОЛНЕ ВЗРЫВА В НАПРАВЛЕНИИ ВЕТРА

И. Ф. Коротков

(Москва)

Увеличение скорости звука и скорости ветра с высотой в атмосфере приводит к тому, что ударная волна, образовавшаяся при взрыве, наклоняется к поверхности земли. В результате происходит нерегулярное отражение и образуется головная волна с значительным увеличением избыточного давления в ударной волне. Эти явления были исследованы С. А. Христиановичем с сотрудниками.

Ниже предлагается приближенная формула для коэффициента отражения слабых ударных волн от плоской жесткой стенки в области нерегулярного отражения. Полученная формула применяется для определения давления на поверхности земли в образовавшейся под влиянием метеорологических условий головной волне. Определяется расстояние, на котором будет существенно увеличено давление в головной ударной волне в зависимости от градиента скорости ветра, градиента скорости звука и от энергии взрыва. Исследуется влияние высоты взрыва на увеличение давления в головной ударной волне.

Зависимость параметров ударной волны от расстояния при взрыве в однородной атмосфере хорошо известна [1,2]. Реальная атмосфера неоднородна. Изменение плотности воздуха, скорости ветра и скорости звука с высотой приводит к изменению давления в ударной волне и изменению направления распространения ударных волн взрыва [3-6].

Будем рассматривать ударные волны около поверхности земли, вызванные взрывом на земле или на небольшой высоте. В нижних слоях атмосферы скорость ветра мала сравнительно со скоростью звука, которая в свою очередь также мало изменяется. Кроме того, будем считать, что скорость звука и скорость ветра зависят от высоты по линейному закону. При таких условиях давление в падающей ударной волне будет мало отличаться от давления, которое было бы на том же расстоянии в случае однородной атмосферы (различие не больше нескольких процентов).

Скорость ветра в атмосфере обычно растет с высотой. По этой причине в направлении ветра взрывная волна наклоняется к поверхности земли, а против ветра, наоборот, отрывается от нее. Изменение температуры с высотой определяет изменение скорости звука. Возрастание скорости звука с высотой также приводит к тому, что взрывная волна наклоняется к земле, а уменьшение — к образованию зоны «тени» вблизи земли. В целом явление определяется суммарным действием градиентов скорости ветра и скорости звука. Обычно суммарное действие таково, что в направлении ветра волна наклоняется к поверхности земли. В дальнейшем рассматриваются только такие случаи. Явления, происходящие при образовании зоны «тени», в данной статье не рассматриваются.

При взрыве на земле наклон ударной волны на близких расстояниях невелик, поэтому происходит нерегулярное отражение, при котором падающая ударная волна и отраженная соединены с поверхностью земли третьей волной — волной Маха. Часто эту третью волну называют головной волной. Давление в головной волне всегда выше, чем в падающей волне. По мере удаления взрывной волны угол наклона увеличивается. На определенном расстоянии от взрыва угол наклона волны достигает критической величины и дальше происходит регулярное отражение.

Наибольший интерес представляет расчет давления на поверхности земли при нерегулярном отражении. Однако такая задача не поддается точному расчету из-за большой сложности явления. Ниже описывается приближенный подход к этой задаче.

На каждом расстоянии отражение взрывной волны от поверхности земли будем рассматривать как отражение плоской ударной волны от плоской жесткой стенки, угол наклона которой равен углу наклона взрывной волны на данном расстоянии.

Подобный приближенный метод применяется в гиперзвуке для определения давления на поверхности тела и известен как метод касательных клиньев.

При регулярном отражении такая локальная постановка задачи выполняется строго, так как возмущения не догоняют фронт падающей ударной волны.

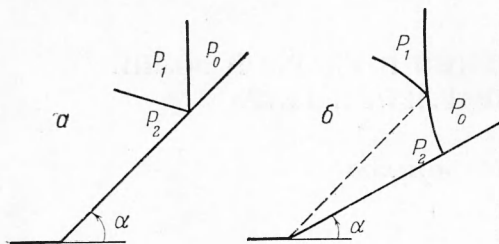
При нерегулярном отражении такая постановка задачи означает, что волна Маха успевает «перестроиться» на новый угол отражения. Приблизительно это будет выполняться

ся при медленном увеличении угла наклона ударной волны. Наклон ударной волны от взрыва на земле под действием градиентов скорости звука и скорости ветра будет медленным, и принятая гипотеза в данном случае оправдана.

Если же угол наклона падает с расстоянием, то возмущение охватывает все большую часть ударной волны. При расчете по указанному методу давления в головной

волне от взрыва на небольшой высоте, т. е. когда угол наклона падает с расстоянием, получим, что коэффициент отражения с удалением от места взрыва стремится к единице, а не к $2^{1/2}$, соответствующей взрыву удвоенного заряда.

Угол наклона взрывной волны найдем, исходя из представлений геометрической акустики. При этом учтем, что взрывная волна вблизи места взрыва распространяется со скоростью, большей скорости звука. Это приводит к уменьшению влияния градиента скорости ветра на наклон взрывной волны.



Фиг. 1

1. Отражение плоской ударной волны от плоской жесткой стенки. В зависимости от угла наклона стенки α и давления в падающей ударной волне различают два режима отражения, которые изображены на фиг. 1: а) регулярное отражение при $\alpha_* \leq \alpha \leq 1/2\pi$ и б) нерегулярное отражение при $0 < \alpha \leq \alpha_*$, при котором точка пересечения падающей и отраженной волны соединена со стенкой третьей волной — волной Маха [7]. Угол наклона стенки α_* , при котором меняется режим отражения, называется критическим углом. Критический угол зависит от давления в падающей ударной волне. Давление воздуха перед ударной волной обозначим через P_0 , давление за падающей ударной волной P_1 , давление на фронте волны Маха в точке пересечения ее со стенкой P_2 (фиг. 1).

Введем еще следующие обозначения:

$$p = \frac{P_1 - P_0}{P_0}, \quad p_2 = \frac{P_2 - P_0}{P_0}, \quad \zeta = \frac{P_2 - P_0}{P_1 - P_0} \quad (1.1)$$

Величина ζ называется коэффициентом отражения. В дальнейшем будем рассматривать главным образом слабые ударные волны, т. е. такие, у которых величина избыточного давления много меньше атмосферного давления

$$p \ll 1 \quad (1.2)$$

Для таких ударных волн величину критического угла удобно выразить в виде

$$\alpha_* = k_1 \sqrt{\frac{2(\gamma+1)}{\gamma} p} \quad \left(\gamma = \frac{c_p}{c_v} \right) \quad (1.3)$$

При $p \rightarrow 0$ коэффициент $k_1 \rightarrow 1$. Зависимость k_1 от p можно найти по данным работы [8].

Для дальнейшего понадобится зависимость критического угла от расстояния до взрыва, поэтому к (1.3) нужно добавить зависимость давления в падающей ударной волне от расстояния. Как уже отмечалось, для определения этой зависимости воспользуемся результатами, полученными для однородной атмосферы. Для слабых ударных волн удобна следующая формула:

$$p = \frac{k_2}{r} \quad (1.4)$$

Здесь $r = (P_0 / q)^{1/2}$ для взрыва на земле и $r = R(2P_0 / q)^{1/2}$ для взрыва в воздухе; q — энергия взрыва в кг тротила (так называемый тротиловый эквивалент по ударной волне); R — расстояние до взрыва в м; P_0 — атмо-

сферное давление в $\text{кг}/\text{см}^2$. Коэффициент k_2 зависит от расстояния r . Зависимость k_2 от r можно найти по данным работы [2].

Подставляя (1.4) в (1.3), получим зависимость критического угла от расстояния

$$\alpha_* = k_3^{\frac{3}{2}} \left[\frac{2(\gamma+1)}{\gamma} \right]^{\frac{1}{2}} (r)^{-\frac{1}{2}} \quad (k_3 = k_1^{\frac{2}{3}} k_2^{\frac{1}{3}}) \quad (1.5)$$

Коэффициент k_3 медленно изменяется с расстоянием. На фиг. 2 нанесена зависимость k_3 от расстояния r . В той области, где важно учитывать метеорологические условия, коэффициент k_3 близок к единице.

Рассмотрим зависимость коэффициента отражения ζ от угла наклона стенки, интенсивности падающей ударной волны и режима отражения.

При регулярном отражении величину ζ можно найти по точным формулам, которые приведены, например, в [9]. Эти формулы сложны. При условии

$$\alpha_* \leq \alpha \leq 1 \quad (1.6)$$

и условии (1.2) получается простая формула [10]

$$\zeta = 1 + 2 \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\alpha_*}{\alpha} \right)^2} \right]^{-1} \quad (1.7)$$

При увеличении угла наклона стенки величина ζ быстро уменьшается. При критическом угле наклона стенки $\zeta = 3$, а при $\alpha = 1.5 \alpha_*$ коэффициент отражения равен уже 2.15. При дальнейшем увеличении угла ζ уменьшается до 2.

Теоретические решения задачи о нерегулярном отражении плоской ударной волны от плоской жесткой стенки получены для предельных случаев: когда угол наклона стенки близок к критическому, а падающая ударная волна является слабой [10,11] и когда угол наклона стенки много меньше критического [11,12].

В работе [10] определена величина коэффициента отражения вблизи критического угла $\alpha \rightarrow \alpha_*$

$$\zeta = 1 + 4(\alpha / \alpha_*)^2 \quad (1.8)$$

В работе [11] вычислено значение коэффициента отражения для нерегулярного отражения слабых ударных волн при углах наклона стенки, меньших примерно $0.3\alpha_*$.

В работе [12] определена величина ζ при $\alpha \rightarrow 0$ для слабых ударных волн

$$\zeta = 1 + \frac{16}{3\pi} \frac{\alpha}{\alpha_*} \quad (1.9)$$

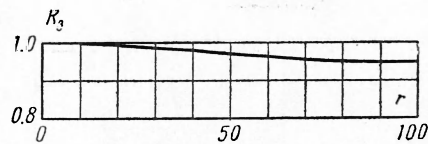
Исходя из приведенных результатов можно предложить простую интерполяционную формулу, дающую величину коэффициента отражения ζ для слабых ударных волн

$$\zeta = 1 + 4 \left(\frac{\alpha}{\alpha_*} \right)^2 + \frac{16}{3\pi} \frac{\alpha}{\alpha_*} \left(1 - \frac{\alpha}{\alpha_*} \right)^2 \quad (1.10)$$

Эта формула применима во всей области существования нерегулярного отражения $0 < \alpha \leq \alpha_*$. При $\alpha \rightarrow \alpha_*$ формула (1.10) согласуется с (1.8), а при $\alpha \rightarrow 0$ с (1.9).

Максимальная величина ζ получается вблизи критического угла. При $\alpha \rightarrow \alpha_*$ величина ζ имеет разрыв. Со стороны нерегулярного отражения $\zeta \rightarrow 5$, со стороны регулярного $\zeta \rightarrow 3$.

На фиг. 3 нанесены зависимость коэффициента отражения от угла наклона стенки по формулам (1.7) и (1.10) и экспериментальные данные, получен-



Фиг. 2

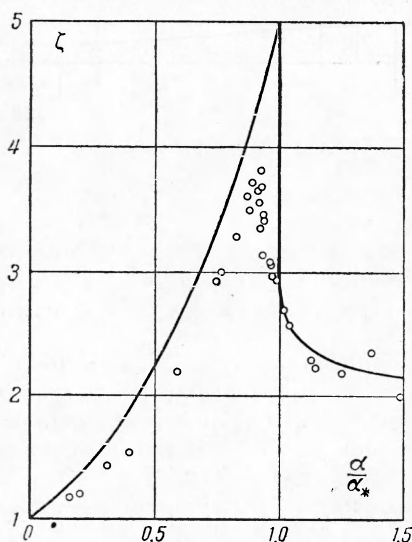
ные в работе [13]. Опыт подтверждает наличие большой области углов наклона стенки, где сильно увеличено избыточное давление при нерегулярном отражении.

Приводимые экспериментальные значения получены при $p \approx 0.07 \div 0.13$. При таком давлении в падающей ударной волне условие (1.2) выполняется приближенно, с точностью $\sim 10\%$. Вследствие этого экспериментальные измерения должны лежать несколько ниже кривой, построенной по формуле (1.10). Кроме того, при околоскоростных углах падения давление за фронтом волны Маха быстро падает, что затрудняет точное измерение давления на фронте волны. При увеличении масштаба опыта и уменьшении давления в падающей ударной волне следует ожидать, что экспериментальные значения коэффициента отражения будут приближаться к теоретической кривой (1.10).

2. Наклон взрывной волны под влиянием метеорологических условий. Скорость ударной волны D в неподвижной атмосфере определяется скоростью звука и давлением во фронте ударной волны

$$D = cM, \quad M = \sqrt{1 + \frac{\gamma+1}{2\gamma} p} \quad (2.1)$$

При взрыве в однородной атмосфере p — известная функция расстояния от взрыва или времени прихода взрывной волны. В неоднородной атмосфере эффекты фокусировки лучей несколько изменяют эту зависимость. Однако в рассматриваемом ниже случае линейной зависимости скорости звука и скорости ветра от высоты и условий (2.5) и (4.4) это влияние пренебрежимо мало. Будем считать, что число M зависит от времени t так же, как в однородной атмосфере. При $t = \text{const}$ давление вдоль фронта взрывной волны постоянно.



Фиг. 3

Относительно земли скорость ударной волны увеличивается на величину скорости ветра. Проектируя скорость ударной волны на горизонтальное и вертикальное направления и считая, что ветер дует вдоль земли в направлении распространения волны, получим уравнение луча (луч — траектория элемента ударной волны)

$$\frac{dX}{dt} = D \cos \beta + u, \quad \frac{dZ}{dt} = D \sin \beta \quad (2.2)$$

где u — скорость ветра, β — угол наклона нормали элемента к земле.

Скорость верхнего края элемента волны длиной dl больше скорости нижнего края на величину

$$\left(\frac{dD}{dt} + \cos \beta \frac{du}{dt} \right) dl$$

Учитывая $D = M(t)c(Z)$, $u = u(Z)$, получим изменение угла наклона нормали элемента

$$\frac{d\beta}{dt} = -\cos^2 \beta \frac{du}{dZ} - M(t) \cos \beta \frac{dc}{dZ} \quad (2.3)$$

Уравнения (2.2) — (2.3) — искомые уравнения луча. Из второго уравнения (2.2) и (2.3) получим соотношение вдоль луча

$$M(t) \frac{d}{dZ} \left(\frac{c}{\cos \beta} \right) + \frac{du}{dZ} = 0 \quad (2.4)$$

При $M \equiv 1$ из (2.4) следует известный закон преломления звуковых волн.

В нижних слоях атмосферы скорость ветра мала сравнительно со скоростью звука, которая в свою очередь также мало изменяется

$$u \ll c_0, \quad c - c_0 \ll c_0 \quad (2.5)$$

При таком условии из закона преломления следует, что на землю возвращаются только те лучи, которые наклонены под малыми углами. Здесь рассматриваются лучи, возвращающиеся на землю, поэтому к условию (2.5) добавим

$$|\beta| \ll 1 \quad (2.6)$$

При условиях (2.5) и (2.6) система (2.2) — (2.3) значительно упрощается

$$\frac{dX}{dt} = c_0 M(t), \quad \frac{dZ}{dt} = c_0 M(t) \beta, \quad \frac{d\beta}{dt} = -w - M(t)s \quad (2.7)$$

где $w = du/dZ$ и $s = dc/dZ$. Из первого уравнения (2.7) следует, что время прихода ударной волны зависит только от расстояния X , что будет следствием неравенства (2.6).

При линейной зависимости скорости звука и скорости ветра от высоты $w = \text{const}$ и $s = \text{const}$ система (2.7) легко интегрируется

$$X = c_0 \int_0^t M(t) dt, \quad \beta = \beta_0 - \frac{sX}{c_0} - \frac{w}{c_0} \int_0^X \frac{d\xi}{M(\xi)}$$

$$Z = H + \beta_0 X - \frac{sX^2}{2c_0} - \frac{w}{c_0} \int_0^X \int_0^\eta \frac{d\xi d\eta}{M(\xi)} \quad (2.8)$$

Здесь H — высота взрыва.

Исключая β_0 , получим поле наклона лучей от источника на высоте H

$$\beta = \frac{Z-H}{X} - \frac{X}{2c_0} [s + k_0(r)w] \quad (2.9)$$

$$k_0(r) = \frac{2}{r} \int_0^r \frac{d\xi}{M(\xi)} - \frac{2}{r^2} \int_0^r \int_0^\eta \frac{d\xi d\eta}{M(\xi)} \quad (2.10)$$

На фиг. 4 нанесена зависимость $k_0(r)$, вычисленная по (2.10). Функция $M(r)$ взята из работы [2].

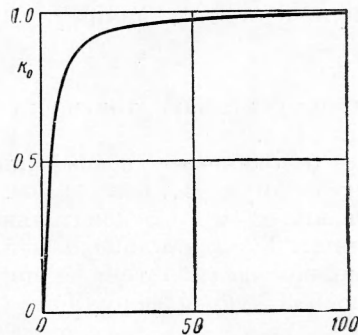
На близких расстояниях k_0 мало, поэтому вклад ветрового градиента в наклон волны в (2.9) вблизи взрыва сильно уменьшается. Градиент же скорости звука, обусловленный градиентом температуры, одинаково влияет на наклон как сильных, так и слабых ударных волн. По этой причине может возникнуть аномалия в усилении взрывной волны.

Если $s + w > 0$ так, что $s < 0$, а $w > 0$, то вблизи взрыва величина $s + k_0 w < 0$, взрывная волна будет ослабляться из-за дифракции, а на большом расстоянии $s + k_0 w > 0$, взрывная волна будет усиливаться из-за отражения от земли.

На большом расстоянии от взрыва при $r \cong 10 \div 20$ величина коэффициента k_0 близка к единице. Для звуковых волн при $M \equiv 1$ формулы (2.8) — (2.9) имеют простой вид

$$Z = H + \beta_0 X - \frac{\Omega X^2}{2c_0} \quad (2.11)$$

$$\beta = \frac{Z-H}{X} - \frac{\Omega X}{2c_0} \quad (2.12)$$



Фиг. 4

Здесь $\Omega = w + s$ — суммарный градиент скорости ветра и скорости звука. Это важное свойство уравнений (2.11) — (2.12): градиент скорости звука и градиент скорости ветра входят в формулы (2.11) — (2.12) только в виде суммы.

Уравнение луча (2.11) — парабола, имеющая отрицательную кривизну при $\Omega > 0$ (фиг. 5). Координаты вершины параболы X_0, Z_0

$$X_0 = \frac{\beta_0 c_0}{\Omega}, \quad Z_0 = H + \frac{\beta_0^2 c_0}{2\Omega} \quad (2.13)$$

связаны соотношением

$$Z_0 = H + \frac{\Omega X_0^2}{2c_0} \quad (2.14)$$

Луч, у которого вершина расположена на расстоянии X_0 , упадет на землю на расстоянии от места взрыва, равном

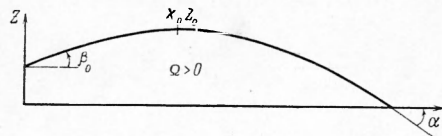
$$R = X_0 + \sqrt{X_0^2 + \frac{2c_0 H}{\Omega}} \quad (2.15)$$

В дальнейшем рассматривается взаимодействие взрывных волн с землей, для этого нужно знать угол наклона волны α на поверхности земли (фиг. 5). Этот угол будем находить по углу луча

$$\alpha = -\beta|_{Z=0} \quad (2.16)$$

Из (2.12) получим

$$\alpha = \frac{\Omega R}{2c_0} + \frac{H}{R} \quad (2.17)$$



Фиг. 5

Здесь R — расстояние от эпицентра (фиг. 5).

В заключение отметим, что если направление ветра составляет угол φ с выбранным направлением, то вместо Ω в формулу (2.11) — (2.17) нужно брать величину

$$\Omega_\varphi = s + w \cos \varphi \quad (2.18)$$

т. е. учитывать только проекцию скорости ветра на данное направление [14].

3. Зависимость коэффициента отражения от расстояния. Как следует из формул (1.7) и (1.10), коэффициент отражения зависит от отношения α/α_* . Следовательно, нужно найти зависимость α/α_* от расстояния. Угол наклона α найдем по формуле (2.17). При необходимости можно найти α точнее, по формулам (2.9) и (2.16). Для определения α_* воспользуемся формулой (1.5). Из (2.17) и (1.5) получим

$$\frac{\alpha}{\alpha_*} = 3(2)^{-\frac{8}{3}} \frac{H}{H_*} \left(\frac{R}{R_*}\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{R}{R_*}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (3.1)$$

где

$$R_* = 2k_3 \left(\frac{\gamma+1}{\gamma}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\Omega}{c_0}\right)^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{q}{2P_0}\right)^{\frac{1}{9}} \quad (3.2)$$

$$H_* = 3(2)^{-\frac{5}{3}} k_3^2 \left(\frac{\gamma+1}{\gamma}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\Omega}{c_0}\right)^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{q}{2P_0}\right)^{\frac{2}{9}} \quad (3.3)$$

При $H = 0$ вместо (3.2) нужно пользоваться следующей формулой:

$$R_* = 2k_3 \left(\frac{\gamma+1}{\gamma}\right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\Omega}{c_0}\right)^{-\frac{2}{3}} \left(\frac{q}{P_0}\right)^{\frac{1}{9}} \quad (3.4)$$

В формулах (3.1)–(3.4) энергия взрыва q выражена в кг тротила; Ω/c_0 в м^{-1} , P_0 — в $\text{кг}/\text{см}^2$, R_* и H_* в м. При вычислении R_* в первом приближении коэффициент k_3 можно положить равным единице, а во втором приближении уточнить. Однако, как видно из фиг. 2, это уточнение незначительно.

Взрыв на земле. Полагая в (3.1) $H = 0$, получим

$$\frac{\alpha}{\alpha_*} = \left(\frac{R}{R_*}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (3.5)$$

На расстоянии $R = R_*$ угол наклона равен критическому. Поэтому расстояние, равное R_* , назовем критическим расстоянием. Подставляя (3.5) в (1.10) и в (1.7), получим зависимость коэффициента отражения от расстояния при взрыве на земле

$$\zeta = 1 + 4\left(\frac{R}{R_*}\right)^3 + \frac{16}{3\pi}\left(\frac{R}{R_*}\right)^{\frac{3}{2}}\left[1 - \left(\frac{R}{R_*}\right)^{\frac{3}{2}}\right]^2 \quad (R \leq R_*) \quad (3.6)$$

$$\zeta = 1 + 2\left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{R_*}{R}\right)^3}\right]^{-1} \quad (R \geq R_*) \quad (3.7)$$

При взрыве на земле область увеличения давления в ударной волне взрыва определяется единственным параметром — критическим расстоянием R_* (3.4). На таком расстоянии от взрыва коэффициент отражения достигает своего максимального значения. При увеличении расстояния коэффициент отражения быстро падает до двух. На меньших расстояниях ζ уменьшается тоже, но гораздо медленнее, так что область больших увеличений давления в головной волне оказывается весьма значительной.

На фиг. 6 нанесена зависимость коэффициента отражения от расстояния при взрыве на земле по (3.6) и (3.7). Область, где $\zeta > 3$ лежит в пределах

$$0.78R_* < R < R_* \quad (3.8)$$

Величина R_* находится по (3.4).

Пример. Пусть $c_0 = 340$ м/сек, $P_0 = 1.032$ кг/см². При $q = 10^6$ кг тротила и значении $\Omega = 0.00687$ сек⁻¹ получим $R_* = 14 \cdot 10^3$ м.

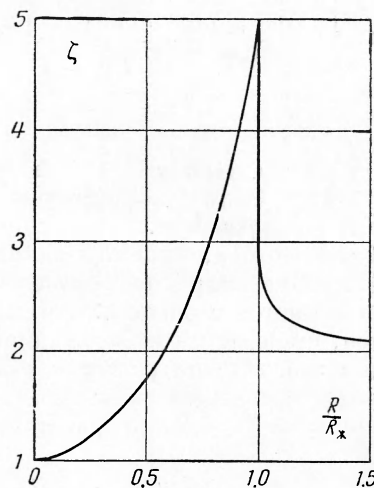
Зная зависимость коэффициента отражения от расстояния, легко найти увеличенное давление во взрывной волне, умножая величину ζ на давление в падающей ударной волне по (1.4). Давление в падающей ударной волне зависит от расстояния, отнесенного соответствующим образом к энергии взрыва, поэтому величины R_* и Ω также удобно отнести к энергии взрыва

$$r_* = R_* \left(\frac{P_0}{q}\right)^{\frac{1}{3}}, \quad \omega = \frac{\Omega}{c_0} \left(\frac{q}{P_0}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.9)$$

Величинами r_* и ω удобно пользоваться при моделировании взрывов.

Так как $R/R_* = r/r_*$, то формулы (3.6) и (3.7) не изменяются при замене R и R_* на r и r_* . Для критического расстояния r_* получим, подставляя (3.9) в (3.4),

$$r_* = 2k_3 \left(\frac{\gamma+1}{\gamma}\right)^{\frac{1}{3}} (\omega)^{-\frac{2}{3}} \quad (3.10)$$



Фиг. 6

Подставляя (3.10) в (1.4), получим давление в падающей ударной волне, которое будет на критическом расстоянии

$$P_* = \frac{k_1}{2k_2} \left(\frac{\gamma + 1}{\gamma} \right)^{-\frac{1}{3}} \omega^{\frac{2}{3}} \quad (3.11)$$

Формулы (3.4) и (3.10) определяют расстояние, на котором будет максимальное увеличение давления в ударной волне по сравнению со взрывом в однородной атмосфере.

На фиг. 7 построена зависимость давления в головной ударной волне от расстояния при различных критических расстояниях r_* . Величина r_*

определяется как абсцисса точек «излома». Около этих точек поставлены значения ω , вычисленные по (3.10). Кривая 1 построена по (1.4), она соответствует взрыву в однородной атмосфере.

Построенным графиком удобно пользоваться для определения давления в ударной волне взрыва с учетом влияния метеорологических условий. Если градиенты скорости ветра и скорости звука отсутствуют, то зависимость давления во взрывной волне от расстояния определяется по кривой 1, т. е. как в однородной атмосфере. При наличии положительного суммарного градиента Ω нужно пользоваться другой кривой, расположенной выше и соответствующей величине ω , которая зависит от Ω и q по (3.9). Чем больше ω , тем ближе к взрыву располагается область повышенных давлений. Все это наглядно показано на фиг. 7.

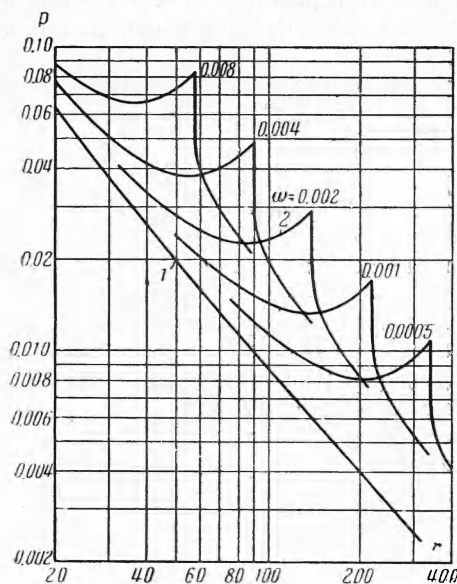
Пример. При $q = 10^6$ кг тротила и $\Omega = 0.00687 \text{ сек}^{-1}$ величина $\omega = 2 \cdot 10^{-3}$. Этим условиям соответствует кривая 2 на фиг. 7.

Взрыв на высоте. Рассмотрим зависимость (3.1). На малых расстояниях, вблизи взрыва, главный вклад в величину α / α_* дает первый член, имеющийся благодаря подъему заряда на высоту H . Величина этого члена уменьшается с расстоянием. Вдали от взрыва главный вклад дает второй член, имеющийся из-за градиента скорости ветра и скорости звука. Величина этого члена растет с увеличением расстояния. Таким образом, существует минимум зависимости α / α_* от расстояния. Легко найти величину минимума $(\alpha / \alpha_*)_m$ и расстояние R_m , определяющее его положение

$$\left(\frac{\alpha}{\alpha_*} \right)_m = \left(\frac{H}{H_*} \right)^{\frac{3}{4}}, \quad \left(\frac{R}{R_*} \right)_m = (2)^{-\frac{4}{3}} \left(\frac{H}{H_*} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.12)$$

Вблизи минимума ударная волна проходит большое расстояние при почти постоянной величине α / α_* . Отражение ударной волны взрыва при таких условиях назовем стационарным отражением.

Если $(\alpha / \alpha_*)_m > 1$, то как вблизи заряда, так и вдали от него происходит регулярное отражение. Области нерегулярного отражения в данном направлении от взрыва нет, нет и сильного увеличения давления. Для этого высота взрыва H должна быть достаточно велика, а именно: $H > H_*$. Величина H_* находится по (3.3). Например, при $q = 10^6$ кг и $\Omega = 0.00687 \text{ сек}^{-1}$ величина $H_* = 0.8 \cdot 10^3$ м.



Фиг. 7

При моделировании вместо H и H_* удобно пользоваться величинами

$$h = H \left(\frac{2P_0}{q} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad h_* = H_* \left(\frac{2P_0}{q} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.13)$$

Из (3.3) получим

$$h_* = 3(2)^{-\frac{5}{3}} k_3^2 \left(\frac{\gamma+1}{\gamma} \right)^{\frac{2}{3}} (\omega)^{-\frac{1}{3}} \quad (3.14)$$

Так как рассматривается взрыв на высоте, то в (3.14) следует принять

$$\omega = \frac{\Omega}{c_0} \left(\frac{q}{2P_0} \right)^{\frac{1}{3}}$$

Отметим, что $H/H_* = h/h_*$ и поэтому (3.1) и (3.12) не изменяются при замене H и H_* на h и h_* .

При $H < H_*$ вблизи взрыва происходит регулярное отражение, далее следует область нерегулярного отражения и еще дальше — снова область регулярного отражения. На фиг. 8 нанесена зависимость коэффициента отражения от расстояния при различной высоте взрыва, построенная по (1.7), (1.10) и (3.4). При малой высоте взрыва образуются две области сильно увеличенных давлений: одна ближе к взрыву, а другая — дальше; они независимы одна от другой. Первая образовалась в результате подъема заряда, а вторая в результате действия метеорологических условий. При увеличении высоты области сближаются. При H , несколько меньше H_* , получается широкая область очень больших увеличений давления. Это хорошо видно на фиг. 8.

На существование рассмотренного явления стационарного отражения автору указал С. А. Христианович. Ему же принадлежит идея приведенного выше объяснения этого явления.

4. Влияние конечной высоты положительного градиента. Выше рассматривался случай, когда положительный суммарный градиент Ω про-

стирается неограниченно высоко. Пусть на высоте H_1 положительный суммарный градиент сменяется на отрицательный (фиг. 9). Луч с вершиной при $Z_0 = H_1$, падает на землю на максимальном расстоянии R_1 . Из (2.14) и (2.15) получим

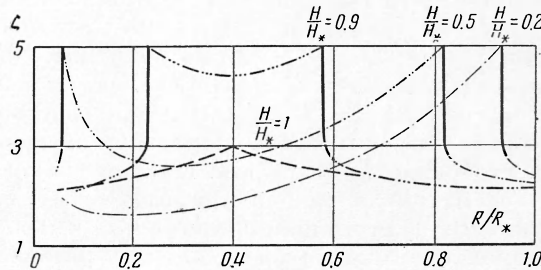
$$R_1 = \sqrt{\frac{2c_0 H_1}{\Omega}} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{H}{H_1}} \right) \quad (4.1)$$

Формула (2.17) для угла наклона взрывной волны применима только на расстояниях, которые меньше R_1 , т. е. при выполнении условия $R < R_1$. Введем высоту Z_* , на которую поднимается критический луч при взрыве на земле

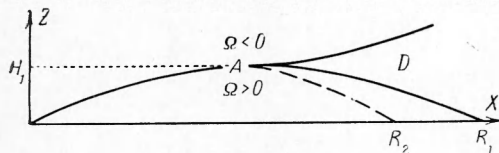
$$Z_* = \frac{\Omega R_*^2}{8c_0} \quad (4.2)$$

Разделив (4.1) на R_* , получим

$$\frac{R_1}{R_*} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{H_1}{Z_*}} \left(1 + \sqrt{1 - \frac{H}{H_1}} \right) \quad (4.3)$$



Фиг. 8



Фиг. 9

В случае, если на высоте H_1 положительный суммарный градиент сменяется отрицательным, то от точки $A(X_0, H_1)$ на фиг. 9 начинается область дифракции D , которая уменьшает давление в падающей ударной волне на расстояниях, которые еще меньше R_1 .

Найдем расстояние R_2 , вплоть до которого распространяется влияние области дифракции на фронт падающей ударной волны (фиг. 9). При

$$R \leq R_2 \quad (4.4)$$

фронт ударной волны распространяется так, как если бы положительный градиент простирался неограниченно высоко. Формулы, выведенные в п. 3, справедливы только при выполнении неравенства (4.4).

Область влияния дифракции отделена от возмущенной области линией звукового возмущения, исходящей из точки $A(X_0, H_1)$. Эта линия является проекцией на плоскость (X, Z) линии пересечения в пространстве (X, Z, t) характеристической поверхности, исходящей из точки A , с поверхностью, образованной фронтом ударной волны. На фиг. 9 она изображена пунктиром. Найдем уравнение линии возмущения.

Рассматривая слабую ударную волну, найдем, что угол между линией звукового возмущения и нормалью к фронту зависит от интенсивности ударной волны и равен половине критического. Из условия, что линия возмущения наклонена к лучу под углом, равным половине критического, получим ее уравнение

$$\frac{dZ}{dX} = \beta - \frac{\alpha_*}{2} \quad (4.5)$$

Подставляя β из (2.12) и α_* из (1.5), это уравнение легко интегрируется (k считаем постоянным). После интегрирования и использования (3.2) и (4.2) получим

$$\frac{Z-H}{4Z_*} = \left[2 - \frac{X}{X_0} + \left(\frac{R_*}{X_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{\frac{X_0}{X}} - 1 \right) \right] \frac{XX_0}{R_*^2} \quad (4.6)$$

где по (2.14) и (4.2)

$$\frac{X_0}{R_*} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{H_1-H}{Z_*}} \quad (4.7)$$

Полагая в (4.6) $Z = 0$ и $X = R_2$, получим уравнение для определения расстояния R_2 , куда приходит возмущение из области дифракции

$$\frac{H}{4Z_*} + \left[2 - \frac{X}{X_0} + \left(\frac{R_*}{X_0} \right)^{\frac{3}{2}} \left(\sqrt{\frac{X_0}{X}} - 1 \right) \right] \frac{XX_0}{R_*^2} = 0 \quad (4.8)$$

При $H = 0$ имеем $R_1 = 2X_0$ и (4.8) приводится к виду

$$\frac{R_1}{R_*} = \left[\frac{\sqrt{2} - \sqrt{R_1/R_2}}{1 - R_2/R_1} \right]^{\frac{2}{3}} \quad (4.9)$$

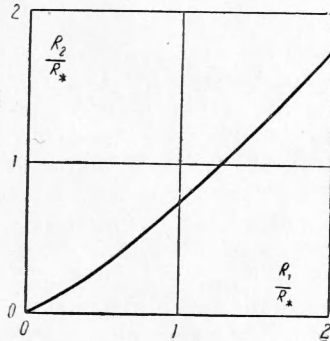
На фиг. 10 нанесена зависимость R_2/R_* от R_1/R_* , вычисленная по (4.9). Видно, что если R_1 близко к R_* , то R_2 лишь немного меньше R_1 . По графику фиг. 10 легко найти такую величину R_1 , чтобы возмущение падало на выбранное расстояние. Например, при $R_2 = R_*$ величина

$$R_1/R_* = 2^{1/3}$$

Разделив (2.14) на Z_* , получим (в данном случае $H = 0$, $Z_0 = H_1$, $X_0 = R_1/2$)

$$\frac{H_1}{Z_*} = \left(\frac{R_1}{R_*} \right)^2 \quad (4.10)$$

Подставляя найденное по (4.9) значение R_1/R_* в (4.10), найдем высоту градиента, при котором возмущение от зоны дифракции падает на выбран-



Фиг. 10

ное расстояние. Для взятого примера, когда возмущение приходит на критическое расстояние $R_2 = R_*$, получим

$$H_1 = 2^{2/3} Z_*$$

Таким образом, чтобы при наземном взрыве осуществилось максимальное увеличение давления, высота градиента должна быть не меньше чем $1.58 Z_*$.

5. Ветер и стенка. В настоящей работе считается, что действие метеорологических условий на ударную волну сводится к изменению угла ее наклона по отношению к земле. В рамках этих допущений действие ветра можно заменить постепенно изгибающейся стенкой, такой, чтобы угол между поверхностью стенки и нормалью к ударной волне на одном и том же расстоянии от места взрыва был бы таким же, как и наклон ударной волны к земле при действии суммарного градиента Ω . Найдем уравнение стенки для взрыва на земле. Пользуясь (2.17) и схемой на фиг.11, получим

$$\frac{dZ}{dR} = \frac{\Omega R}{2c_0} + \frac{Z}{R} \quad (5.1)$$

Интегрируя, получим уравнение стенки

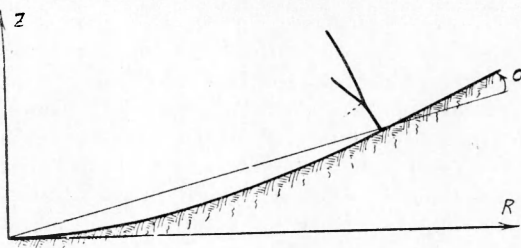
$$Z = \frac{\Omega R^2}{2c_0} \quad (5.2)$$

Используя (3.9), получим

$$z = \frac{\omega r^2}{2} \quad (5.3)$$

Здесь

$$z = Z(P_0/g)^{1/2}$$



Фиг. 11

Таким образом, искомое уравнение стенки — парабола, кривизна которой пропорциональна моделируемому суммарному градиенту скорости звука и скорости ветра.

Автор приносит благодарность С. А. Христиановичу за предоставление темы и многочисленные беседы, И. В. Немчинову, А. Т. Онуфриеву и О. С. Рыжову за полезные замечания.

Поступила 3 IV 1961

ЛИТЕРАТУРА

1. Садовский М. А. Механическое действие воздушных ударных волн взрыва. Сб. физика взрыва, Изд-во АН СССР, 1952, № 1.
2. Охотимский Д. Е., Кондрашева И. Л., Власова З. П., Казакова Р. К. Расчет точечного взрыва с учетом противодействия. Тр. Математического института им. Стеклова, Изд-во АН СССР, 1957, т. L.
3. Дуккерт П. Распространение волн взрывов в атмосфере. М.—Л., ГТТИ, 1934.
4. Рыжов О. С. Об одном точном решении уравнения акустики. ПММ, 1957, т. XXI, вып. 3.
5. Губкин К. Е. Распространение разрывов в звуковых волнах. ПММ, 1958, т. XXII, вып. 4.
6. Saby J. S., Nybord W. L. Calculation of rays in nonuniform medium. Journal of acoustical society of America, 1946, v. 18, N 2.
7. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны. М., ИИЛ, 1950.
8. Polachek H., Seeger R. J. On shock wave phenomena; interaction of shock waves in gases. Proceedings of symposia in applied mathematics, New York, 1949 vol. 1.
9. Bleakney W., Taub A. H. Interaction of shock waves. Reviews of modern physics, 1949, v. 21, N 4.
10. Рыжов О. С., Христианович С. А. О нелинейном отражении слабых ударных волн. ПММ, 1958, т. XXII, вып. 5.
11. Гриб А. А., Рыжов О. С., Христианович С. А. Теория коротких волн. ПМТФ, 1960, № 1.
12. Lighthill M. J. The diffraction of blast I. Proceedings of the Royal society Sec. A, 1949, v. 198, N 1055.
13. White D. R. An experimental survey of the Mach reflection of shock waves. Proceedings of the second mid-west conference on fluid dynamics. Ohio, 1952.
14. Cox E. F., Plagg H. J., Reed J. W. Meteorology directs where blast will strike. Bulletin of the american meteorological society, 1954, v. 35, N 3.