

2. Миниович И. Я., Перник А. Д., Петровский В. С. Гидродинамические источники звука. Л., «Судостроение», 1972.
3. Наугольных К. А., Рой Н. А. Электрические разряды в воде. М., «Наука», 1971.
4. Теляшов Л. Л., Охитин В. А., Полевик А. Г. Экспериментальное исследование стадии схлопывания парогазовой полости в воде.— В кн.: Доклады симпозиума по физике акустико-гидродинамических явлений. М., «Наука», 1975.
5. Коул А. Подводные взрывы М., ИЛ, 1950.
6. Кедринский В. К. О пульсации цилиндрической газовой полости в безграничной жидкости.— В кн.: Динамика сплошной среды. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики, 1971, № 8.
7. Кедринский В. К. О некоторых приближенных моделях одномерной пульсации цилиндрической полости в несжимаемой жидкости.— ФГВ, 1976, № 5, с. 768—773.
8. Кедринский В. К., Кузавов В. Г. Динамика цилиндрической полости в сжимаемой жидкости.— ПМТФ, 1977, № 4, с. 102—106.
9. Салов А. И. Взаимодействие газовых пузырей при разновременном взрывании удлиненных зарядов в жидкости ограниченной глубины.— «Труды Новосибирского ин-та инж. водного транспорта», 1975, № 101, с. 29—40.
10. Окунь И. З., Фрайман Б. С. Энергия газового пузыря, образующегося при импульсном разряде в воде.— «Изв. высш. учеб. заведений. Физика», 1969, № 8, с. 154—157.
11. Кнэп Р., Дейли Дж., Хэммит Ф. Кавитация. М., «Мир», 1974.
12. Бурцев В. А., Шамко В. В. Замыкание сферической полости, индуцированной подводной искрой, вблизи твердой стенки.— ПМТФ, 1977, № 1, с. 80—90.
13. Исследование динамики развития мощных электрических разрядов в воде с максимальным током разряда до 400 кА. Отчет Б 556838. ПКБ электрогидравлики АН УССР. Николаев, 1976.
14. Шарин Ю. Е., Коротков В. А. Исследование электрического КПД и энергии пульсации газовой полости при импульсном разряде в воде.— В кн.: Высокотемпературная теплофизика. М., «Наука», 1969.
15. Окунь И. З. Исследование электрических характеристик импульсного разряда в жидкости.— ЖТФ, 1969, т. 39, № 5, с. 837—861.
16. Шамко В. В., Кривицкий Е. В. Исследование некоторых характеристик канала подводной искры в основной стадии развития разряда.— ЖТФ, 1977, т. 47, № 1, с. 93—101.
17. Лурманашвили Г. С. Энергия газового пузыря, ударной волны и светового излучения.— В кн.: Новые исследования в горном деле. Л., изд. Ленинградск. горного ин-та, 1971, № 3.
18. Рябинин А. Г., Рябинин Г. А. Экспериментальное исследование энергии газового пузыря при электрическом разряде в воде.— ЖТФ, 1976, № 4, с. 881—884.

УДК 538.4

**ДВИЖЕНИЕ ШАРА  
В БЕЗГРАНИЧНОЙ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ,  
ВЫЗВАННОЕ ПЕРЕМЕННЫМ МАГНИТНЫМ ДИПОЛЕМ,  
РАСПОЛОЖЕННЫМ ВНУТРИ ШАРА**

B. И. Хоничев, B. И. Яковлев

(Новосибирск)

1. В работе [1] рассмотрены два примера вихревых течений, возникающих в проводящей жидкости под действием переменного электромагнитного поля. В одном из них электромагнитное поле создавалось магнитным диполем  $m_0 e^{i\omega t}$ , расположенным в центре непроводящего твердого шара, погруженного в бесконечную проводящую жидкость. При этом вследствие высокой степени симметрии приложенное электро-

магнитное поле не приводило к направленному движению жидкости относительно шара.

Интересно исследовать случай менее симметричного электромагнитного поля, в котором суммарная сила, действующая на жидкость со стороны поля, отлична от нуля. Последнее обстоятельство должно приводить к появлению поступательной составляющей в движении жидкости относительно твердого тела, или, что то же самое, к поступательному движению твердого тела относительно жидкости, неподвижной на бесконечности.

С этой целью в данной работе рассматривается течение вокруг шара, если переменный диполь смешен относительно центра шара (фиг. 1).

Задача решается в предположении малости эксцентриситета  $d$  по сравнению с радиусом шара  $a$

$$(1.1) \quad \varepsilon = d/a \ll 1,$$

а также малости обычного и магнитного чисел Рейнольдса

$$(1.2) \quad Re = v_0 a / \nu \ll 1;$$

$$(1.3) \quad Re_m = 4\pi\sigma v_0 a / c^2 \ll 1,$$

где  $v_0$  — характерная скорость возникающего течения;  $\sigma$ ,  $\nu$  — соответственно проводимость и кинематическая вязкость жидкости. Следует заметить, что условие (1.3) фактически вытекает из (1.2), так как для всех проводящих жидкостей  $v_m = c^2/4\pi\sigma \gg \nu$ .

В работе исследуется течение, устанавливающееся после выхода системы на периодический режим.

В случае постоянных электрического и магнитного полей первый шаг к исследованию движения шара сделан в работе [2], где найдена сила электромагнитного происхождения, способная привести шар в движение относительно проводящей жидкости, гидродинамическая часть задачи не рассматривалась, хотя в ней содержатся оценки эффективности подобного способа движения шара в морской воде.

2. Вследствие предположения (1.3) движение жидкости не оказывает влияния на электродинамические величины, поэтому задача определения  $E$ ,  $H$  во всем пространстве отделяется от гидродинамической части задачи.

Искомые поля  $E$ ,  $H$  определяются вектор-потенциалом  $A$ :  $E = -(1/c)\partial A / \partial t$ ,  $H = \text{rot } A$ , причем в сферической системе координат  $(r, \theta, \alpha)$ , связанной с шаром, вектор  $A$  имеет одну (отличную от нуля) компоненту  $A = A(r, \theta, t)\mathbf{e}_\alpha$ . Вследствие того что смещение  $d$  центра диполя и направление вектора  $m_0$  совпадают с осью  $z$ , задача осесимметрична, т. е.  $\partial/\partial\alpha \equiv 0$ . Вектор-потенциал  $A$  удовлетворяет уравнениям

$$(2.1) \quad \Delta A_1 = 0;$$

$$(2.2) \quad \partial A_2 / \partial t = (c^2 / 4\pi\sigma) \Delta A_2$$

и граничным условиям

$$(2.3) \quad A_1|_{r=a} = A_2|_{r=a}, \quad \frac{\partial A_1}{\partial r}|_{r=a} = \frac{\partial A_2}{\partial r}|_{r=a}, \quad A_2|_{r=\infty} \neq \infty.$$

Здесь индексы 1 и 2 относятся соответственно к области внутри шара I и к проводящей жидкости II (см. фиг. 1). Кроме условий (2.3), решение  $A_1$  при  $r \rightarrow 0$  должно иметь особенность, обусловленную приложенным магнитным диполем  $\mathbf{m}_0 e^{i\omega t}$ .

Вектор-потенциал магнитного диполя, смещенного от центра на расстояние  $d$  (см. фиг. 1), имеет вид

$$A_* = (m_0 r \sin \theta / (r^2 - 2rd + d^2)^{3/2}) e^{i\omega t}.$$

С учетом (1.1) последнее выражение с точностью  $O(\varepsilon^2)$  можно представить в виде

$$A_* = (m_0 / r^2) (\sin \theta + (3/2)\varepsilon a \sin \theta / r) e^{i\omega t}.$$

Подобную особенность должно иметь решение  $A_1$  при  $r \rightarrow 0$ .

Периодическое решение уравнений (2.1), (2.2), удовлетворяющее перечисленным условиям, имеет вид

$$(2.4) \quad A_1 = m_0 [(C_1 r + 1/r^2) \sin \theta + \varepsilon (D_1 r^2 + 3a/2r^3) \sin 2\theta] e^{i\omega t};$$

$$(2.5) \quad A_2 = (3m_0/a^{3/2}r^{1/2}) [C_2 H_{3/2}^{(2)}(kr) \sin \theta + \varepsilon D_2 H_{5/2}^{(2)}(kr) \sin 2\theta] e^{i\omega t},$$

$$C_1 = \frac{1}{a^3} \frac{H_{1/2}^{(2)}(ka)}{H_{5/2}^{(2)}(ka)}, \quad D_1 = \frac{3}{2a^4} \frac{H_{3/2}^{(2)}(ka)}{H_{7/2}^{(2)}(ka)},$$

$$C_2 = \frac{1}{ka H_{5/2}^{(2)}(ka)}, \quad D_2 = \frac{5}{2ka} \frac{1}{H_{7/2}^{(2)}(ka)}, \quad k = (1-i)/\delta, \quad \delta = \sqrt{c^2/2\pi\sigma},$$

где  $\delta$  — толщина скин-слоя;  $H_\lambda^{(2)}(x)$  — вторые функции Ханкеля порядка  $\lambda$  [3].

В выражениях (2.4), (2.5) первые слагаемые соответствуют центральному диполю, слагаемые, пропорциональные малому параметру  $\varepsilon$ , дают поправку на смещение диполя относительно центра.

3. Рассматриваемое течение несжимаемой проводящей жидкости описывается уравнениями гидродинамики

$$(3.1) \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathbf{v} = \mathbf{w};$$

$$(3.2) \quad \partial \mathbf{w} / \partial t + \mathbf{v} \operatorname{rot} \operatorname{rot} \mathbf{w} = (1/\rho c) \operatorname{rot} [\mathbf{j} \times \mathbf{H}].$$

В последнем уравнении нелинейный член  $\operatorname{rot} [\mathbf{v} \times \mathbf{w}]$  опущен как малый по сравнению с вязким на основании (1.2).

Ротор сил Лоренца  $\mathbf{f} = (1/c)[\mathbf{j} \times \mathbf{H}] = (\sigma/c)[\mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_2]$  вычисляется на основе решения (2.5) для вектор-потенциала в области, занятой проводящей жидкостью. Для упрощения формул ниже рассматривается случай сильного скин-эффекта, т. е.

$$(3.3) \quad \delta/a \ll 1.$$

В этом случае силы Лоренца  $\mathbf{f}$  сосредоточены в тонком слое жидкости, примыкающем к поверхности сферы, причем

$$(3.4) \quad \operatorname{rot} \mathbf{f} = -(1/2\pi)(m_0/a^3)^2(1/a\delta)(a/r)^3 e^{-2(r-a)/\delta} [(9/4) \sin 2\theta + (45/2)\varepsilon \sin \theta \cdot (3 \cos^2 \theta - 1) \mathbf{e}_\alpha] + \text{осциллирующая добавка.}$$

Слагаемое, пропорциональное квадрату малого параметра  $\varepsilon$ , в (3.4) отброшено.

Силовое воздействие на жидкость, как и в случае центрального диполя, состоит из стационарной и осциллирующей частей. Вследствие малости скорости осциллирующего течения [1] основной интерес представляет изучение стационарного течения, поэтому в явном виде осциллирующая часть силового поля в (3.4) не выписана.

Первое слагаемое в (3.4), зависящее от угла  $\theta$  как  $\sin 2\theta$ , отвечает исследованному в [1] силовому полю от центрального диполя. Второе слагаемое, пропорциональное  $\sin \theta \cdot (3 \cos^2 \theta - 1)$ , представляет собой малую добавку, обусловленную параметром  $\varepsilon$ . В дальнейшем эта часть силового поля обозначается через  $\mathbf{f}_1$ .

$$(3.5) \quad \text{rot } \mathbf{f}_1 = -(45/4\pi)\varepsilon(m_0/a^3)^2(1/a\delta)(a/r)^3 e^{-2(r-a)/\delta} \sin \theta \cdot (3 \cos^2 \theta - 1) \mathbf{e}_\alpha.$$

Течение, вызванное силами  $\mathbf{f}_1$ , исследуется в данной работе. Следует отметить, что в приближении (3.3) сила  $\mathbf{f}_1$  имеет только одну компоненту

$$(3.6) \quad \mathbf{f}_1 = \frac{45}{4\pi} \varepsilon \frac{H_0^2}{\delta} \left( \frac{a}{r} \right)^2 e^{-2(r-a)/\delta} \sin^2 \theta \cdot \cos \theta \cdot \mathbf{e}_r;$$

$$H_0 = m_0/a^3$$

( $H_0$  — характерная напряженность магнитного поля).

Исследуемое течение обладает осевой симметрией, причем  $v_\alpha = 0$ . Вектор завихренности потока имеет только  $\alpha$ -компоненту, т. е.  $\mathbf{w} = w(r, \theta) \mathbf{e}_\alpha$ . Согласно (3.2), (3.5), уравнение для  $w(r, \theta)$  имеет вид

$$(3.7) \quad \frac{\partial^2 (rw)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot w) \right] = \Phi(r) (2 \sin \theta - 3 \sin^3 \theta),$$

$$\Phi(r) = \frac{45}{4\pi} \varepsilon \frac{H_0^2}{\rho a \delta} \left( \frac{a}{r} \right)^3 e^{-2(r-a)/\delta}.$$

Ограниченнное на бесконечности решение уравнения (3.7) принимает вид

$$(3.8) \quad w(r, \theta) = w_1(r) \sin \theta + w_2(r) \sin 2\theta,$$

$$w_1(r) = \beta_1 r^{-2} - 0,8 \beta_2 r^{-4} - (2/15) [r J_0(r) - r^{-2} J_3(r)] + (12/35) [r^3 J_{-2}(r) - r^{-4} J_5(r)],$$

$$w_2(r) = \beta_2 r^{-4} - (3/7) [r^3 J_{-2}(r) - r^{-4} J_5(r)];$$

$$(3.9) \quad J_\mu(r) = \int_{\infty}^r \xi^\mu \Phi(\xi) d\xi.$$

Произвольные постоянные  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  определяются ниже.

4. Поле скоростей определяется из уравнений (3.1), первое из которых тождественно выполняется введением вектор-потенциала  $\psi$  для скорости  $\mathbf{v} = \text{rot}[\psi(r, \theta) \mathbf{e}_\alpha]$

$$(4.1) \quad v_r = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot \psi), \quad v_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \psi).$$

Из второго уравнения (3.1) и решения (3.8) следует уравнение

$$(4.2) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} (r \psi) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\psi \sin \theta) \right] =$$

$$= -[w_1(r) \sin \theta + w_2(r) \sin^3 \theta].$$

Границные условия для  $\psi(r, \theta)$ , вытекающие из условий для вектора скорости  $\mathbf{v}$ , имеют вид

$$(4.3) \quad \psi(r, \theta)|_{r=a} = 0, \quad \frac{\partial \psi(r, \theta)}{\partial r}|_{r=a} = 0;$$

$$(4.4) \quad \frac{1}{r} \psi(r, \theta)|_{r \rightarrow \infty} \neq \infty.$$

Последнее условие соответствует ограниченности скорости течения при  $r \rightarrow \infty$ .

Решение уравнения (4.2) имеет вид

$$(4.5) \quad \psi(r, \theta) = P(r) \sin \theta + Q(r) \sin^3 \theta;$$

$$(4.6) \quad P(r) = \alpha_1 r + \alpha_2 r^{-2} - 0,8\alpha_3 r^{-4} + (1/2)\beta_1 + (1/15)[J_3(r) - rJ_2(r)] + \\ + (2/105)[r^{-4}J_7(r) - r^5J_{-2}(r)] + (1/21)[r^3J_0(r) - r^{-2}J_5(r)]; \\ Q(r) = \alpha_3 r^{-4} + 0,1\beta_2 r^{-2} + (1/42)[r^5J_{-2}(r) - r^{-4}J_7(r)] + \\ + (3/70)[r^{-2}J_5(r) - r^3J_0(r)].$$

Здесь приведено решение, удовлетворяющее условию (4.4). Из условий (4.3) вытекают соотношения

$$(4.7) \quad P(a) = 0, Q(a) = 0, P'(a) = 0, Q'(a) = 0.$$

Отсюда видно, что кинематических условий (4.3) недостаточно для определения произвольных констант  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2$ .

Недостающее условие вытекает из стационарности течения, в результате чего сила  $\Sigma_z$ , действующая на диполь  $m_0 e^{i\omega t}$  со стороны магнитного поля токов в жидкости, уравновешивается равнодействующей  $T_z$  напряжений, действующих на поверхность шара со стороны жидкости, т. е.

$$(4.8) \quad \Sigma_z + T_z = 0.$$

Сила  $\Sigma_z$  по величине равна равнодействующей электромагнитных объемных сил во всей жидкости, а по направлению ей противоположна, следовательно,

$$\Sigma_z = -2\pi \int_0^\infty \int_0^{\pi/2} f_{1r}(r, \theta) r^2 \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot d\theta dr.$$

Подставляя сюда выражения (3.6), получаем

$$(4.9) \quad \Sigma_z = -3\varepsilon a^2 H_0^2.$$

Выражение для  $T_z$  находится из рассмотрения напряжений, действующих по поверхности шара. Результат имеет вид

$$(4.10) \quad T_z = 4\pi (-\beta_1 \rho v + (3/4\pi) \varepsilon a^2 H_0^2).$$

Из (4.8)–(4.10) следует  $\beta_1 = 0$ .

Оставшиеся константы находятся из условий (4.7) и принимают следующие значения:

$$\alpha_1 = -(2/45)a^{-1}J_3(a) + (1/15)J_2(a) - (1/45)a^2J_0(a),$$

$$\alpha_2 = (3/35)a^7J_{-2}(a) - (1/9)a^5J_0(a) - (1/45)a^2J_3(a) + (1/21)J_5(a),$$

$$\alpha_3 = (1/12)a^9J_{-2}(a) + (1/42)J_7(a) - (3/28)a^7J_0(a),$$

$$\beta_2 = -(15/14)a^7 J_{-2}(a) - (3/7)J_5(a) + (3/2)a^5 J_0(a).$$

Входящие величины  $J_\mu(a)$  определяются, согласно (3.9).

Необходимо заметить, что постоянная  $\alpha_1$ , входящая в (4.6), определяет скорость жидкости на бесконечности. Действительно, согласно (4.1), (4.5),

$$\mathbf{v}|_{r=\infty} = 2\alpha_1(\cos \theta \cdot \mathbf{e}_r - \sin \theta \cdot \mathbf{e}_\theta) = 2\alpha_1 \mathbf{e}_z.$$

Таким образом, вдали от поверхности шара жидкость имеет поступательную скорость  $u_0$ , направленную по оси  $z$  (рассмотрение ведется в системе координат, связанной с шаром), причем

$$u_0 = 2\alpha_1.$$

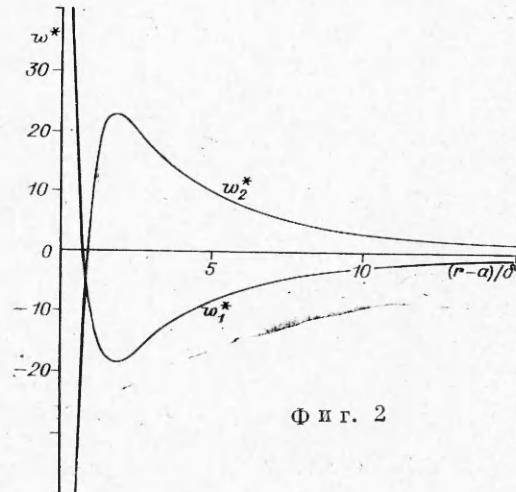
5. Используем полученные формулы для исследования рассматриваемого течения. Отметим, что входящие в выражения для  $w(r, \theta)$  и  $\psi(r, \theta)$  интегралы  $J_\mu(r)$  (3.8) с учетом экспоненциального убывания подынтегральной функции  $\Phi(r)$  можно разложить в асимптотический ряд по степеням малого параметра  $\delta/a$  (интегралы  $J_3, J_5, J_7$  вычисляются точно). Отсюда можно получить выражение для скорости  $u_0$

$$(5.1) \quad u_0 = 2\alpha_1 \cong \varepsilon K (\delta^2/a^2) (1 - 3.5\delta/a + \dots), \quad K = 3aH_0^2/8\pi\rho v.$$

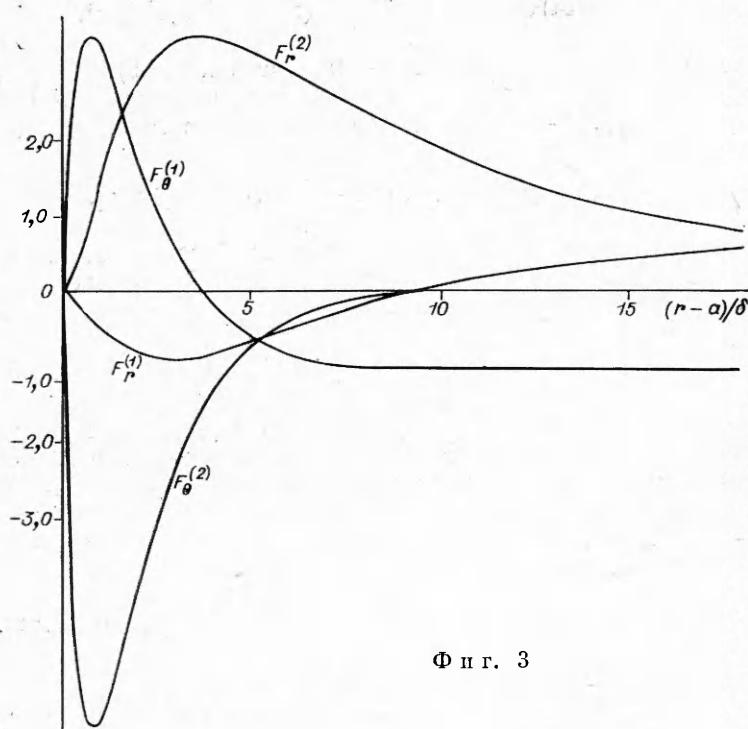
Например, при  $\delta/a = 0.1$  выписанные члены в (5.1) дают  $u_0 = 0.00654 \varepsilon K$ . Численное интегрирование приводит к численной величине 0.00783, т. е. погрешность приближенной оценки (5.1) составляет около 10%.

Естественно, в приближении (1.1) скорость потока, набегающего на шар, прямо пропорциональна величине смещения диполя от центра шара. Так как знак в выражении (5.1) положительный, направление этого потока совпадает с осью  $z$  (см. фиг. 1). Следовательно, шар перемещается в обратном направлении относительно покоящейся на бесконечности жидкости. Для рассматриваемого случая  $\delta \ll a$  скорость  $u_0$  пропорциональна  $\delta^2$  (так же, как скорость течения в случае центрального диполя [1]). В частности, при  $\delta \rightarrow 0$   $u_0 \rightarrow 0$ . На первый взгляд кажется, что данный результат противоречит соотношению (4.9), согласно которому «сила тяги» на шар со стороны электромагнитного поля не зависит от величины  $\delta$ . Фактически, однако, при  $\delta = 0$  сила  $-\Sigma_z$  представляет собой равнодействующую поверхностных сил давления электромагнитного поля; объемные непотенциальные силы в жидкости отсутствуют, поэтому сила  $-\Sigma_z$  уравновешивается градиентом давления жидкости и не приводит к движению жидкости.

Фиг. 2, 3 описывают характер исследуемого течения при  $\delta/a = 0.1$ . На фиг. 2 представлены обезразмеренные функции  $w_1^* = w_1(r)/a/u_0$ ,  $w_2^* = w_2(r)/a/u_0$ , определяющие, согласно (3.8), распределение



Фиг. 2



Фиг. 3

завихренности. На фиг. 3 изображены безразмерные функции  $F_r^{(1)}$ ,  $F_r^{(2)}$ ,  $F_\theta^{(1)}$ ,  $F_\theta^{(2)}$ , определяющие поле скоростей по формулам

$$v_r(r, \theta) = u_0(F_r^{(1)} \cos \theta + F_r^{(2)} \sin^2 \theta \cdot \cos \theta),$$

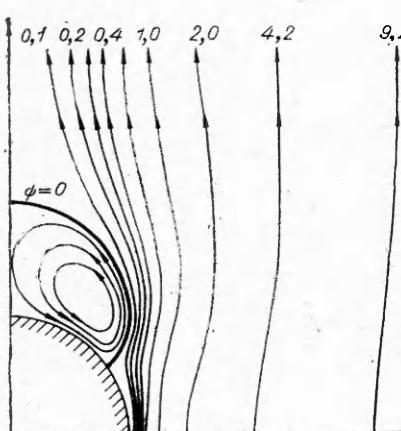
$$v_\theta(r, \theta) = u_0(F_\theta^{(1)} \sin \theta + F_\theta^{(2)} \sin^3 \theta),$$

получающимся из (4.1), (4.5). Из фиг. 2, 3 видно, что во всем поле течения скорость имеет порядок скорости набегающего потока. Следовательно, за характерную скорость  $v_0$  в (1.2) можно принять  $u_0$ . При этом условие (1.2) на основании (5.1) превращается в неравенство

$$\frac{1}{4\pi} \epsilon \left(\frac{\xi}{a}\right)^2 \frac{a^2 H_0^2}{\rho v^2} \ll 1,$$

ограничивающее величину приложенного магнитного поля.

На фиг. 4 представлены линии тока (линии постоянных значений  $r \sin \theta \cdot \psi(r, \theta)$ ), лежащие в плоскости  $\alpha = \text{const}$ . Линии тока приведены только в верхней полусфере, так как течение в нижней полусфере полностью симметрично относительно плоскости  $z = 0$ . На фиг. 4 четко виден интенсивный вихрь, локализованный в



Фиг. 4

некоторой конечной области, примыкающей к поверхности сферы. Об интенсивности вихря можно судить по поведению  $w_1^*, w_2^*$  на фиг. 2. Общая картина течения такова, как будто внешним потоком обтекается некоторое эффективное тело (показано жирной кривой).

В заключение отметим, что сила  $\Sigma_z$ , приводящая шар в движение с поступательной скоростью  $u_0$ , примерно в  $(a/\delta)^2$  раз больше силы Стокса  $\mathcal{F} = 6\pi \mu a u_0$ .

Действительно, согласно (4.9), (5.1),

$$\mathcal{F}/\Sigma_z \approx (3/4)\delta^2/a^2.$$

Различие между этими силами вызвано различием в картинах обтекания в рассматриваемом случае и в случае стоксова обтекания.

*Поступила 22 XI 1977*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Яковлев В. И. Вихревые течения в несжимаемой проводящей вязкой жидкости, возникающие под действием переменного электромагнитного поля.— ПМТФ, 1976, № 5.
2. Меркулов В. И. Движение сферы в проводящей жидкости под действием скрещенных электрического и магнитного полей.— «Магнитн. гидродинамика», 1973, № 1.
3. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., Физматгиз, 1958.

УДК 532.516

### АНАЛИЗ ВЕТВЛЕНИЯ СПИРАЛЬНОГО ТЕЧЕНИЯ МЕЖДУ СООСНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

*T. A. Лисейкина*

*(Новосибирск)*

Исследование в линейном приближении устойчивости спирального течения вязкой несжимаемой жидкости между двумя соосными цилиндрами, вызванное осевым градиентом давления и вращением внутреннего цилиндра, показывает, что в зависимости от соотношения определяющих параметров  $Re$ ,  $T$  наблюдается несколько режимов течения [1]. Качественно общая картина устойчивости подтверждается экспериментально [2].

Характер потери устойчивости предельных случаев спирального течения различен. В одном случае, когда отсутствует осевой градиент давления, при определенной скорости вращения внутреннего цилиндра при малой надкритичности круговое течение Күэтта теряет устойчивость и мягко возбуждается вторичное стационарное течение — устойчивые вихри Тэйлора [3]. В другом предельном случае, когда внутренний цилиндр поконится, а осевой градиент давления отличен от нуля, характер потери устойчивости основного течения существенно зависит от волнового числа  $\alpha$  возмущений [4].

Для  $\alpha$ , близких к критическому  $\alpha_*$ , а также для всех  $\alpha$  на верхней ветви нейтральной кривой при малой докритичности существует автоколебательный неустойчивый режим, сливающийся с течением Пуазейля