

УДК 629.7.036.3

Метод осреднения параметров газовых потоков в турбомашинах для оценки их КПД с учетом спиральности поля скорости

Н.Н. Кортиков

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

E-mail: n-kortikov@yandex.ru

Разработана методология осреднения неравномерных завихренных потоков в турбомашинах, которая основывается на условиях сохранения массового расхода, потоков полной энтальпии и импульса (либо энтропии) с добавлением в алгоритм нового инварианта — интеграла спиральности газового потока. Получена и проведена валидация зависимости, уточняющая расчет КПД ступени турбины, учитывающая наличие в межлопаточном канале турбомшины крупномасштабных вихревых структур (неопределенность оценки влияния вторичных течений на величину потерь не превышает 0,2 %). Приведены методики осреднения параметров газового потока, учитывающие вклад вторичных течений в потери кинетической энергии, которые показали меньшее на 2,4 % значение КПД по сравнению с расчетом, используемым ранее для турбинной ступени Ленинградского политехнического института.

Ключевые слова: осреднение, спиральность поля скорости, энтропия, завихренность, вторичные течения, турбинная ступень, коэффициент полезного действия, полная температура, энтальпия торможения, коэффициенты неравномерности.

Введение

Совершенствование газотурбинных двигателей (ГТД) как сложной технической системы требует достоверной оценки величин, отвечающих за показатели эффективности работы узлов двигателя (коэффициентов полезного действия, полного давления и полной температуры). Получение таких оценок основано на комплексном подходе, сочетающем применение численных методов расчета пространственного течения вязкого сжимаемого газа на стадии проектирования и увеличение объема экспериментальных исследований и испытаний [1, 2].

В процессе газодинамической доводки узлов ГТД для установления достигнутого уровня коэффициентов полезного действия (КПД) турбомашин проводятся автономные испытания узлов на специальных стендах, а также натурные испытания в системе газогенератора двигателя. Поля параметров газа в сечениях на входе и выходе из узлов являются неравномерными и завихренными.

При рассмотрении течения в решетках турбомашин в межлопаточном канале (рис. 1а), образованном выпуклой и вогнутой поверхностями двух соседних лопаток и двумя ограничивающими торцевыми поверхностями, условно выделяют основное и вторичное течения газа [3]. Вторичным течением называется вихревое течение (рис. 1б, 1с), обусловленное концевыми явлениями (трением о торцевые ограничивающие стенки решетки и влиянием радиального зазора), при суммировании которого с основным течением

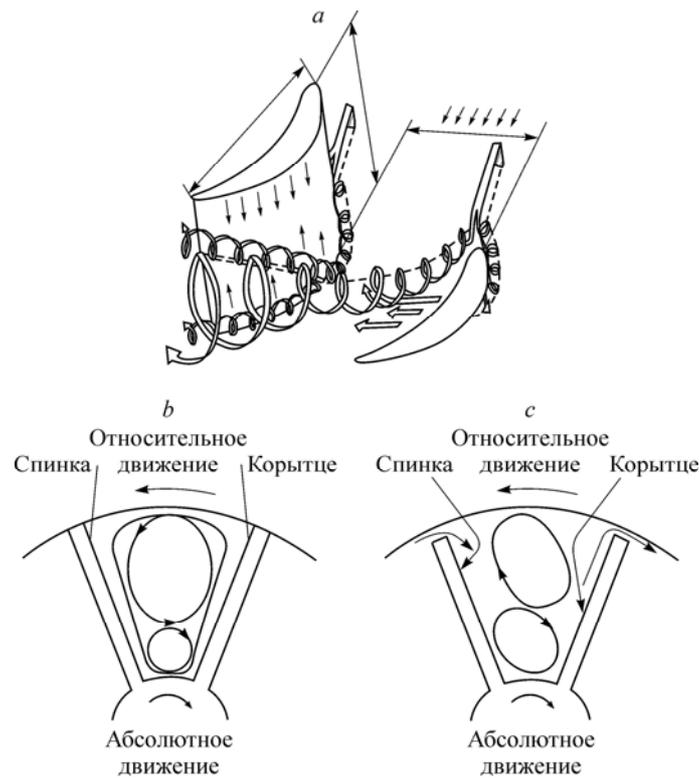


Рис. 1. Физическая картина вихревых течений в межлопаточном канале (а), схема вторичного течения в канале кольцевой решетки при отсутствии радиального зазора (b) и расположение вихрей при наличии радиального зазора (с).

получаются действительные параметры нестационарного пространственного потока вязкого газа в решетке. Нестационарность вызвана вихревыми следами [4] в осевом зазоре турбинной ступени, в формировании которых значительную роль играют процессы развития пограничного слоя на поверхностях лопаток (в частности, на вогнутой поверхности в виде вихрей Герглера–Тэйлора).

Для определения КПД турбинной ступени по результатам измерения давления и температуры газового потока используются их средние величины, которые рассчитываются с помощью того или иного способа осреднения.

Существующие методы осреднения неравномерного потока в элементах турбомашин

Традиционно [1–3, 5] используется методика осреднения неоднородных потоков, основанная на приведении реального трехмерного нестационарного потока к одномерному стационарному потоку на базе сохранения потоков массы, полной энтальпии, количества движения — импульса и энтропии. Поскольку одномерный стационарный поток полностью описывается тремя параметрами (давление, температура, скорость), то для выполнения условия сохранения используются соответственно три (из четырех) интеграла. В связи с этим возникает проблема выбора набора трех свойств потока из четырех для осреднения неоднородных потоков. При этом четвертое соотношение сохранения интегрального свойства потока не выдерживается, т.е. сама задача сведения неоднородного по пространству потока к одномерному является некорректной (часть свойств теряется). Тем не менее, существующая методика оценки КПД турбомашин с помощью приведения к одномерной модели течения является общепринятой. Она предлагает

принимать решение о выборе «три из четырех» «в контексте проблемы интересов», выделяя в качестве приоритетных параметров, определяющих мощность турбомашин, расход газа \dot{G} (уравнение сохранения массы) и поток полной энтальпии \dot{H} (уравнение сохранения энергии):

$$\dot{G} = \int_F \rho u_i n_i dF, \quad \dot{H} = \int_F (h + u^2 / 2) \rho u_i n_i dF, \quad (1)$$

здесь ρ — плотность газа, u_i — проекция скорости, n_i — проекция нормали, F — площадь поверхности, h — удельная энтальпия. В связи с этим возникает проблема при выборе уравнения сохранения для осреднения между уравнениями сохранения потоков импульса или энтропии, которые записаны в виде

$$\Phi_j = \int_F (p n_j + \rho u_i n_i u_j) dF, \quad \dot{S} = \int_F s \rho u_i n_i dF. \quad (2)$$

В случае применения уравнения сохранения импульсов получаем дополнительные потери за счет необратимости при «смешении» потоков с различной температурой. В случае применения уравнения сохранения энтропии при осреднении потоков с различной температурой получаем нефизический прирост осредненного полного давления.

В работе [4] указывалось на необходимость введения наряду с полным и статическим давлением и полной температурой четвертой независимой переменной. В качестве такой дополнительной переменной может быть использована либо измеренная пульсация скорости, квадрат которой осредняется с применением условия сохранения потока энтропии, либо завихренность, которая возникает в вихревых следах за движущимися венцами осевой турбомашин. Каждый способ осреднения приводит к потере части информации о потоке и, как следствие, к неопределенности. В рассматриваемых способах осреднения погрешность можно оценить, сравнивая значения осредненных параметров \bar{T} , \bar{u} и \bar{p} с соответствующими величинами (T , u , p), осредненными как среднемассовые и полученными численными методами решения пространственных уравнений движения и энергии. Соответствующие коэффициенты можно назвать коэффициентами неоднородности [6]:

$$\alpha = \bar{T} / T, \quad \beta = \bar{u} / u, \quad \gamma = \bar{p} / p. \quad (3)$$

Если коэффициенты неоднородности (3) близки к единице, то возможно использование уравнений одномерной газодинамики.

Целью настоящей работы является разработка методологии осреднения неравномерных завихренных потоков, которая основывается на условиях сохранения массового расхода, потоков полной энтальпии и импульса (либо энтропии) с добавлением в алгоритм осреднения нового инварианта — интеграла спиральности газового потока:

$$H = \int_F \bar{\omega} \cdot \bar{u} dF, \quad \bar{\omega} = \frac{1}{2} \text{rot} \bar{u}. \quad (4)$$

Под термином «спиральность» (helicity) подразумевается интеграл по объему (по поверхности или линии) от скалярного произведения вектора скорости \bar{u} на ее завихренность $\bar{\omega}$ (vorticity) или половина ротора скорости $\text{rot} \bar{u}$ [7]. В работе [8] было предложено уточнение для этого термина: называть интеграл в (4) «спиральностью поля скорости» или «интегралом спиральности». Плотность спиральности $\bar{u} \cdot \bar{\omega}$ является скаляром, она представляет собой локальную энергетическую характеристику потока и имеет размерность ускорения [9, 10].

Соотношения между интегралом спиральности и термодинамическими параметрами процесса

Анализ изменения спиральности в вихревых течениях дает возможность проанализировать, какие факторы влияют на перераспределение механической энергии потока между поступательной и вращательной составляющими движения, а, следовательно, и на изменение вихревой структуры течения. Спиральность не равна нулю в системах, где вихри не имеют зеркальной симметрии (например, два кольца, сцепленных вместе). Она тесно переплетается с математической теорией узлов и в целом отражает топологию системы, то есть взаимное расположение нескольких вихрей или одних участков вихря относительно других. Знак спиральности показывает направление вращения вихря по отношению к направлению потока (по или против часовой стрелки).

Поведение завихренности $\bar{\omega}$ в течениях сжимаемого газа существенно отличается от ее поведения в несжимаемой жидкости. Это можно проанализировать из уравнения движения идеального газа в форме Громека–Ламба [11]:

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} + \text{grad} \left(\frac{u^2}{2} \right) + \bar{\omega} \times \bar{u} = T \cdot \text{grad}(s) \cdot \text{grad}(h). \quad (5)$$

В случае установившегося течения уравнение (5) упрощается и переписывается в виде

$$\bar{\omega} \times \bar{u} = T \cdot \text{grad}(s) \cdot \text{grad}(h^*), \quad (6)$$

где h^* — удельная энтальпия торможения. Соотношение (6) указывает, что завихренность $\bar{\omega}$ увязывается с параметрами потока газа — энтропией и энтальпией заторможенного газа. Из теоремы Крокко известно, что, во-первых, всякий безвихревой поток (стационарный, изоэнергетический) должен быть изоэнтропическим, во-вторых, всякий неизоэнтропический поток (стационарный, изоэнергетический) имеет завихренность.

Для плоского и осесимметричного случаев решение уравнения (6) выражается через функцию тока ψ и записывается соответственно в виде [11]

$$\omega = \rho \left(T \frac{\partial s}{\partial \psi} - \frac{\partial h^*}{\partial \psi} \right), \quad \omega = \rho r \left(T \frac{\partial s}{\partial \psi} - \frac{\partial h^*}{\partial \psi} \right). \quad (7)$$

Единое выражение для интеграла спиральности (для плоского и осесимметричного течений) можно получить, проинтегрировав уравнения (7) по ширине канала (l — шаг решетки):

$$H = \int_0^l (\omega \cdot u) dl = \int_0^l \left(T \frac{\partial s}{\partial \psi} - \frac{\partial h^*}{\partial \psi} \right) d\psi = \int_0^l (T ds - dh^*) = q_l - \Delta h^*. \quad (8)$$

Выражение (8) показывает, что интеграл спиральности равняется разности притока теплоты q_l и убыли энтальпии торможения Δh^* . Для адиабатных условий наличие в газовом потоке крупномасштабных вихревых структур сказывается на изменении величины полной энтальпии, которое равно интегралу спиральности:

$$\Delta h^* = -H. \quad (9)$$

Величина изоэнтропийного (адиабатного) КПД турбинной ступени рассчитывается по формуле [12]:

$$\eta_{is} = \frac{\bar{T}_0^* - \bar{T}_2^*}{\bar{T}_0^* - \bar{T}_{2is}^*} = \frac{\left(1 - \bar{T}_2^* / \bar{T}_0^* \right)}{\left[1 - \left(\bar{p}_{2is} / \bar{p}_0 \right)^{k-1/k} \right]}, \quad (10)$$

где $\overline{p_{2_{is}}}$ — осредненное по площади давление, получаемое при изоэнтропийном расширении в выходном сечении ступени, черта сверху — знак осреднения.

Совместное использование соотношений (9) и (10) позволило получить выражение для расчета изменения КПД $\Delta\eta_{is}$ вследствие формирования в межлопаточном канале турбомашин крупномасштабных вихревых структур:

$$\Delta\eta_{is} = -\frac{H}{c_p (\overline{T_0^*} - \overline{T_{2_{is}}})}, \quad (11)$$

здесь нижние индексы «0» и «2» соответствуют параметрам потока на входе и выходе ступени, c_p — теплоемкость при постоянном давлении.

Валидация выражения (11) осуществлялась с помощью пакета STAR CCM+ (версия 10.06) [10], где интеграл спиральности H определялся численно на примере турбинной ступени Ленинградского политехнического института (ЛПИ), геометрия и режимные параметры которой представлены в [13].

Численное моделирование и спиральность течения в проточной части турбинной ступени

Расчет газодинамических процессов в турбинной ступени проводился на основе уравнений Навье–Стокса и энергии, осредненных по Рейнольдсу. Уравнения записаны в интегральной форме для движущегося контрольного объема в относительной системе координат, вращающейся с угловой скоростью вращения ротора. Шаг по времени принят равным $5 \cdot 10^{-6}$ с. При контроле сходимости задачи рассматривался массовый расход на входной и выходной границах. Использовался неявный метод расчета и в качестве модели турбулентности применялась модель Спаларта–Аллмараса.

В качестве рабочего тела был выбран воздух, теплофизические свойства которого рассчитывались по модели совершенного газа. Давление торможения на входе соответствовало степени понижения давления в ступени и равнялось 1,4. Число Рейнольдса (Re) для статорной части составляло $Re_1 = 1,05 \cdot 10^6$, для роторной — $Re_2 = 2,28 \cdot 10^5$, температура на входе в ступень — 350 К.

Для отображения вихревых линий в настоящем моделировании используется нормализованная спиральность (normalized helicity) [14], представляющая собой косинус угла между векторами скорости и завихренности. В окрестности центра вихря угол между векторами скорости и завихренности является малым. В предельном случае, когда вектора скорости и завихренности коллинеарны, нормализованная спиральность равняется ± 1 , а линия тока, проходящая через такую точку, имеет нулевую кривизну (прямая линия).

Отображение течения с помощью метода нормализованной спиральности показывает, что вихревые структуры на периферии и у корня рабочей лопатки отличаются между собой. В частности, центр отрывного вихря у корня, который сформировался на корытной части профиля (рис. 2а), практически перекрывает проточную часть, обуславливая доминирующее влияние на величину потерь вихревых структур, расположенных на нижней торцевой поверхности (рис. 2б). В свою очередь, картина течения на периферии рабочей лопатки указывает на расположение осевой линии вихря вблизи центральной части межлопаточного канала (рис. 2а) и появление одиночного вихреобразования (рис. 2б) на выходе из турбинной ступени.

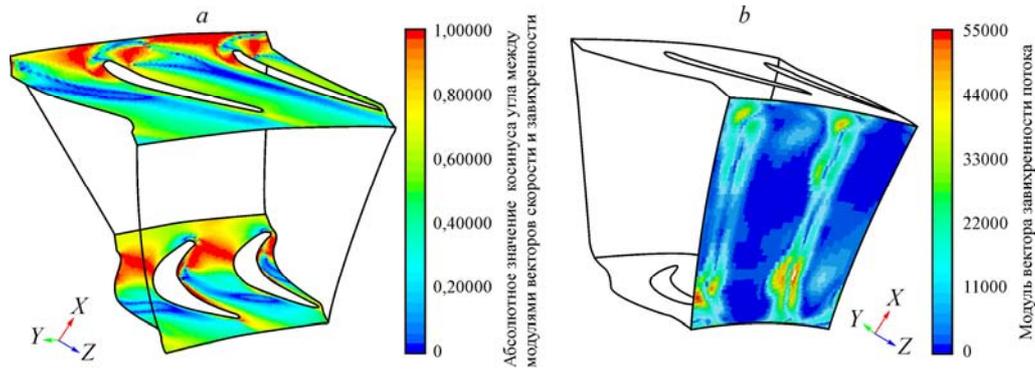


Рис. 2. Картина вихревых линий в роторной части ступени.
 а — абсолютная величина нормализованной спиральности,
 б — модуль завихренности в выходном сечении расчетной области.

Осреднение и КПД ступени с учетом интеграла спиральности

Первый подход осреднения (при сохранении инвариантов \dot{G} , \dot{H} , \dot{S}) неоднородных потоков строится на основе добавления в алгоритм четвертого инварианта (интеграла спиральности H) и температуры торможения $T_H^* = T^* + H / c_p$. После чего процедура осреднения начинается с решения уравнения для газодинамической функции $q(\bar{\lambda})$ [6]:

$$q(\bar{\lambda}) = \frac{A \sqrt{T_H^*} \cdot \dot{G}}{p \left(T_H^* / T \right)^{k/(k-1)} \exp(-s/R) \cdot F}, \quad (12)$$

где $A = \sqrt{\frac{k+1}{2k}} R \cdot \left(\frac{k+1}{2} \right)^{1/(k-1)}$.

Второй подход подразумевает сохранение инвариантов \dot{G} , \dot{H} , Φ и H с включением в алгоритм осреднения уравнения количества движения (импульса), записанного в виде

$$\bar{\lambda} + \frac{1}{\bar{\lambda}(1+H/h^*)} = \frac{2k}{(k+1)} \cdot \frac{\Phi}{a_{кр} \cdot \dot{G}}, \quad (13)$$

где $a_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R T_H^*}$, $\bar{\lambda} = \bar{u} / a_{кр}$.

Замена реального потока газа осесимметричным (с постоянными по радиусу закруткой и моментом количества движения M) не изменяет вида уравнений (12) и (13) если считать [1], что $\bar{\lambda} = \sqrt{\bar{\lambda}_u^2 + \bar{\lambda}_w^2}$, где $\bar{\lambda}_u = \bar{u} / a_{кр}$, $\bar{\lambda}_w = \bar{w} / a_{кр}$ — приведенные скорости, построенные по осевой \bar{u} и тангенциальной \bar{w} составляющим скорости, а $\bar{w} = M / (\dot{G} r_{cp})$, здесь r_{cp} — средний радиус.

Значения коэффициентов неоднородности для выходного сечения турбинной ступени представлены в таблице. В качестве исходных данных приняты результаты трехмерного численного расчета течения воздуха ($R = 287$ Дж/(кг·град), $c_p = 1003$ Дж/(кг·град), $k = 1,4$). Приведенные в таблице коэффициенты демонстрируют практически одинаковые значения независимо от выбора сохраняемых потоковых величин для модельной ступени ЛПИ.

Таблица

Результаты осреднения и КПД турбинной ступени

Условия моделирования	Результаты трехмерного моделирования					Коэффициенты неоднородности			КПД и его изменение	
	\dot{G}	$h^* \cdot 10^{-5}$	S	Φ	H	α	β	γ	η_{is}	$\Delta\eta_{is}$
Инварианты										
Размерность	кг/с	Дж/кг	Дж/кг·К	Па·м ²	(м/с) ²				%	%
Первый подход	0,429	3,44	92,07	–	799	0,972	1,21	0,923	75,8	–1,86
Второй подход	0,429	3,44	–	273,65	799	0,977	1,22	0,934		

Валидация значения $\Delta\eta_{is}$ проводится путем сравнения с величиной коэффициента вторичных потерь $\xi_{вт}$, полученной из эмпирической зависимости вида [15]

$$\xi_{вт} = \left(1,2/L^2 + 8 \cdot 10^{-6} L^2 + 0,009 + 0,38\bar{d}^2 + 0,034\bar{d} + A \right) \cdot (a/h_p), \quad (14)$$

где h_p — высота решетки, $\bar{d} = d/a$ — относительная толщина выходной кромки, d — диаметр выходной кромки, a — «горло» решетки, $L = (\beta_1 + \beta_2)^{0,4} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2}$ — переменная

турбинной решетки, β_1, β_2 — углы входа и выхода потока из рабочей решетки (град), $A = 0,04$. Зависимость (14) основана на допущении [12, 15] о малости вклада в суммарный баланс потерь кинетической энергии вторичных течений, формирующихся на периферии рабочей лопатки, и применяется в случае отсутствия радиального зазора (рис. 1б). Исходя из данных для ступени ЛПИ [14] получим $|\xi_{вт}| = 1,856\%$. По результатам сравнения с расчетной величиной $\Delta\eta_{is}$, приведенной в таблице, можно отметить, что погрешность определения $\Delta\eta_{is}$ не превышает 0,2 %.

Заключение

Использование выражений (12) и (13) с ненулевым значением интеграла спиральности показывает снижение КПД на 2,4 % (с 78,2 % до 75,8 %) по сравнению с использованными ранее методиками расчета [1, 2, 4].

Таким образом, введение в практику расчетов зависимости (11) (неопределенность определения $\Delta\eta_{is}$ не превышает 0,2 %) и методик осреднения параметров газового потока, учитывающих вклад вторичных течений в потери кинетической энергии в виде уравнений (12) и (13), позволяет проводить оценку КПД турбомашин более корректно на основе выражения (10).

Список литературы

1. Деревянко А.В., Журавлев В.И., Зикеев В.В., Князев В.В., Копелев С.З., Кудрявцев Д.В. Основы проектирования турбин авиадвигателей. М.: Машиностроение, 1988. 328 с.
2. Венедиктов В.Д. Газодинамика охлаждаемых турбин. М.: Машиностроение, 1990. 240 с.
3. Степанов Г.Ю. Гидродинамика решетки турбомашин. М.: Физматгиз, 1962. 512 с.
4. Августинович В.Г. Осреднение нестационарных неоднородных потоков в турбомашине для оценки их КПД // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2017. № 49. С. 63–70.
5. Седов Л.И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1967. 428 с.
6. Самойлович Г.С. Газодинамика. Учеб. для студ. вузов, обучающ. по специальн. «Турбиностроение». 2-е изд., пераб. и доп. Машиностроение, 1990. 384 с.

7. Алексеевко С.В., Куйбин П.А., Окулов В.Л. Введение в теорию концентрированных вихрей. Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН, 2003. 504 с.
8. Курганский М.В. Спиральность в атмосферных динамических процессах // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2017. Т. 53, № 2. С. 147–163.
9. Митрофанова О.В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах ядерно-энергетических установок. М.: Физматлит, 2010. 288 с.
10. User Guide STAR-CCM+ 10.06. CD-adapco. 2015. 10998 p.
11. Гладков А.А. Поведение завихренности в неоднородных течениях сжимаемого газа // Ученые записки ЦАГИ. 1999. Т. XXX, № 1–2. С. 68–76.
12. Schneider C.M., Schrack D., Rose M.G., Staudacher S. On the interaction of streamwise vorticity with a rotating turbine blade // 10th European Conf. on Turbomachinery Fluid Dynamics and Thermodynamics, Lappeenranta, Finland, 15–19 April, 2013. P. 24–35.
13. Григорьев А.В., Якунин А.И., Кузнецов Н.Б., Кондратьев В.Ф., Кортиков Н.Н. Расчет нестационарного ротор-статорного взаимодействия в турбинной ступени методом гармонического баланса // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. № 1(166). 2013. С. 183–191.
14. Волков К.Н. Методы визуализации вихревых течений в вычислительной газовой динамике и их применение при решении прикладных задач // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. Scientific and Technical Journal of Information Technologies, Mechanics and Optics. 2014. № 3 (91). С. 1–10.
15. Лапшин К.Л. Оптимизация проточных частей паровых и газовых турбин. СПб: Изд-во Политехнического ун-та, 2011. 177 с.

*Статья поступила в редакцию 21 сентября 2018 г.,
после доработки — 5 декабря 2018 г.,
принята к публикации 11 декабря 2018 г.*