4. **Ибрагимов Н. Х.** Группы преобразований в математической физике.— М.: Наука, 1983.
5. **Аннин Б. Д., Бытев В. О., Сенашев С. И.** Групповые свойства уравнений упругости и пластичности.— Новосибирск: Наука, 1985.
6. **Мясников В. П.** О сдавливании вязкопластического слоя жесткими плитами // Изв. АН СССР. ОТН. Сер. Мех. и машиностроение.— 1963.— № 4.
7. **Мовсумов А. А.** Гидродинамические основы совершенствования технологии проводки глубоких скважин.— М.: Недра, 1976.
8. **Маковей Н.** Гидравлика бурения.— М.: Недра, 1986.

г. Красноярск, г. Казань *Поступила 26/III 1990 г.*

Г. Ю. Степанов

О СТАТЬЕ Б. А. ЛУГОВЦОВА «ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТЕЧЕНИЯ В ЦЕНТРОБЕЖНОЙ ФОРСУНКЕ С ПОМОЩЬЮ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ» [1]

Б. А. Луговцов рассматривает схему течения идеальной несжимаемой жидкости через центробежную форсунку с цилиндрическим насадком, изображенную на рис. 1, который с незначительными изменениями повторяет рис. 3 из [1]. Стенки *1—1* и *2—2* удалены в бесконечности, закрутка потока потенциальна ($v_\varphi = \Gamma/(2\pi r)$, $\Gamma = \mathrm{const}$), параметр закрутки $A = R\Gamma/(2Q) = \mathrm{const}$, свободная поверхность полого ядра вихря с давлением $p_2 = \mathrm{const} = 0$ в меридиональном сечении монотонна (без стоячих волн).

Из интеграла Бернулли (который в [1] неверно назван интегралом энергии) на свободной поверхности при $z = -\infty$ и $z = \infty$

$$v_{1\varphi}^2/2 = v_{2\varphi}^2/2 + v_{2z}^2/2 = B = \mathrm{const}$$

можно найти коэффициент расхода $\mu = Q/(\pi R^2 \sqrt{2B})$ и $\overline{R}_1 \equiv R_1/R = A\mu$ как функции A и $\overline{R}_2 = R_2/R$. Вторая из них изображена па рис. 2 сплошными кривыми. Однако в опытах наблюдаются однозначные зависимости μ, $\overline{R}_1$ и $\overline{R}_2$ от A. На рис. 2 и 4 ∇ — максимумы на кривых.

В 1943 г. Г. Н. Абрамович и независимо в 1948 г. Дж. Тейлор предположили, что при каждом заданном параметре A реализуется течение с максимальным коэффициентом расхода $\mu(\overline{R}_2)$ (принцип максимума расхода (ПМР))*. При этом

$$2\overline{R}_2^4 - A^2(1 - \overline{R}_2^2)^3 = 0, \quad \mu = (1 - \overline{R}_2^2)^{3/2}(1 + \overline{R}_2^2)^{-1/2}.$$

Как известно из гидравлической теории водослива с широким порогом и линейной задачи о разрушении плотины на горизонтальном основании, ПМР соответствует критическому течению и следует из уравнений Эйлера и неразрывности. Можно показать, что аналогично в предположениях малой толщины h слоя жидкости в насадке форсунки и близости поверхности ядра вихря к цилиндрической в выходном сечении должно быть критическое течение с числом Фруда

$$\mathrm{Fr} \equiv v_{2z} \Big/ \sqrt{h v_{2\varphi}^2 / R} = 1 + O(\overline{h}^{3/2}), \quad \overline{h} \equiv h/R \equiv 1 - \overline{R}_2 =$$
$$= (2A)^{-2/3} + O(A^{-4/3}),$$

чему при заданном параметре A отвечает с точностью до величин порядка $\overline{h}^{5/2}$ максимальный коэффициент расхода μ.

При реальных достаточно больших параметрах закрутки ($A \geqslant 2$) ПМР имеет бесспорные в гидравлическом приближении теоретические основания и многочисленные экспериментальные подтверждения и яв-

---

* Решением № 389 от 18.10.90 Госкомизобретений ПМР признан входящим в открытие Г. Н. Абрамовича, Л. А. Клячко, И. И. Новикова и В. И. Скобелкина «Закономерность расхода жидкости в закрученном потоке» с приоритетом в январе 1948 г.

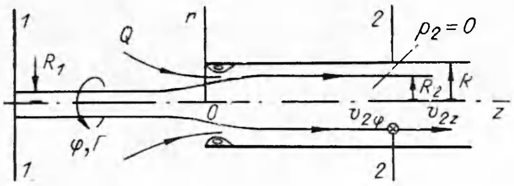

Рис. 1

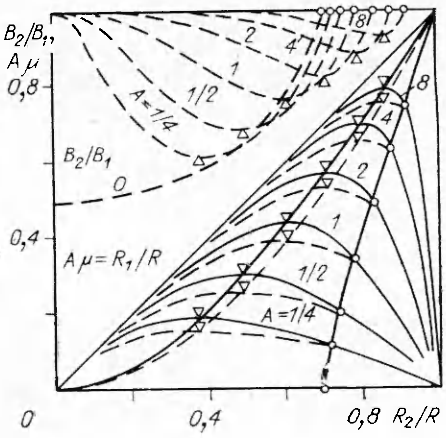

Рис. 2

ляется давно признанной основой расчета центробежных форсунок, различных циклонных аппаратов и других закручивающих поток устройств (см., например, [2, § 33; 3, с. 90—94]).

Однако Б. А. Луговцов считает ПМР необоснованным и даже неправильным и утверждает, что основные параметры течения через центробежную форсунку рассматриваемой схемы могут быть определены однозначно, если кроме интеграла Бернулли использовать «закон сохранения импульса» (теорему об изменении количества движения) в проекции на ось z (уравнение (15) [1]). В результате действительно получается однозначная зависимость $\bar{R}_1 = A\mu$ от $\bar{R}_2$, изображенная кружками для различных A на рис. 2, которая существенно отличается от зависимости Г. Н. Абрамовича (сплошная линия, проходящая через максимумы μ $(\bar{R}_2)$).

При составлении уравнения (15) Б. А. Луговцов предполагает, что «течение жидкости потенциально, за исключением области с замкнутыми линиями тока, возникающей на внутреннем срезе сопла (внутренних кромках цилиндрического насадка — Г. С.), где структура течения не влияет на дальнейшее рассмотрение» [1, с. 71]. Это предположение ошибочно. В сплошном потенциальном потоке на острых кромках существует подсасывающая сила, которая должна входить в уравнение (15). Она отсутствует в альтернативном струйном потенциальном потоке, который отрывается от кромок сопла, образуя струю со свободными границами (рис. 3) и давлением на них $p = p_2 = 0$. При наличии закрутки ($A \neq 0$) вдоль всей оси этой струи должно быть полое ядро с разрежением $p_3 = p_1 < p_2$. Ясно, что такое течение в центробежной форсунке реализовать невозможно, и только при отсутствии закрутки ($A = 0$) получается известное течение в насадке Борда ($\mu = 1/2$, $\bar{R}_2 = \sqrt{2}/2$) — единственная точка, для которой решение [1] имеет физический смысл!

Заметим, что течение в форсунке по схеме рис. 1 все же можно рассчитать, если отказаться от условия потенциальности всего потока, пренебречь трением на стенках насадка и принять дополнительные предположения о распределении скоростей на выходе из насадка ($z = \infty$). Аналогичные решения, существенно использующие теорему об изменении количества движения, давно известны. Достаточно напомнить задачу о внезапном расширении потока в цилиндрическом канале или задачу о гидравлическом прыжке. Более сложные примеры имеются в [2, § 32, 52, 53; 3, с. 36, 50, 76, 97—102].

Предположим, что после отрыва па входных кромках насадка поток присоединяется к его стенке и за счет сколь угодно малой вязкости перемешивается до равномерного ($v_z(r) = \text{const}$), но при сохранении потенциальной закрутки $\Gamma = 2\pi r v_\varphi = \text{const}$ во всем потоке. При этом константа Бернулли B уменьшается, $B_2 < B_1 \equiv B$. Тогда из теоремы об изменении количе-

Рис. 3

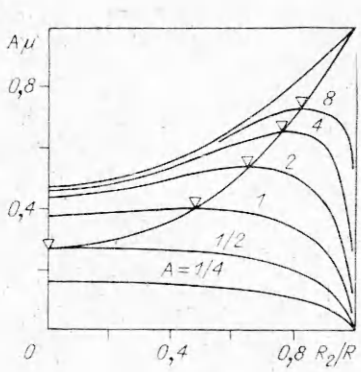

Рис. 4

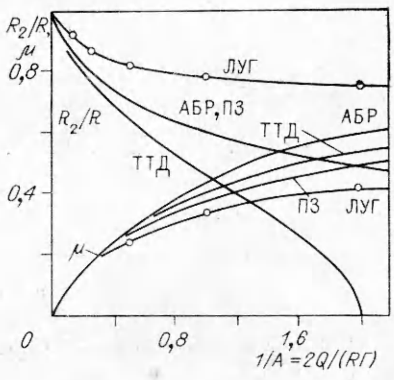

Рис. 5

ства движения легко найти зависимости $\bar{R}_1 = A\mu$ и B_2/B_1 от A и $\bar{R}_2$, изображенные штриховыми линиями на рис. 2. Минимумы $B_2/B_1(\bar{R}_2)$ точно совпадают с максимумами $\bar{R}_1(\bar{R}_2)$ (или $\mu(\bar{R}_2)$), что можно считать дополнительным подтверждением ПМР: дальнейшему увеличению $\bar{R}_2$ соответствует возникновение в насадке обратного гидравлического прыжка (псевдоскачка разрежения), исключаемого согласно второму закону термодинамики. Кривые доведены до точек $B_2/B_1 = 1$, которые отвечают решению [1].

Предположение о сохранении потенциальной закрутки оправдано для маловязкой жидкости, так как после отрыва на кромках $v_z'(r) \gg v_\varphi'(r)$. Однако, строго говоря, влияние вязкости должно приближать выходящий поток к твердотельному движению (ТТД) с $v_\varphi = \omega r$. В пренебрежении трением на стенках насадка угловую скорость ω можно найти из интегрального закона сохранения момента количества движения относительно оси z. (Влияние трения на стенках насадка в принципе можно существенно уменьшить, допуская возможность его свободного вращения вокруг оси z.) Вновь применяя теорему об изменении количества движения вдоль оси z, находим зависимости $A\mu(\neq \bar{R}_1)$, соответствующие ТТД на выходе из насадка (рис. 4). Замечательно, что при всех $A = \text{const} > 0$ и $\bar{R}_2 = 0$ в противоположность предшествующему случаю (см. рис. 2) коэффициент расхода $\mu > 0$, иначе говоря, влияние вязкости при заданных A и $\bar{R}_2$ увеличивает μ.

Режимы максимального расхода ($\mu(\bar{R}_2) = \max$) существуют только при достаточно большой закрутке потока (в данном случае при $A \geqslant 1/2$) — факт, теоретически установленный в 1985 г. для турбулентного потока М. А. Гольдштиком (см. [3, с. 178]). При малых A пустотелое ядро на выходе из насадка отсутствует, давление в ядре уже не равно p_2 и задача становится неопределенной.

На рис. 5 проведено сравнение всех обсуждаемых результатов в виде зависимостей μ и $\bar{R}_2$ от обратной величины закрутки $1/A$: АБР — ПМР Г. Н. Абрамовича, ЛУГ — расчет Б. А. Луговцова, ПЗ — потенциальная закрутка, ТТД — твердотельное движение.

Значения μ наибольшие для ПМР, наименьшие — по ЛУГ. При больших закрутках (малых $1/A$) все расчеты дают очень близкие результаты, находящиеся в пределах погрешностей экспериментальных данных. Более показательны значения радиуса $\bar{R}_2$ ядра на выходе. Значения $\bar{R}_2$ АБР и $\bar{R}_2$ ПЗ совпадают. Расчеты [1] дают нереально большие $\bar{R}_2$; $\bar{R}_2$ ТТД при больших закрутках практически совпадают с $\bar{R}_2$ АБР и $\bar{R}_2$ ПЗ; ядро ТТД исчезает при $A \leqslant 1/2$. Известные экспериментальные значения $\bar{R}_2$ в общем располагаются как выше, так и ниже кривой $\bar{R}_2$ АБР. (Заметим, что на рис. 2 в [1] тенденциозно использована единственная серия измерений, которая с учетом их погрешностей в равной мере согласуется и с $\bar{R}_2$ ЛУГ, и с $\bar{R}_2$ АБР.)

Следует подчеркнуть, что для решения задачи о центробежной форсунке в полной нелинейной постановке только интегральных теорем механики недостаточно, они должны быть дополнены теми или иными эвристическими условиями однозначности. Во всех рассмотренных схемах было принято существенное предположение выхода течения на цилиндрическое ($r = R_2 = \text{const}$). Кроме того, в [1] применялось физически некорректное условие $B_2 = B_1$; все остальные зависимости рис. 5 соответствуют максимальному расходу.

Итак, «точное» решение [1] приходится признать неправильным, а сомнения в надежности ПМР — необоснованными.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Луговцов Б. А.** Определение основных параметров течения в центробежной форсунке с помощью законов сохранения // ПМТФ.— 1989.— № 2.
2. **Степанов Г. Ю.** Гидродинамика решеток турбомашин.— М.: Физматгиз, 1962.
3. **Степанов Г. Ю., Зицер И. М.** Инерционные воздухоочистители.— М.: Машиностроение, 1986.

г. Москва *Поступила 15/XI 1989 г.*

Б. А. Луговцов

О ПРИНЦИПЕ МАКСИМАЛЬНОГО РАСХОДА

В работе [1] показано, что расход в центробежной форсунке с насадком Борда находится на основе законов сохранения и не совпадает с величиной, определяемой с помощью ПМР. Этот результат ставит под сомнение всеобщую применимость ПМР для определения параметров течения в центробежных форсунках, водосливах и других аналогичных течениях.

Г. Ю. Степанов (см. [2]) утверждает, что результаты, полученные в [1], ошибочны. Однако это фактически не аргументируется. Утверждается, например, что схема течения, рассматриваемая в [1], ошибочна, и без конкретного указания, в чем же ее ошибочность, предлагается другая схема течения, не имеющая никакого отношения к течению в центробежной форсунке.

Г. Ю. Степанов пишет: «В сплошном потенциальном потоке на острых кромках существует подсасывающая сила, которая должна входить в уравнение (15)». Но в [1] рассматривается не сплошной потенциальный поток, а потенциальный поток с замкнутой отрывной зоной (областью), возникающей на внутренней острой кромке цилиндрического насадка, структура течения в которой определяется естественным требованием конечной величины скорости и, следовательно, условием отсутствия подсасывающей силы. В рамках модели идеальной несжимаемой жидкости оно не определяет структуру течения в замкнутой отрывной области однозначно. Это обстоятельство, однако, не влияет на возможность эффективного использования законов сохранения.

Далее Г. Ю. Степанов пишет: «Как известно из гидравлической теории водослива с широким порогом... ПМР соответствует критическому течению и следует из уравнений Эйлера». Это утверждение приемлемо только в том смысле, что при определенных условиях в некоторых случаях ПМР позволяет приближенно находить параметры течения. Однако можно привести многочисленные примеры течений в водосливах и аналогичных течениях, в которых применение ПМР дает неверные результаты.

Рассмотрим течение в водосливе, схема которого изображена на рисунке. Из водоема бесконечной глубины с покоящейся жидкостью происходит истечение через бесконечно тонкий горизонтальный порог OC, причем в