

УДК 533.6.011

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ В КАНАЛЕ ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОЩАДИ СЕЧЕНИЯ ПРИ ИМПУЛЬСНО-ПЕРИОДИЧЕСКОМ ПОДВОДЕ ЭНЕРГИИ

А. Ф. Латыпов

Институт теоретической и прикладной механики
им. С. А. Христиановича СО РАН, 630090 Новосибирск
E-mail: latypov@itam.nsc.ru

Приводятся результаты численного моделирования квазиодномерного нестационарного течения в канале, моделирующем элемент прямогочного воздушно-реактивного двигателя. Определено влияние параметров подводимой в импульсно-периодическом режиме энергии (мощности, частоты импульсов, распределения источников по длине канала) на характеристики течения при числах Маха потока во входном сечении канала $M_0 = 2,4 \div 4,0$. Предложена конфигурация канала, при которой можно найти распределение подводимой энергии из условия ограничения максимального значения температуры газа.

Ключевые слова: канал, импульсно-периодический подвод энергии, уравнения Эйлера.

Идея прямогочного воздушно-реактивного двигателя для полета с гиперзвуковыми скоростями (числа Маха полета $M_\infty \geq 6$) предполагает сгорание топлива в сверхзвуковом потоке воздуха в канале. При этом количество сгорающего топлива должно быть достаточным для получения требуемой тяги (коэффициент избытка воздуха $\alpha \simeq 1$) и поток должен быть всюду сверхзвуковым. В [1, 2] предложены некоторые схемы впрыска топлива в поток и представлены структуры возникающих при этом сверхзвуковых течений, однако данные об их реализации отсутствуют. Отмечается, что процессы смешения и горения должны рассматриваться совместно. Задача смешения сверхзвуковых реагирующих потоков газа требует отдельного изучения. Необходимо также решить задачу о рациональном распределении подвода энергии по длине канала при условии, что статическая температура потока не превышает некоторого максимального значения. Это условие связано с ограничением степени диссоциации продуктов сгорания, уменьшающим эксергию потока газа.

В данной работе приводятся результаты численного моделирования нестационарного течения в канале, моделирующем элемент прямогочного воздушно-реактивного двигателя и состоящем из участков с постоянным и расширяющимся сечениями. Конфигурация канала показана на рис. 1 (x_1, x_2, x_3, β — варьируемые параметры). В классической схеме подвод энергии в камере сгорания осуществляется за счет сгорания топлива в некотором политропном процессе. В данном случае энергия подводится к потоку газа в импульсно-периодическом режиме. Исключение из рассмотрения процессов смешения позволило определить непосредственное влияние параметров подводимой энергии (мощности, частоты импульсов, распределения источников по длине канала) на характеристики течения. Значение числа Маха потока во входном сечении канала варьировалось в диапазоне $M_0 = 2,4 \div 4,0$, соответствующем числам Маха полета $M_\infty = 6 \div 12$. Для расчета параметров течений при подводе энергии использовались нестационарные квазиодномерные

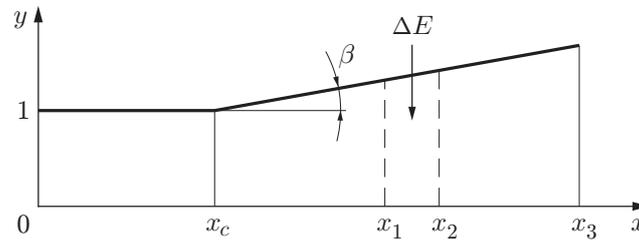


Рис. 1. Конфигурация канала:

$x_c = 0,8$ — длина цилиндрической части, x_3 — полная длина канала, $x_1 \div x_2$ — зона подвода энергии, β — угол раскрытия канала

уравнения Эйлера

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{G},$$

$$\mathbf{U} = (\rho y, \rho u y, e y), \quad \mathbf{F} = (\rho u y, (p + \rho u^2) y, (p + e) u y),$$

$$\mathbf{G} = (0, p \, dy/dx, q y), \quad p = (\gamma - 1)(e - \rho u^2/2),$$

где все функции и параметры являются безразмерными. В качестве нормирующих величин выбраны следующие (нижним индексом 0 отмечены значения во входном сечении канала): высота канала d_0 , скорость звука a_0 , давление p_0 , плотность $\rho^0 = p_0/a_0^2$. Для безразмерных величин сохранены исходные обозначения: $x = x/d_0$ — продольная координата, $y(x) = y(x)/d_0$ — ширина канала, $t = ta_0/d_0$ — время, $u = u/a_0$ — скорость, $p = p/p_0$ — давление, $\rho = \rho/\rho^0$ — плотность, $e = ea_0^2/\rho^0$ — плотность полной энергии, $q = qd_0/(\rho^0 a_0^3)$ — плотность мощности подводимой энергии, γ — показатель адиабаты.

При импульсно-периодическом подводе энергии величина q определяется выражением

$$q = \Delta e(x) \sum_i \delta(t - i\Delta t)$$

где $\Delta e(x)$ — плотность подводимой энергии; $\delta(t)$ — импульсная функция Дирака; Δt — период подвода энергии. Предполагается, что длительность импульса настолько мала, что изменением плотности газа и его скорости за соответствующий промежуток времени можно пренебречь [3]. На входе в канал задаются параметры невозмущенного потока, на выходе используется линейная экстраполяция [4]. Для решения задачи в промежутках между моментами подвода энергии применяется метод Р. Маккормака [5] с искусственной вязкостью четвертого порядка малости.

В качестве меры мощности подводимой энергии принята величина Hu/L_0 — максимальная мощность энергии, выделяющейся при сгорании водорода в воздухе (Hu — калорийность водорода; L_0 — стехиометрический коэффициент). В расширяющейся части канала равномерно вдоль оси x ($\Delta e(x)y = \text{const}$) в заданном диапазоне $[x_1, x_2]$ за период времени Δt подводится энергия, равная

$$\Delta E = \rho_0 u_0 y_0 z k \frac{Hu}{L_0} \Delta t.$$

Здесь z — ширина канала; k — задаваемый параметр (величина, обратная коэффициенту избытка воздуха α). Из условия равенства энергий получим

$$\Delta e(x)y = \frac{\gamma M_0 Q}{x_2 - x_1} \Delta t, \quad Q = \frac{k Hu}{L_0 a_0^2}.$$

Параметры потока во входном сечении канала в зависимости от числа Маха полета

M_∞	M_0	T_0	γ	Q	θ
6	2,4	835	1,35	11,1	3,9
8	3,0	1050	1,33	8,8	2,0
10	3,6	1300	1,32	7,1	1,1
12	4,0	1610	1,30	5,8	0,7
16	4,5	2375	1,23	3,2	0,3

Параметр

$$\theta = \frac{k \text{Nu} / L_0}{u_0^2 / 2} = \frac{2Q}{M_0^2}$$

определяет относительное количество подводимой энергии.

В таблице приведены полученные в результате термодинамических расчетов оценки параметров потока (число Маха M_0 , статическая температура T_0 и показатель адиабаты γ) в выходном сечении воздухозаборника (входное сечение канала) в зависимости от значения полетного числа Маха M_∞ (статическая температура набегающего потока $T_\infty = 218 \text{ K}$), а также значения подводимой энергии в канале при $k = 1$.

При импульсно-периодическом подводе энергии в начальный сверхзвуковой поток в канале в течение некоторого времени наблюдается сложная картина ударных волн, волн разрежения, контактных разрывов, образующих систему, меняющуюся во времени. Затем устанавливается периодический режим течения. Такой сценарий развития течений реализуется во всех рассмотренных вариантах.

При периодическом режиме течения параметры газа, осредненные за период, стационарны. Стационарны также параметры, при которых осуществляется импульсный подвод энергии. Поэтому для качественного анализа интегральных характеристик течений применим эксергетический метод. Эксергия σ потока вычисляется относительно параметров потока во входном сечении. Из определения эксергии и закона сохранения энергии следует

$$m_0 \Delta t \sigma_3 = m_0 \Delta t \sigma_0 + m_0 \Delta t a_0^2 Q - (m_0 \Delta t \Delta S_1 + m_* \Delta S_2) T_0.$$

Здесь m_0 — расход газа на входе; m_* — масса газа в зоне подвода энергии; $\Delta S_1, \Delta S_2$ — приращение энтропии в скачках уплотнения и при подводе тепла соответственно. Вычисляя приращение энтропии при подводе энергии, для величины относительной эксергии $\bar{\sigma}_3 = \sigma_3 / \sigma_0$ получим выражение

$$\bar{\sigma}_3 = 1 + \theta - \frac{2 \text{Sh}}{\gamma(\gamma - 1) M_0^2} \int_0^1 \frac{\ln(1 + \eta)}{\bar{u}} d\xi - \frac{2 \Delta \bar{S}_1}{\gamma M_0^2}, \quad \xi = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1},$$

$$\eta(x) = \frac{\Delta T(x)}{T_*(x)} = \frac{\gamma(\gamma - 1) Q \bar{u}(x)}{\text{Sh} \bar{T}_*(x)}, \quad \text{Sh} = \frac{\Delta x}{u_0 \Delta t},$$

где $\bar{u}(x) = u(x) / u_0$; $\bar{T}_*(x) = T_*(x) / T_0$; $T_*(x)$ — распределение температуры газа в зоне $[x_1, x_2]$; Sh — число Струхала; $\Delta \bar{S}_1 = \Delta S_1 / R$; R — газовая постоянная. При $\text{Sh} \gg 1$, что характерно для этой задачи, имеем

$$\bar{\sigma}_3 = 1 + \theta \left(1 - \int_0^1 \frac{d\xi}{\bar{T}_*(x(\xi))} \right) - \frac{2 \Delta \bar{S}_1}{\gamma M_0^2}.$$

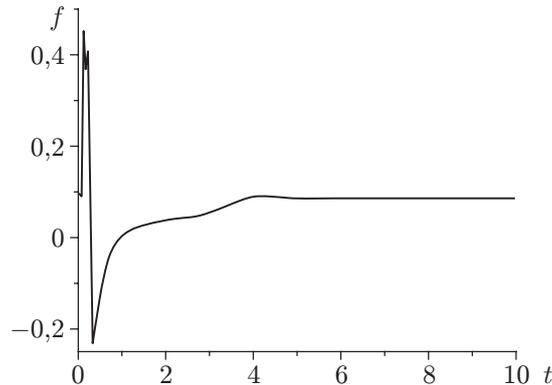


Рис. 2. Зависимость осредненной за период удельной силы от времени ($M_0 = 3,0$, $k = 0,75$, $\beta = 2^\circ$, $x_3 = 2$, $x_1 = 1,0$, $x_2 = 1,6$)

В этом случае нагрев газа осуществляется малыми порциями ($\eta(x) \ll 1$), соответственно малы и импульсы давления. В противном случае при возникновении скачков уплотнения, генерируемых большими импульсами давления, в них будут происходить дополнительные потери эксергии.

Влияние параметров задачи M_0 , θ , Sh , x_1 , x_2 , x_3 , β на структуру формирующихся периодических течений показано ниже. Получена частота “насыщения” импульсов энергии, при превышении которой структура и осредненное за период распределение параметров периодического течения не меняются. Эта частота слабо зависит от параметров задачи, и соответствующий период равен $\Delta t = 10^{-3}$. Все расчеты выполнены при этом значении Δt . Стабилизируется также осредненная за период удельная сила f (рис. 2):

$$f = \frac{[(p + \rho u^2)y]_3 - [(p + \rho u^2)y]_0}{(\rho u y)_0}.$$

При значении энергии, подводимой в поток (начальное значение числа Маха $M_0 = 2,4$) в узкой зоне в цилиндрической части канала, соответствующем значению $k = 0,3$, всюду сохраняется сверхзвуковое течение. В зоне подвода энергии увеличиваются давление и температура (кривые 1 на рис. 3). Аналогичный характер течения наблюдается при подводе такой же энергии в широкой области расширяющейся части канала (кривые 2). Значения эксергии $\bar{\sigma}_3$ в вариантах 1 и 2, которым соответствуют кривые 1, 2 на рис. 3, практически равны, но в варианте 2 протяженность зоны повышенной температуры существенно меньше. Увеличение энергии до значения $k = 0,4$ приводит к формированию в цилиндрической части канала скачка уплотнения, за которым поток является дозвуковым (кривые 3). Скачок уплотнения совершает колебательные движения малой амплитуды с частотой, равной частоте подвода энергии. Стационарное течение со скачком уплотнения, расположенным в цилиндрической части канала, не может быть реализовано вследствие его неустойчивости. Следует отметить два факта, характерных для стационарных течений: 1) при подводе энергии давление в сверхзвуковом потоке увеличивается, в дозвуковом — уменьшается; 2) в варианте 3, которому соответствует кривая 3 на рис. 3, структура течения сходна со структурой течения при установившейся детонации, различаются лишь размеры характерных зон. Кривые 4 на рис. 3 соответствуют течению в канале с большим углом раскрытия ($\beta = 45^\circ$), особенностью которого является наличие скачка уплотнения внутри зоны подвода энергии. Скорость потока за этим скачком дозвуковая, в конце зоны число Маха $M = 1$. При малом угле раскрытия ($\beta = 2^\circ$) такое течение не реализуется: при $k = 0,39$ структура течения аналогична варианту 2, а при $k = 0,40$ формируется течение со скачком уплотнения вне зоны подвода энергии (вариант 3).

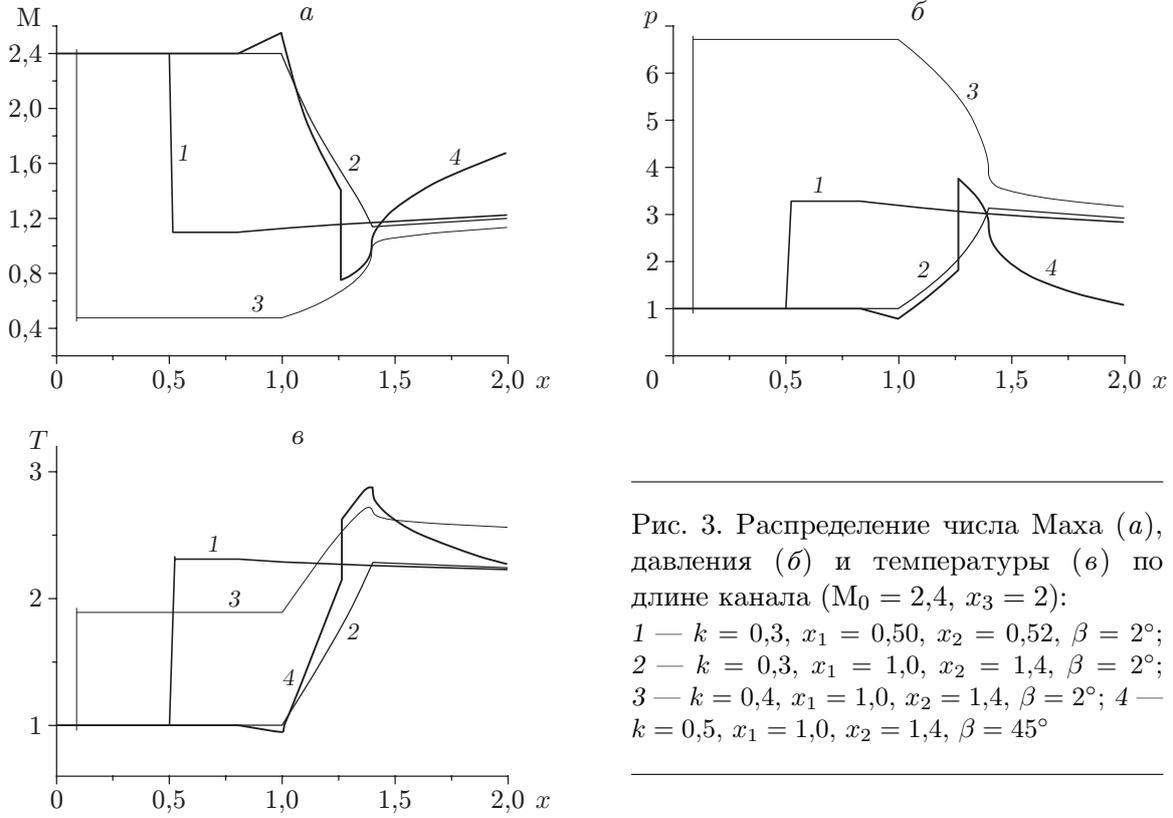


Рис. 3. Распределение числа Маха (а), давления (б) и температуры (в) по длине канала ($M_0 = 2,4, x_3 = 2$):
 1 — $k = 0,3, x_1 = 0,50, x_2 = 0,52, \beta = 2^\circ$;
 2 — $k = 0,3, x_1 = 1,0, x_2 = 1,4, \beta = 2^\circ$;
 3 — $k = 0,4, x_1 = 1,0, x_2 = 1,4, \beta = 2^\circ$; 4 —
 $k = 0,5, x_1 = 1,0, x_2 = 1,4, \beta = 45^\circ$

Рассмотрим одномерное стационарное течение в канале с переменной площадью сечения при подводе тепла и наличии каких-либо процессов диссипации энергии. Пусть заданы функция $H(x)$, определяющая количество подведенного тепла между входным сечением Ω_0 и сечением $\Omega(x)$, и удельная сила $j_d(x)$, соответствующая процессу диссипации энергии; $H_d(x) = j_d(x) d_0$ — функция диссипации энергии. Запишем законы сохранения для элементарного объема dx :

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right) \frac{dT}{T} + (\gamma - 1) M^2 \frac{dM}{M} &= \frac{dH(x)}{c_p T}, \\ \frac{dp}{p} - \frac{1}{2} \frac{dT}{T} + \frac{dM}{M} &= -\frac{d\Omega(x)}{\Omega(x)}, \\ \frac{dp}{p} + \frac{1}{2} \gamma M^2 \frac{dT}{T} + \gamma M^2 \frac{dM}{M} &= -\frac{H_d(x) dx}{RT}. \end{aligned} \tag{1}$$

Определитель этой системы уравнений равен

$$\Delta_0 = \begin{vmatrix} 0 & 1 + (\gamma - 1) M^2 / 2 & (\gamma - 1) M^2 \\ 1 & -1/2 & 1 \\ 1 & \gamma M^2 / 2 & \gamma M^2 \end{vmatrix} = 1 - M^2$$

и при $M = 1$ обращается в нуль. Для возможности продолжения непрерывного решения в точке $x = x_*$, в которой $M(x_*) = 1$, необходимо, чтобы определитель, получаемый заменой какого-либо столбца в определителе Δ_0 вектор-столбцом правой части уравнений, также был равен нулю. Получаемое при этом условие имеет вид

$$\frac{H'(x_*)}{c_p T} + \frac{H_d(x_*)}{RT} - \frac{\Omega'(x_*)}{\Omega(x_*)} = 0 \tag{2}$$

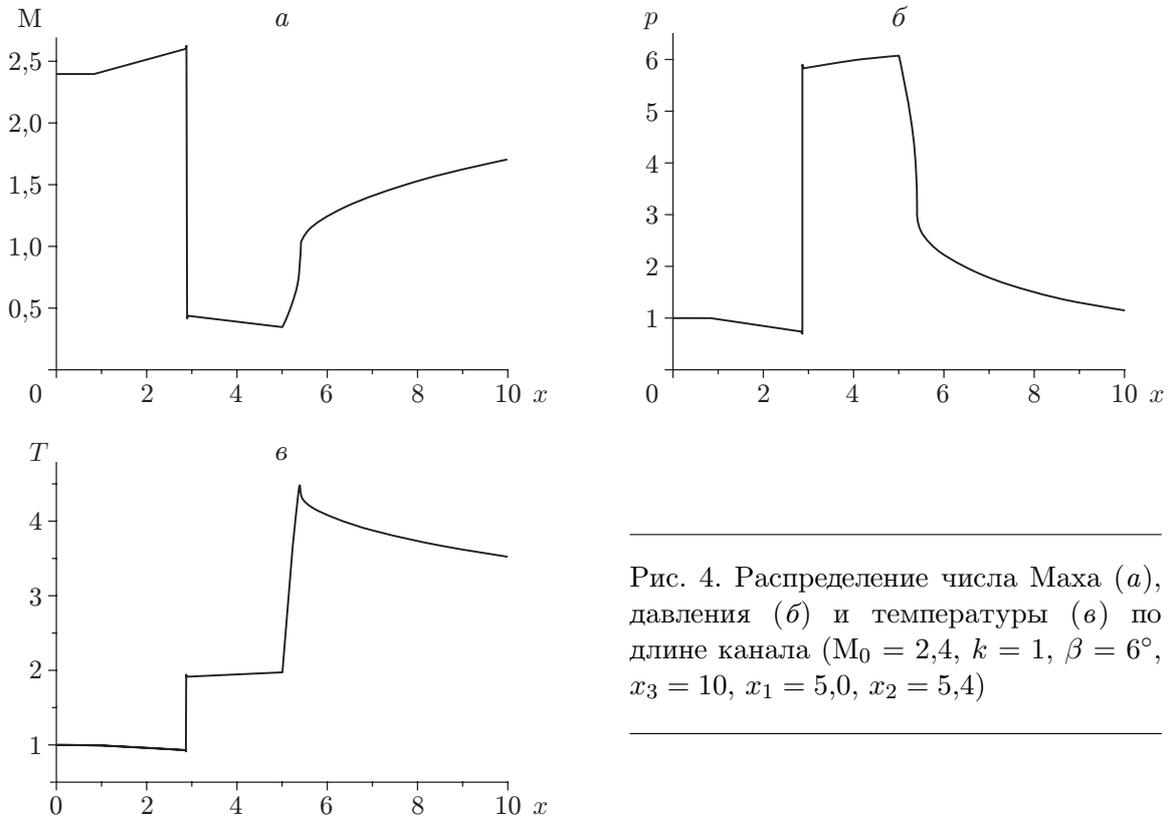


Рис. 4. Распределение числа Маха (а), давления (б) и температуры (в) по длине канала ($M_0 = 2,4$, $k = 1$, $\beta = 6^\circ$, $x_3 = 10$, $x_1 = 5,0$, $x_2 = 5,4$)

(штрих означает производную функции по x). Это соотношение определяет структуру формирующихся периодических течений при больших числах Струхалия. В данной задаче $H_d(x) = 0$, и, поскольку в расширяющейся части $\Omega'(x) > 0$, сечение $\Omega(x_*)$ всегда расположено внутри зоны подвода энергии (как правило, $x_* = x_2 - \varepsilon$, $\varepsilon \sim 0$). Течение за ним может быть как сверхзвуковым, так и дозвуковым. Условия формирования различных течений структуры варианта 4 (см. рис. 3) неясны.

Результаты расчета при подводе максимальной в принятой мере энергии $k = 1$ приведены на рис. 4. В этом случае также формируется скачок уплотнения, но в расширяющейся части канала. Энергия подводится в дозвуковой поток. Число Маха в малой окрестности правой границы зоны подвода энергии также равно единице. Далее поток имеет сверхзвуковую скорость.

На рис. 5 представлены распределения параметров по длине канала для значения числа Маха на входе в канал $M_0 = 3$ и $\Delta t = 10^{-3}$ при $k = 0,75$ (кривая 1), $k = 0,80$ (кривая 2). При $k = 0,75$ скорость потока всюду сверхзвуковая, при $k = 0,80$ энергия подводится при дозвуковой скорости потока. Слабоосциллирующий по x скачок уплотнения расположен в цилиндрической части канала. На рис. 5, в показано влияние увеличения периода подвода энергии до значения $\Delta t = 5 \cdot 10^{-2}$ на распределение параметров потока (представлена только зависимость $T(x)$ (кривая 1'), зависимости $M(x)$, $p(x)$, $\rho(x)$ аналогичны). Реализуется течение с колебаниями параметров значительной амплитуды. При $\Delta t = 10^{-3}$ число Струхалия $Sh = 2 \cdot 10^2$. В зоне подвода энергии частица газа подвергается многократному (малыми порциями, т. е. $\eta(x) \ll 1$) энергетическому воздействию (кривая 1 на рис. 5, в). При $\Delta t = 5 \cdot 10^{-2}$ число Струхалия значительно меньше ($Sh = 4$), и, поскольку подводимая энергия одна и та же, при однократном воздействии приращение температуры существенно больше. Поэтому и наблюдаются значительные колебания параметров потока. Осредненная за период удельная сила меньше, чем при $\Delta t = 10^{-3}$.

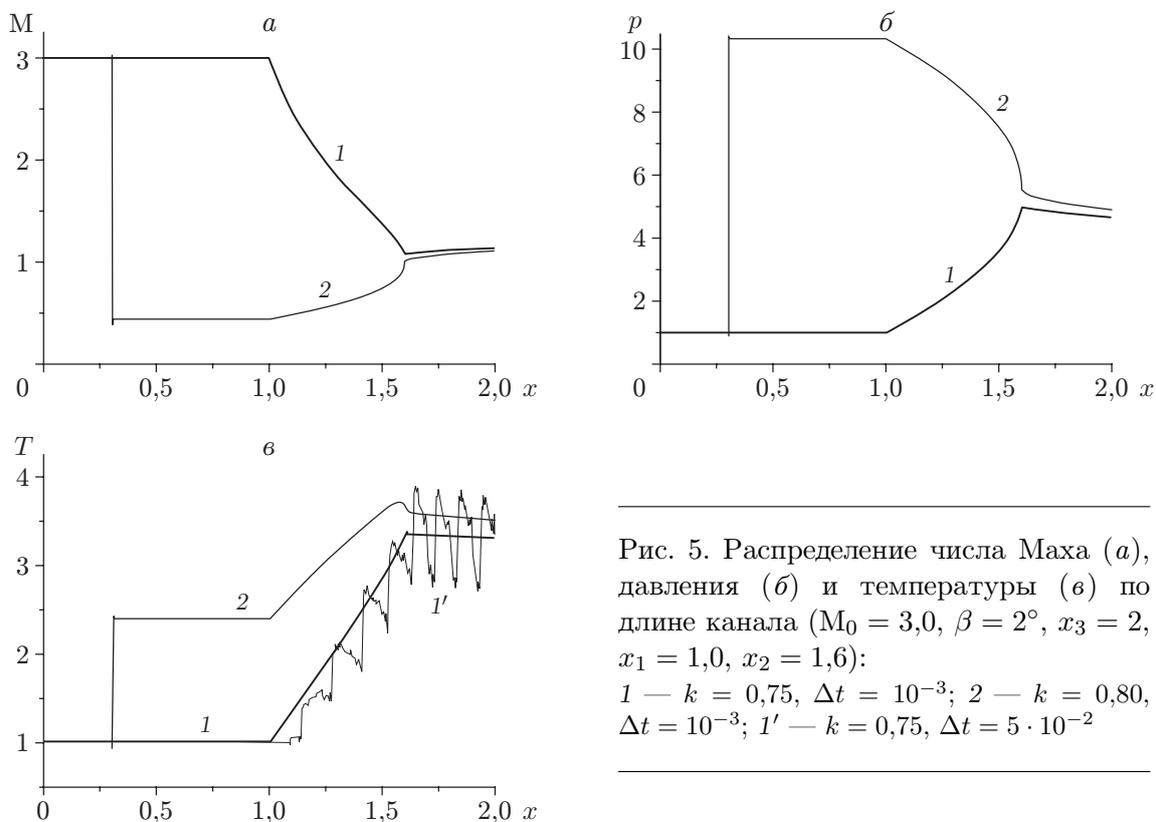


Рис. 5. Распределение числа Маха (а), давления (б) и температуры (в) по длине канала ($M_0 = 3,0$, $\beta = 2^\circ$, $x_3 = 2$, $x_1 = 1,0$, $x_2 = 1,6$):

1 — $k = 0,75$, $\Delta t = 10^{-3}$; 2 — $k = 0,80$, $\Delta t = 10^{-3}$; 1' — $k = 0,75$, $\Delta t = 5 \cdot 10^{-2}$

Увеличение длины канала ($x_3 = 10$) и угла раскрытия ($\beta = 6^\circ$) позволяет подводить большее количество энергии ($k = 0,85$) при сохранении сверхзвуковой скорости потока. Распределение параметров M , p , T по длине канала качественно такое же, как в варианте 1, которому соответствуют кривые 1 на рис. 5. При подводе максимальной энергии ($k = 1$) в узкой зоне в канале длиной $x_3 = 10$ с углом раскрытия $\beta = 2^\circ$ формируется течение с дозвуковым участком. Скачок уплотнения располагается в расширяющейся части канала (рис. 6). Течение в зоне подвода энергии аналогично течению при установившейся детонации.

При $M_0 = 3,6; 4,0$ возможен подвод максимальной энергии при сохранении всюду сверхзвуковой скорости течения (рис. 7).

При числах Маха полета $M_\infty \geq 8$ необходимо контролировать максимальное значение температуры газа T_{\max} . Для эффективного использования энергии топлива это значение должно быть порядка 3000 К. Представленные результаты показывают, что для гиперзвуковых скоростей полета даже при обеспечении сверхзвуковой скорости потока в зоне подвода энергии наблюдаются большие значения температуры газа. Для обеспечения выполнения условия $T \leq T_{\max}$ необходимо изменить конфигурацию канала, так чтобы энергия подводилась в нескольких обособленных зонах (секциях), разделенных участками расширения, и при этом всюду сохранялась сверхзвуковая скорость течения, в том числе при подводе максимальной энергии. Возможная конфигурация канала показана на рис. 8. В точке излома x_3 контура угол раскрытия должен быть большим, что позволяет уменьшить общую длину канала. Для того чтобы найти распределение количества подводимой энергии по секциям, можно использовать тот факт, что при числах Струхала $Sh \gg 1$ нагрев газа осуществляется малыми порциями без образования ударных волн и не оказывает влияния на течение вверх по потоку. Поэтому приближенное решение может быть

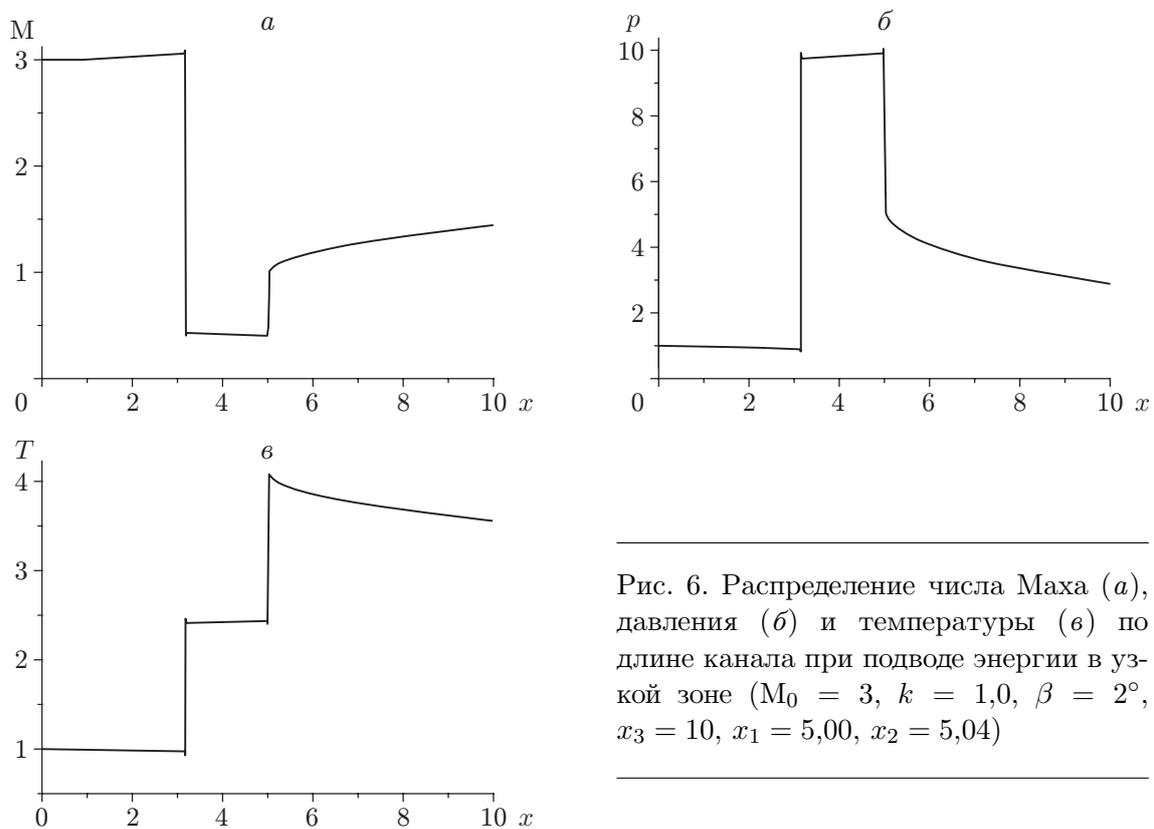


Рис. 6. Распределение числа Маха (*a*), давления (*б*) и температуры (*в*) по длине канала при подводе энергии в узкой зоне ($M_0 = 3$, $k = 1,0$, $\beta = 2^\circ$, $x_3 = 10$, $x_1 = 5,00$, $x_2 = 5,04$)

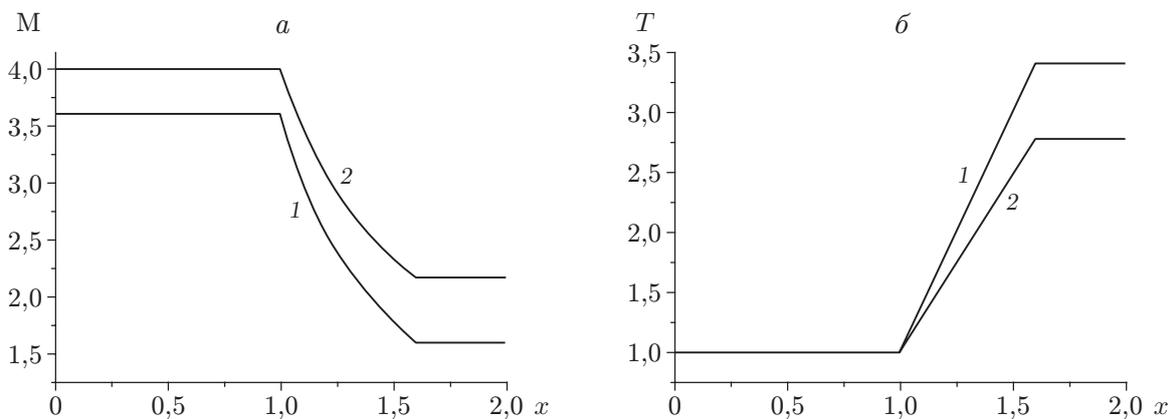


Рис. 7. Распределение числа Маха (*a*) и температуры (*б*) по длине канала ($k = 1,0$, $\beta = 2^\circ$, $x_3 = 2$, $x_1 = 1,0$, $x_2 = 1,6$):
 1 — $M_0 = 3,6$; 2 — $M_0 = 4,0$

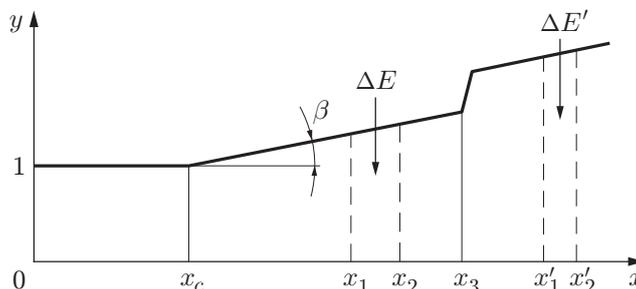


Рис. 8. Возможная конфигурация канала в случае подвода энергии в нескольких обособленных зонах

получено на основе системы уравнений вида (1), в которой последнее уравнение должно быть заменено уравнением для приращения энтропии

$$\frac{dS}{R} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{dT}{T} - \frac{dp}{p} = \frac{H'(x) + H_d(x)}{RT} dx = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{dT}{T} + \frac{H_d(x)}{RT} dx.$$

Интегрирование выполняется до тех пор, пока не будет выполнено условие $T(x) = T_{\max}$ или не будет подведена вся заданная энергия. При выполнении условия $T(x) = T_{\max}$ происходит переход в следующую секцию подвода энергии. На участках резкого расширения канала энергия не подводится: $H'(x) = 0$. Степень расширения этих участков либо задается, либо определяется по задаваемому числу Маха в конце участка расширения.

Закключение. Импульсно-периодический подвод энергии в сверхзвуковой поток в канале является наиболее эффективным способом ввода энергии, так как при этом достигается максимальная работоспособность газа. Получена частота “насыщения” импульсов энергии, при превышении которой структура и осредненное за период распределение параметров периодического течения не меняются. Эта частота слабо зависит от параметров задачи. Вариацией размеров и положения зон подвода энергии при фиксированной мощности можно управлять структурой течения. Предложена конфигурация канала, при которой можно найти распределение подводимой энергии из условия ограничения максимального значения температуры газа. Приведенные результаты моделирования показывают, что импульсно-периодический подвод энергии позволяет увеличить число Маха полета до значений, при которых возможно использование прямоточного канала в составе комбинированного двигателя для увеличения эффективного удельного импульса.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ferri A.** Review of SCRAMJET propulsion technology // J. Aircraft. 1968. V. 5, N 1. P. 3–10.
2. **Ferri A., Fox H.** Analysis of fluid dynamics of supersonic combustion process controlled by mixing // Abstr. of the 12th Intern. symp. on combustion. Pittsburgh: Combust. Inst., 1969. P. 198–200.
3. **Замураев В. П., Калинина А. П., Латышов А. Ф.** Оценка тяги ПВРД при импульсном подводе энергии // Теплофизика и аэромеханика. 2002. Т. 9, № 3. С. 405–410.
4. **Годунов С. К.** Численное решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов и др. М.: Наука, 1976.
5. **Mackormack R. W.** Numerical solution of the interaction of a shock wave with a laminar boundary layer // Lecture Notes Phys. 1971. V. 8. P. 151–163.