РАСПРОСТРАНЕНИЕ ТРЕЩИНЫ СДВИГА В ПОЛЕ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

В. В. Дудукаленко, Н. Б. Ромалис

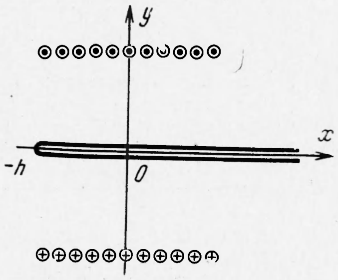
(Воронеж)

Рассматривается задача о распространении трещины продольного сдвига в среде, содержащей случайное поле внутренних напряжений. Задача решается в рамках теории квазихрупкого разрушения. Получен локальный критерий распространения трещины при циклических нагрузках. Изучается возможность применения локального критерия как модели усталостного распространения трещины.

Условия продольного сдвига предполагают, что перемещения направлены по нормали к некоторой плоскости x, y. Пусть в неограниченной плоскости x, y при отсутствии внешних нагрузок имеет место поле внутренних напряжений. В упругой среде поле внутренних напряжений может существовать, если вызванные им деформации не удовлетворяют условию совместности.

Можно показать, что любое поле внутренних напряжений может быть описано как поле, вызванное распределением дислокаций [1]. В условиях продольного сдвига поле деформаций, не удовлетворяющее условиям совместности, можно описать с помощью винтовых дислокаций, оси которых направлены по нормали к плоскости x, y. При образовании трещины или полости начальное поле внутренних напряжений в силу изменившихся краевых условий перейдет в некоторое поле напряжений, которое будем называть остаточным. В процессе развития трещины или полости неизменной характеристикой будем предполагать плотность распределения дислокаций.

Рассмотрим полубесконечную трещину продольного сдвига (фиг. 1) в плоскости комплексного переменного $z = x + iy$. Вычислим коэффициент интенсивности напряжений k в вершине трещины $z = -h$.



Фиг. 1

Используя конформное отображение $z = \omega(\zeta)$ области вне трещины на полуплоскость $\eta > 0$ переменных $\zeta = \xi + i\eta$, получаем [2]

$$k = i\frac{GF'(\zeta)}{\sqrt{\omega''(\zeta)}} \quad \text{при } \zeta = 0 \tag{1}$$

Здесь $F(\zeta)$ — функция напряжений в преобразованной области, $\zeta = 0$ — точка, в которую переходит вершина трещины при конформном преобразовании, штрихом обозначено дифференцирование.

Для одиночной винтовой дислокации, находящейся в точке $z_0 = \alpha + i\beta$, функция напряжений имеет вид

$$F(\zeta) = ib \ln \frac{\zeta - \zeta_0}{\zeta - \bar{\zeta}_0} \tag{2}$$

где b — вектор Бюргерса, $\zeta_0 = \xi_0 + i\eta_0$ — точка, определяемая преобразованием $z_0 = \omega(\zeta_0)$. Конформное преобразование области вне трещины на полуплоскость осуществляется функцией $z = \omega(\zeta) = -h - \zeta^2$, причем вершина трещины переходит в точку $\zeta = 0$.

Из соотношений (1) и (2) следует

$$k = bG\sqrt{2}\,\eta_0 / (\xi_0^2 + \eta_0^2) \tag{3}$$

Используя зависимость $z_0 = -h - \zeta_0^2$, получаем

$$k = bG\left(\frac{\alpha + h + \sqrt{(\alpha + h)^2 + \beta^2}}{(\alpha + h)^2 + \beta^2}\right)^{1/2} \tag{4}$$

В случае поля распределенных дислокаций, заданных плотностью векторов Бюргерса $\rho(\alpha, \beta)$, коэффициент интенсивности напряжений будет вычисляться по формуле

$$k = G\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty} \rho(\alpha, \beta)\left(\frac{\alpha + h + \sqrt{(\alpha + h)^2 + \beta^2}}{(\alpha + h)^2 + \beta^2}\right)^{1/2} d\alpha\, d\beta \tag{5}$$

Предположим, что поле $\rho(\alpha, \beta)$ является случайным, статистически однородным [3]. Положение трещины задается параметром h. Соотношение (5) устанавливает зависимость между случайными функциями $\rho(\alpha, \beta)$ и $k(h)$. Используя замену переменных $t = \alpha + h$, получаем

$$k(h) = G \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(t - h, \beta) \left(\frac{t + \sqrt{t^2 + \beta^2}}{t^2 + \beta^2} \right)^{1/2} dt\, d\beta \tag{6}$$

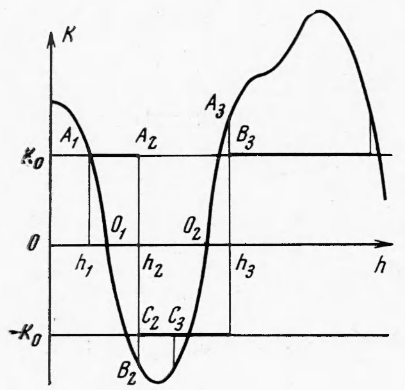
Параллельный перенос $t = \alpha + h$ не меняет вероятностных характеристик функции $\rho(\alpha, \beta)$. Так как интегральное преобразование (5) функции $\rho(t - h, \beta)$ не зависит от h, то $k(h)$ является статистически стационарной функцией.

Рассмотрим процесс распространения трещины под совместным действием остаточных напряжений и внешних нагрузок. Условием распространения трещины будем считать критерий Гриффита — Ирвина, который в рассматриваемом случае можно записать в виде

$$|k(h) + R| = k_0 \tag{7}$$

где k_0 — критическое значение коэффициента интенсивности, R — коэффициент интенсивности напряжений, созданных внешними нагрузками.

Пусть коэффициент интенсивности R создан циклическими внешними нагрузками, причем максимальное и минимальное значения R равны по абсолютной величине. Рассмотрим процесс распространения трещины, предполагая, что экстремальное значение R задано и равно N.



Фиг. 2

На фиг. 2 представлена одна из реализаций случайной функции $k(h)$. Значению $h = 0$ соответствует начальное положение трещины. При $R = 0$ начальное положение трещины будет неустойчивым, так как $k > k_0$, и трещина распространится до устойчивого состояния $h = h_1$. Дальнейшее развитие трещины зависит от изменения внешних нагрузок.

Пусть $N < k_0$, тогда при попадании вершины трещины в точки O_1, O_2 изменение внешних нагрузок в пределах $-N \leqslant R \leqslant N$ всегда приведет к устойчивому состоянию трещины.

В случае $N = k_0$, увеличивая R до значения k_0, трещину можно продвинуть до точки O_1, причем это положение трещины будет устойчивым, так как дальнейшее развитие трещины при фиксированных внешних нагрузках приведет к падению суммарного коэффициента интенсивности. При уменьшении внешней нагрузки вершина трещины остается в точке O_1, однако при достижении значения $R = -k_0$ трещина будет в неустойчивом состоянии, так как дальнейший рост трещины приведет к увеличению модуля суммарного коэффициента интенсивности. В точке O_2 трещина снова будет в устойчивом состоянии.

При дальнейшем изменении нагрузки процесс будет повторяться, за один цикл изменения нагрузки трещина распространится на два расстояния между нулями функции $k(h)$. Скорость роста трещины в зависимости от числа циклов n можно представить в виде

$$\frac{dh}{dn} = \frac{2}{Q} \tag{8}$$

где Q — число нулей функции $k(h)$ на единицу длины.

В некотором смысле рост трещины в зависимости от числа циклов (8) можно назвать неустойчивым, так как малейшее отклонение в сторону $N < k_0$ приведет к остановке трещины. При точном выполнении равенства $N = k_0$ будет иметь место конечная скорость распространения трещины.

Рассмотрим случай $N > k_0$. Предположим, что, начиная с момента развития трещины $h = h_1$, величина R возрастает до значения N, при этом трещина будет распространяться до $h = h_2$. На фиг. 2 величина N соответствует длине отрезка A_2B_2.

Дальнейшее уменьшение внешней нагрузки приведет к неустойчивому состоянию C_2, которое перейдет в состояние C_3. Затем с уменьшением нагрузки до $R = -N$ трещина достигнет положения h_3. Последующее увеличение R приведет к неустойчивому состоянию B_3 и т. д. Точкам B_2, A_3 и т. д. соответствуют скачки трещины на расстояние между пересечениями функции $k(h)$ с уровнем $|N - k_0|$.

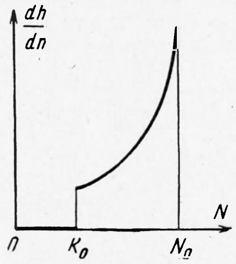
Пусть $P(N - k_0)$ — среднее число выбросов случайной функции $k(h)$ за уровень $|N - k_0|$, тогда скорость распространения трещины можно представить в виде

$$\frac{dh}{dn} = \frac{2}{P(N - k_0)} \tag{9}$$

В случае, когда $P(N - k_0) = 0$, остаточные напряжения не смогут удержать развитие трещины, и скорость dh/dn становится бесконечной.

Пусть значению N_0 соответствует случай, когда число пересечений $k(h)$ с уровнем $|N - k_0|$ равно нулю. Тогда при достижении коэффициентом интенсивности напряжений, созданных внешними нагрузками, значения N_0 циклический рост трещины перейдет в хрупкое разрушение.

Предполагая, что среднее число выбросов функции $k(h)$ монотонно убывает с возрастанием уровня $|N - k_0|$, скорость развития трещины как функцию от N качественно можно представить графиком на фиг. 3.



Фиг. 3

Из соотношений (4), (5) следует, что влияние поля внутренних напряжений на коэффициент интенсивности k изменяется обратно пропорционально расстоянию до вершины трещины. Если размеры трещины велики по сравнению с радиусом корреляции поля внутренних напряжений, соотношение (9) можно рассматривать как локальный критерий распространения трещины при циклических нагрузках.

Зависимость dh/dn от N, представленная на фиг. 3, может быть использована для описания роста усталостных трещин. В диапазоне значений N, ограниченных условиями эксперимента, обычно используется степенная зависимость [4,5]. Однако для достаточно малых N рост трещины может быть неустойчив или совсем прекратится. Этот случай на фиг. 3 соответствует значению $N \leqslant k_0$.

Поступила 5 V 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Фридель Ю. Дислокации. М., «Мир», 1967.
2. Sih G. C. Stress distribution near internal crack tips for longitudinal shear problems. Trans. ASME, Ser. E., J. Appl. Mech., 1965, vol. 32, No. 1. (Рус. перев.: Распределение напряжений вблизи концов трещины продольного сдвига. Прикл. механ., 1965, № 1.)
3. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. М., «Наука», 1966.
4. Carman C. M., Katlin J. M. Low cykle fatigue crack propagation characteristic of high strength steel. Trans. ASME, Ser. D, J. Basic Engng., 1966, vol. 88, No. 4. (Рус. перев.: Распространение трещин при малоцикловой усталости высокопрочных сталей. Теоретические основы инженерных расчетов, 1966, № 4.)
5. Черепанов Г. П. О росте трещин при циклическом нагружении. ПМТФ, 1968, № 6.