УДК 533.6.011

О ВЛИЯНИИ ЭНТРОПИЙНОГО СЛОЯ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ С САМОИНДУЦИРОВАННЫМ ДАВЛЕНИЕМ

Л. А. Соколов

(*Москва*)

В [1—3] были проведены исследования устойчивости вязких течений на основе теории свободного взаимодействия. В [4] теория со свободным взаимодействием применяется к исследованию нестационарных гиперзвуковых течений вязкого газа, имеющих энтропийные слои. В ней выведено дисперсионное соотношение, выяснена роль энтропийного слоя на характер распространения нестационарных возмущений в пограничном слое в случае, когда частота и волновое число принимают чисто действительные значения.

В данной работе продолжено исследование поставленной в [4] задачи, когда волновое число и частота могут принимать и комплексные значения.

Рассмотрим нестационарное свободное взаимодействие пограничного слоя с внешним гиперзвуковым потоком, имеющего энтропийные слои. Следуя [5—8], если воспользоваться указанным в [4] преобразованием подобия, систему асимптотических уравнений можно записать в виде

$$\partial u/\partial t + u\partial u/\partial x + v\partial u/\partial y = -\partial p/\partial x + \partial^2 u/\partial y^2, \tag{1}$$
$$\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0,\ \partial p/\partial y = 0,$$

где x, y — декартовы координаты; u, v — составляющие вектора скорости; p — давление; t — время. Здесь как независимые переменные, так и искомые параметры течения берутся в безразмерной системе единиц.

Краевые условия для задачи (1):

$$u = v = 0 \text{ при } y = 0; \tag{2}$$
$$u \to y + A(t, x) \text{ при } y \to \infty; \tag{3}$$
$$p = -\partial A/\partial x - N\partial p/\partial x, \tag{4}$$

где N — параметр подобия, характеризующий роль энтропийного слоя в процессе взаимодействия [8]. Граничные условия вверх по потоку здесь не формулируются, так как рассматриваемому движению газа может предшествовать область возмущенного течения, отделенного от него характеристикой $x = \text{const}$.

Как обычно в теории устойчивости, решение, описывающее свободные колебания вязкой жидкости, представим в виде

$$p = \alpha e^{\omega t + kx},\ u = y - \alpha e^{\omega t + kx}\,\partial f(y)/\partial y,\ v = \alpha k e^{\omega t + kx} f(y),$$

где α — амплитуда возмущений. Линеаризация по амплитуде возмущений α приводит задачу (1)—(4) к виду

$$d^3f/dy^3 - (\omega + ky)df/dy + kf + k = 0, \tag{5}$$
$$f(0) = f'(0) = 0,\ df/dy \to (1 + Nk)/k \text{ при } y \to \infty.$$

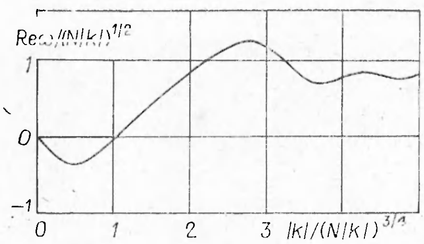
Частота ω и волновое число k связаны дисперсионным соотношением

$$\frac{dAi\left(\frac{\omega}{k^{2/3}}\right)}{dz}\left[\int\limits_{\omega/k^{2/3}}^{\infty} Ai(z)\,dz\right]^{-1} = -\frac{k^{4/3}}{1 + kN}, \tag{6}$$

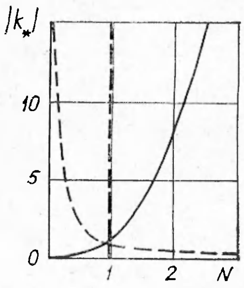
$Ai(z)$ — функция Эйри комплексного переменного $z = \omega/k^{2/3} + k^{1/3}y$.

От задачи, решенной в [7], задача (5), (6) отличается множителем $1/(1 + kN)$ в дисперсионном соотношении (6).

При $N|k| \to 0$ задача (5), (6) переходит в задачу о нестационарном пограничном слое, свободно взаимодействующем с внешним сверхзвуковым потоком. Для последней в [1] показано, что свободное взаимодейст-



Фиг. 1



Фиг. 2

вие распространяющихся в пограничном слое внутренних волн является устойчивым.

При $N|k| \to \infty$ правая часть дисперсионного соотношения (6) имеет вид $-k^{1/3}/N$.

Можно, как и в [2], сразу указать некоторые свойства решений, которые позволяют судить об устойчивости рассматриваемого движения в задачах (5), (6) с правой частью в дисперсионном соотношении (6), равным $-k^{1/3}/N$.

Во-первых, каждому заданному k (или ω) в комплексной плоскости $\xi = \omega/k^{2/3}$ соответствует бесчисленное множество корней, расположенных в окрестности отрицательной вещественной полуоси. Во-вторых, из всех корней с чисто мнимыми значениями k имеются моды, у которых реальная часть ω может принимать как отрицательные, так и положительные значения. Все корни с мнимыми значениями k находятся простым пересчетом аналогичных решений из теории свободного взаимодействия пограничного слоя с потоком несжимаемой жидкости около пластины [1], когда в правой части дисперсионного соотношения стоит величина $+ik^{4/3}$. Формулы пересчета имеют вид

$$|k_2| = |k_1|^4 N^3, \quad \omega_2 = \omega_1(|k_1|N)^2,$$

где значения $|k_1|$, ω_1 взяты из [1].

Когда реальная часть ω равна нулю, то возникают бегущие волны Толлмина — Шлихтинга, в которых происходят нейтральные колебания жидкости с постоянной по времени амплитудой.

Если поделить реальную часть частоты на $(N|k|)^{1/2}$, а абсолютную величину волнового числа на $(N|k|)^{3/4}$ и построить зависимость приведенной частоты от приведенного волнового числа, то все зависимости реальной части частоты от абсолютной величины волнового числа стянутся в одну кривую (фиг. 1) независимо от значения N.

Согласно вычислениям, соответствующее нейтральным колебаниям число $|k_*| = 1{,}005^4 N^3$ (фиг. 2, сплошная линия). Штриховая кривая на фиг. 2 соответствует значению $N|k| = 1$. Ниже этой кривой изложенная выше теория несправедлива. Вертикальная штриховая линия отделяет те значения N (левее штриховой линии), при которых нет нейтральных колебаний.

Все возмущения с волновыми числами выше значений штриховой кривой будут неустойчивые, ниже — устойчивые. Непрерывного перехода от устойчивых возмущений к неустойчивым при значениях N, меньших $N = 0{,}995$ (пересечение вертикальной штриховой прямой со сплошной кривой), в данной работе не построено. Но можно сказать, что рост числа N (увеличение затупления) сначала ведет к потере устойчивости более длинноволновых возмущений, затем — коротковолновых. Последнее качественно согласуется с данными экспериментального исследования влияния притупления передней кромки тела на устойчивость течения пограничного слоя с внешним сверхзвуковым потоком. Состояние исследований процессов развития возмущений при сверхзвуковых скоростях и, в частности, роль притупления передней кромки тела в потере устойчивости течения в пограничном слое подробно освещено в [9].

Автор считает приятным долгом выразить благодарность О. С. Рыжову за ценные замечания, сделанные в процессе работы над статьей.

Поступила 15 III 1983

ЛИТЕРАТУРА

1. **Жук В. И., Рыжов О. С.** Об устойчивости свободновзаимодействующего пограничного слоя.— ПММ, 1981, т. 45, вып. 3.
2. **Жук В. И., Рыжов О. С.** Свободное взаимодействие и устойчивость пограничного слоя в несжимаемой жидкости.— ДАН СССР, 1980, т. 253, № 6.
3. **Smith F. T.** On the non-parallel flow stability of the Blasius boundary layer.— Proc. Roy. Soc. A, 1979, vol. 366, N 1724.
4. **Соколов Л. А.** Влияние энтропийного слоя на распространение нестационарных возмущений в пограничном слое.— ПМТФ, 1983, № 2.
5. **Нейланд В. Я.** К теории отрыва ламинарного пограничного слоя в сверхзвуковом потоке.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1969, № 4.
6. **Stewartson K., Williams P.** Self-induced separation.— Proc. Roy. Soc. A, 1969, vol. 312, N 1509.
7. **Рыжов О. С., Терентьев Е. Д.** О нестационарном пограничном слое с самоиндуцированным давлением.— ПММ, 1977, т. 41, вып. 6.
8. **Нейланд В. Я., Соколов Л. А.** Влияние энтропийного слоя на отрыв пограничного слоя в гиперзвуковом потоке.— Учен. зап. ЦАГИ, 1978, т. 9, № 3.
9. **Гапонов С. А., Маслов А. А.** Развитие возмущений в сжимаемых потоках. Новосибирск: Наука, 1980.

УДК 532.526.2

О ПЕРЕНОСЕ ИМПУЛЬСА И ТЕПЛА В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА КРИВОЛИНЕЙНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Н. А. Дворников, В. И. Терехов

(Новосибирск)

Известно [1—11], что наличие относительно небольшой продольной кривизны обтекаемой поверхности может оказать существенное влияние на процессы турбулентного тепломассообмена и трения. При этом учет влияния только деформации пограничного слоя, характеризуемой величиной отношения толщины пограничного слоя к радиусу кривизны δ/R, приводит к существенно заниженному по сравнению с опытным влиянию кривизны на трение и теплообмен [2, 12].

Прандтль [1] одним из первых указал на аналогию между действием подъемных сил в стратифицированной жидкости и кривизной линий тока в пограничном слое. С использованием теории длины пути перемешивания им была предложена следующая зависимость для турбулентного трения: $\tau/\tau_0 = \sqrt{1 - 0{,}5\mathrm{Ri}}$. В качестве параметра использовалось число Ричардсона, которое отличалось от обычной его формы представления для стратифицированных жидкостей тем, что ускорение силы тяжести заменялось на центростремительное. Однако экспериментальная проверка выводов Прандтля показала [8], что наблюдаемые эффекты на порядок выше, чем дает теория.

Для учета этого явления в [2—7] используются эмпирические зависимости, связывающие длину пути перемешивания с характеристиками пограничного слоя и кривизной линий тока. В основу этих методов положен анализ Монина — Обухова для расчета температурно-стратифицированных атмосферных пограничных слоев. Так, в [2] было предложено использовать различные зависимости для модифицированной длины пути перемешивания, в частности линейные

$$l/l_0 = 1 - \beta\mathrm{Ri}, \tag{0.1}$$

где l, l_0 — длина пути перемешивания для криволинейного и плоского пограничных слоев; константа β при этом подбирается эмпирически.

Методы расчета с использованием указанных соотношений дают удовлетворительное соответствие с экспериментом и при исследовании более сложных течений, например при закрутке потока в неизотермических условиях [11]. Однако вопрос о правильном подборе эмпирического коэффициента β остается наиболее сложным и к настоящему времени не решенным.

В данной работе предложена методика расчета процессов турбулентного переноса импульса, тепла и вещества в криволинейных пограничных слоях без использования эмпирических констант, зависящих от кривизны линий тока.