

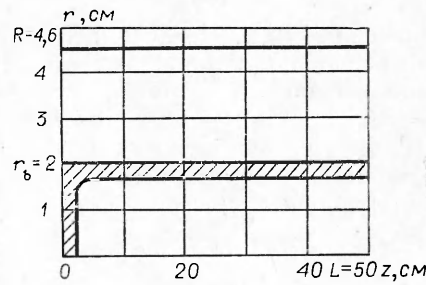
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ТРУБЕ ДРЕЙФА

Н. И. Саблин, Т. А. Солод

(Томск)

1. Решается задача численного моделирования стационарного движения цилиндрического сплошного сильнооточного РЭП во внешнем бесконечном продольном магнитном поле (движение «замагниченного» РЭП) методом «трубок тока». Геометрия задачи представляет собой замкнутый металлический цилиндр (фиг. 1), на вход которого через «прозрачную» для электронов фольгу поступает электронный пучок радиуса r_b с равномерной плотностью и начальной скоростью v_{z0} .

Математическая модель представляет собой систему, состоящую из уравнения Пуассона и уравнений движения релятивистских электронов в вакууме:



Ф и г. 1

$$(1.1) \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -4\pi\rho;$$

$$(1.2) \quad \frac{dP_z}{dt} - \frac{e}{m_0} E_z, \quad \frac{dz}{dt} = v_z, \quad P_z = v_z / \sqrt{1 - v_z^2/c^2}, \quad E_z = -\frac{\partial \Phi}{\partial z}.$$

Граничные условия для определения потенциала Φ задаются в виде

$$(1.3) \quad \left. \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad \Phi|_{z=0, L} = \Phi|_{r=R} = 0.$$

Необходимая для замыкания системы (1.1)–(1.3) объемная плотность заряда ρ рассчитывается методом трубок тока.

Интегрирование уравнений (1.1), (1.2) проводится в прямоугольной области

$$D = \left\{ -\frac{h_1}{2} \leq r \leq R, \quad 0 \leq z \leq L \right\}, \quad \bar{\omega}_{hl} = \{(r_i, z_j), \quad i = \overline{0, n}, \quad j = \overline{0, m}\}$$

с набором шагов по радиусу — $\{h_1, h_2, \dots, h_i, \dots, h_n\}$ и по координате z — $\{l_1, l_2, \dots, l_j, \dots, l_m\}$.

Уравнение (1.1) с граничными условиями (1.3) интегрируется методом «поперечной» прогонки [1]. Используемая итерационная схема имеет вид

$$(1.4) \quad \Phi^{v+1} - \kappa \Lambda_1 \Phi^{v+1} = F^v, \quad F^v = \Phi^v + \kappa \Lambda_2 \Phi^v + \kappa f,$$

где $\kappa = l_{\min}^2/2$; $l_{\min} = \min_{0 \leq j \leq m} l_j$;

$$\Lambda_1 \Phi = \frac{1 + \frac{r_{i-1}}{r_i}}{h_i(h_{i+1} + h_i)} \Phi_{i-1,j} - \frac{2}{h_{i+1}h_i} \Phi_{ij} + \frac{1 + \frac{r_{i+1}}{r_i}}{h_{i+1}(h_{i+1} + h_i)} \Phi_{i+1,j};$$

$$\Lambda_2 \Phi = \frac{2}{l_j(l_{j+1} + l_j)} \Phi_{i,j-1} - \frac{2}{l_{j+1}l_j} \Phi_{ij} + \frac{2}{l_{j+1}(l_{j+1} + l_j)} \Phi_{i,j+1};$$

$$\Phi_{0j} = \Phi_{ij}, \quad \Phi_{nj} = \Phi_{i0} = \Phi_{im} = 0.$$

Переход от v -й итерации к $(v + 1)$ -й достигается последовательным применением метода прогонки вдоль строк для трехточечных уравнений (1.4).

Вычисление напряженности электрического поля E_z проводится по следующим формулам:

$$E_{z_{ij}} = \begin{cases} -\frac{4\Phi_{i1} - 3\Phi_{i0} - \Phi_{i2}}{2l_1}, & j = 0, \quad l_1 = l_2, \\ -\frac{\Phi_{ij+} - \Phi_{ij-}}{2 \min\{l_j, l_{j+1}\}}, & j = 1, m-1, \\ -\frac{3\Phi_{im} - \Phi_{i,m-2} - 4\Phi_{i,m-1}}{2l_m}, & j = m, \quad l_{m-1} = l_m, \end{cases}$$

$$\Phi_{ij+} = \Phi(r_i, z_j + l_j), \quad \Phi_{ij-} = \Phi(r_i, z_j - l_{j+1}),$$

значения Φ_{ij+} , Φ_{ij-} при $l_j \neq l_{j+1}$ определяются путем интерполяции.

Уравнения движения интегрируются методом Эйлера с пересчетом второго порядка точности по τ , причем $\tau = \Delta T/km = \text{const}$ ($\Delta T = L/v_{z0}$, $k \geq 2$ — целое число).

Для расчета плотности объемного заряда применим метод размазывания по площадям, суть которого заключается в следующем.

Пусть (r_k, z_k^t) , (r_{k-}, z_k^t) , (r_{k+}, z_k^t) (фиг. 2) — соответственно координаты траектории трубки тока, нижней и верхней границ объема k -й трубки в момент времени с индексом t ; q_k^t — заряд, сосредоточенный в объеме V_k^t , ограниченном цилиндрическими поверхностями с радиусами $r = r_{k+}$, $r = r_{k-}$ и плоскостями $z = z_k^t$, $z = z_k^{t+1}$; V_{kij}^t — тороидальный объем, образуемый пересечением объема V_k^t и объема V_{ij} , порожденного ячейкой сетки (i, j) , т. е. $V_{kij}^t = V_k^t \cap V_{ij}$.

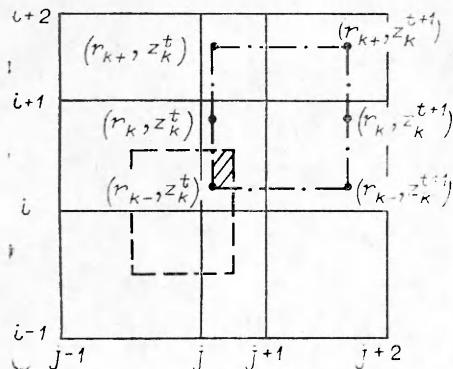
Объемная плотность заряда в узлах сетки определяется по формуле

$$(1.5) \quad \rho_{ij} = \frac{1}{V_{ij}} \sum V_{kij}^t \rho_k^t,$$

где $\rho_k^t = q_k^t/V_k^t$. Сумма в (1.5) берется по всем k и t , для которых $V_{kij}^t \neq 0$.

Этот метод более экономичен по сравнению с точечными методами размазывания [2] и методом размазывания по площадям [3], в котором трубки тока разбиваются на так называемые «несжимаемые» большие частицы, имеющие своими координатами точки траекторий трубок. Для решения стационарной задачи (1.1)–(1.3) использован итерационный процесс [2]:

$$(1.6) \quad \nabla^2 \Phi^{s+1} = -4\pi \rho^s, \quad \rho^{s+1} = \omega_s \hat{\rho}^{s+1} + (1 - \omega_s) \rho^s, \quad s = 0, 1, 2, \dots,$$



Ф и г. 2

где ω_s — последовательность релаксационных параметров; $\hat{\rho}^{s+1}$ — плотность объемного заряда, вычисленная по формуле (1.5).

Указанный итерационный процесс происходит до тех пор, пока не выполнится неравенство $|\Phi_{ij}^{s+1} - \Phi_{ij}^s| \leq \epsilon$.

Численные расчеты для токов выше критических показали, что в качестве критерия сходимости итерационного процесса можно положить факт установления колебаний тока на выходе системы.

Для докритических для заданной геометрии значений входных токов выбирается $\omega_s = 1$. Для токов выше критических при $\omega_s = 1$ процесс (1.6) не сходится, так как на различных приближениях траектории то проходят на правый торец цилиндра, то все запираются. Поэтому необходимо уменьшить плотность объемного заряда, особенно на первых приближениях, для чего берется $\omega_s \ll 1$.

2. При расчетах использовались следующие исходные данные:

$$R = 4,6 \text{ см}, r_b = 2 \text{ см}, L = 50 \text{ см}, v_{z0}/c = 0,94,$$

$$n = 28, n_b = 21, m = 50,$$

$$h_i = \begin{cases} r_b/(n_b - 0,5), & i = \overline{1, n_b}, \\ (R - r_b)/(n - n_b), & i = \overline{n_b + 1, n}. \end{cases}$$

За начальное приближение принимается

$$\rho^0 = I_+ / \pi r_b^2 v_{z0}.$$

Сходимость метода трубок для тока ниже критического ($I_+ = 5 \text{ кА}$) была установлена за 5 итераций. Для тока выше критического ($I_+ = 20 \text{ кА}$) вид функции плотности электронного пучка на плоскости (r, z) показан на фиг. 1. В этом случае

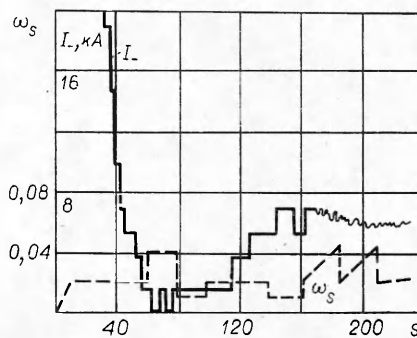
$$l_j = \begin{cases} 0,5L/m, & j = \overline{1, m/2}, \\ 1,5L/m, & j = \overline{m/2 + 1, m}. \end{cases}$$

Было проведено 233 итерации процесса (1.6). Со 156-й итерации наблюдаются колебания величины тока I_- на выходе системы (графики, характеризующие изменение величин I_- , ω_s от числа итераций s , приведены на фиг. 3), размах которых уменьшается при дальнейшем счете, причем $5 \text{ кА} \leq I_- \leq 7 \text{ кА}$.

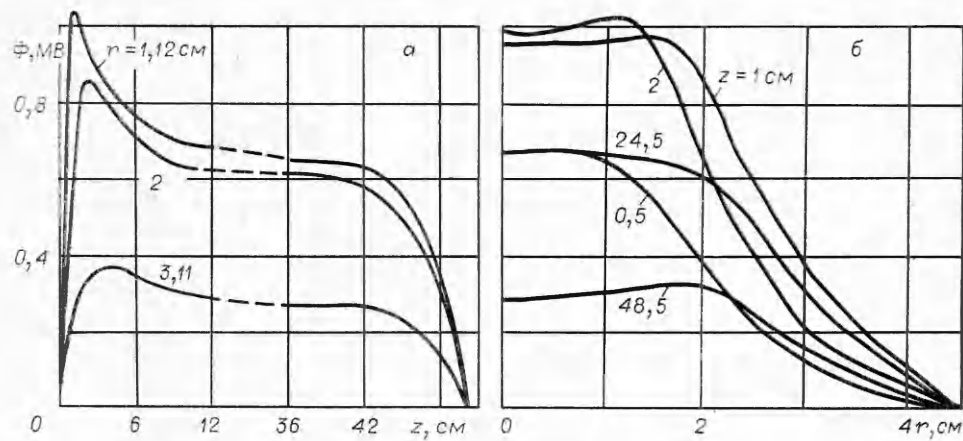
Проведенные на сильнооточном релятивистском ускорителе «Тонус» эксперименты показали, что при $I_+ = 20 - 30 \text{ кА}$ при исходных размерах металлического цилиндра $I_- = (6 \pm 0,6) \text{ кА}$ [4]. В связи с этим в качестве критерия окончания численного расчета можно принять установившиеся колебания I_- с изменением колебаний амплитуды тока $\sim 5-10\%$. В частности, на 233-й итерации $I_- = 5,875 \text{ кА}$.

Все графики, характеризующие изменение величин ρ и Φ для такого выходного тока, приводятся на фиг. 4, 5. Для потенциала Φ наблюдается (фиг. 4, а) резкое его увеличение, затем постепенное уменьшение до некоторого почти постоянного значения.

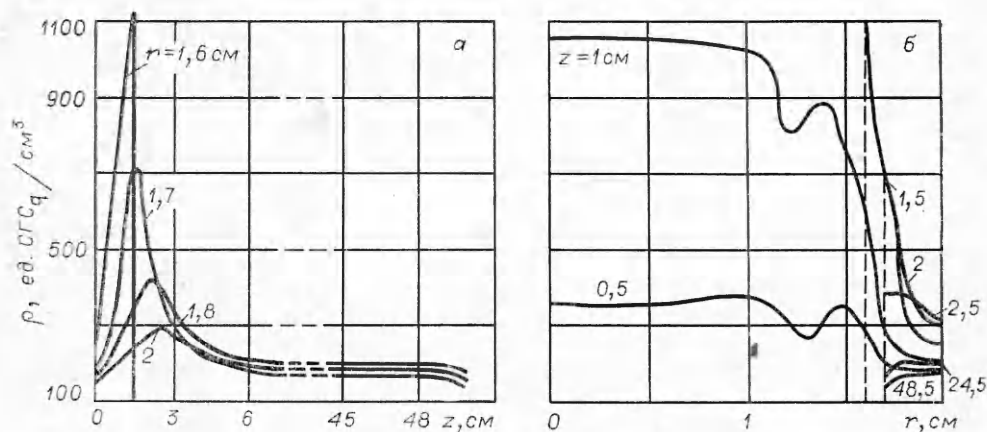
Нужно отметить, что для достижения желаемых результатов был выбран не самый удачный путь, т. е. имеется в виду, что выбор последовательности релаксационных параметров ω_s сделан далеко не самым лучшим образом и выполнялся в какой-то мере интуитивным путем. Большая величина параметра ω_s приводит к увеличению амплитуды тока I_- , к резкому изменению решения от итерации к итерации (за исключением случая, когда решение близко к искомому); при малом ω_s наблюдается постепенное изменение I_- , но это не позволяет сделать вывод о степени близости полученного промежуточного решения к искомому (об этом же отмечается в [5]). Все это приводит к замедлению сходимости итерационного процесса. Очевидно, что,



Ф и г. 3



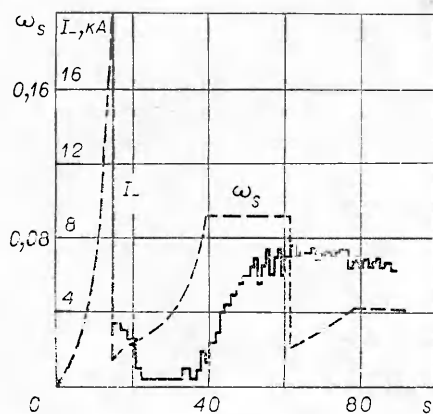
Ф и г. 4



Ф и г. 5

используя опыт решения данной задачи, можно добиться сходимости итерационного процесса и за меньшее число итераций, подбирая определенным образом параметр ω_s (что и оказалось на самом деле, когда была предпринята попытка еще раз провести решение этой задачи для того же значения входного тока, фиг. 6). Таким образом, можно сделать вывод о большом влиянии величины параметра релаксации на скорость сходимости итерационного процесса.

Кроме того, на скорость сходимости влияет и выбор начального приближения ρ^0 . Поэтому при решении аналогичных задач для других значений входного тока следует использовать в качестве начального приближения имеющееся уже решение задачи с входными токами выше критических. При этом, учитывая вид функции плотности объемного заряда РЭП (см. фиг. 1), рекомендуется размеры трубок брать неравномерными, уменьшая их к границе пучка.



Ф и г. 6

Авторы выражают благодарность Г. П. Фоменко и В. П. Ильину за полезное обсуждение результатов данной работы.

Поступила 10 VI 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Енальский В. А., Осипов В. В. О моделировании на ЭЦВМ ускорительного процесса в сильноточном ионном линейном ускорителе. — ПМТФ, 1967, № 5.
2. Ильин В. П. Численные методы решения задач электрооптики. Новосибирск: Наука, 1974.
3. Захаров А. В., Самарский А. А., Свешников А. Г. Применение метода больших частиц к расчету движения заряженного пучка в электромагнитном поле с учетом пространственного заряда пучка. — В кн.: Вычислительные методы и программирование. Т. 16. М.: изд. Моск. ун-та, 1971.
4. Диденко А. Н., Жерлицын А. Г. и др. Экспериментальное исследование генерирования гигаватных СВЧ-импульсов наносекундной длительности. — Физика плазмы, 1976, т. 2, № 3.
5. Головин Г. Т. Один итерационный метод интегрирования стационарных систем уравнений электродинамики, связанных с учетом объемного заряда. — В кн.: Вычислительные методы и программирование. Т. 31. М.: изд. Моск. ун-та, 1979.

УДК 621.385.6

ВЛИЯНИЕ СОБСТВЕННОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ОБЪЕМНОГО РЕЗОНАТОРА НА ВТОРИЧНО-ЭЛЕКТРОННЫЙ РАЗРЯД В НЕМ

В. Д. Шемелин

(Новосибирск)

Нарастающее от оси магнитное высокочастотное (ВЧ) поле объемного резонатора может достичь величин, влияющих на свойства вторично-электронного ВЧ-разряда (мультипактора). При этом могут возникнуть условия, при которых частицы, участвующие в разряде, смещаются в радиальном направлении как к оси, так и от оси резонатора.

Явление можно рассматривать как разновидность Z -пинча, с той особенностью, что электрическое и магнитное поля сдвинуты по фазе на 90° .

Рассмотрим вторично-электронный ВЧ-разряд [1, 2] в тороидальном резонаторе с видом колебаний E_{010} . Выражения для электрического и магнитного полей запишем в виде

$$(1) \quad E_z = \alpha E_0 \sin \omega t;$$

$$(2) \quad B_\varphi = \gamma B_0 \cos \omega t,$$

где ω — частота колебаний; αE_0 и γB_0 — амплитуды полей, α и γ задают зависимость от радиуса. В частности, для цилиндрического резонатора, когда $h = 0$ (см. фигуру), α и γ выражаются через функции Бесселя.

Будем считать, что за время перелета между стенками радиальное смещение мало, так что α и γ мало меняются за один перелет. Ограничим рассмотрение областью, где отсутствует радиальное электрическое поле; как правило, в таких облас-

