

ДВИЖЕНИЕ ШАРА В ЖИДКОСТИ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

УДК 532.59+532.516

В. И. Букреев, А. В. Гусев

Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН,
630090 Новосибирск

Задача о движении тела в жидкости относится к числу основных в гидродинамике. Простейшим однопараметрическим телом с богатой симметрией является шар, поэтому при его движении многие эффекты и закономерности имеют рафинированный вид. Литература, посвященная движению свободного шара или обтеканию потоком закрепленного шара, очень обширна. Обзор классических работ (начиная с опытов И. Ньютона) содержится в [1–5].

Для теоретического анализа рассматриваемая задача представляет большие трудности. В модели идеальной жидкости имеет место парадокс Даламбера. Учет вязкости жидкости устраняет его. Однако и в этом случае аналитические решения удастся получить лишь при очень малых числах Рейнольдса. Наиболее фундаментальное из них найдено еще Стоксом [6], а дальнейшее продвижение дается с большим трудом [2, 4]. Основным препятствием при теоретическом анализе является то, что при определенных условиях движение свободного шара или картина обтекания закрепленного шара оказываются неустойчивыми даже к бесконечно малым возмущениям, и ряд фундаментальных постулатов, существенно используемых при теоретическом анализе, становится неприемлемым. К числу таких постулатов относятся принцип обращения движения и априорное предположение о типе симметрии течения.

Существенное отличие задач о движении свободного шара и об обтекании закрепленного шара при достаточно больших числах Рейнольдса выявлено еще в первых опытах, детальный обзор которых приведен в [1, 2]. Было установлено, в частности, что свободно погружающийся шар может отклоняться от прямолинейной траектории, а его коэффициент сопротивления может существенно превышать соответствующее значение для закрепленного шара. В [7] на примере впечатляющего эффекта непрямолинейного всплытия пузырьков воздуха в воде обращено внимание на то, что априорные соображения о симметрии решений могут дать ошибочные результаты. В последнее время вопрос о симметрии и нарушающих ее бифуркациях является объектом интенсивных исследований [8].

Результаты опытов [9] затрагивают один из наиболее фундаментальных постулатов, согласно которому две динамические системы ведут себя одинаковым образом, если у них несколько первых интегралов движения одинаковы, а возможные различия других интегралов не имеют существенного значения.

Опыты с шаром дали много других неожиданных результатов. Первым заслуживает упоминания кризис сопротивления при числах Рейнольдса порядка $2 \cdot 10^5$, физическое объяснение которому дано в [10, 11]. Впечатляют результаты опытов в вибрирующей жидкости [12], когда возможно движение против силы тяжести, а также опытов с шаром во вращающейся жидкости [13]. Прекрасные фотоснимки картины течения в следе за закрепленным шаром получены в [14–16]. Опыты [17] внесли существенный вклад в развитие направления, связанного с учетом плотностной стратификации. В [18] и других работах

ее авторов на примере следа за шаром настойчиво привлекается внимание к эффектам, связанным с влиянием молекулярной диффузии. Шар часто используется при изучении движения наносов, высокоскоростного входа тел в воду и ряда других крупных прикладных проблем.

В последние годы определенный вклад в решение сложной задачи о движении шара в жидкости вносят численные эксперименты. В качестве примера можно отметить работы [5, 10], которые интересны тем, что они посвящены центральному вопросу: анализу устойчивости движения. Пока такой анализ удалось выполнить только для следа за закрепленным шаром. Принципиальное отличие задачи об устойчивости движения свободного шара состоит в том, что она является двухпараметрической. Кроме того, в этом случае имеет место связь между перемещением шара и действующими на него силами, а также возможно перераспределение энергии между шестью степенями свободы.

Данная работа имеет своей целью привлечь внимание к содержательной задаче об устойчивости погружения свободного шара под действием силы тяжести и пополнить пока еще ограниченную экспериментальную информацию, содержащуюся в [1, 2, 19–22]. Аналогичные эффекты имеют место при всплытии пузырьков газа в жидкости [23] и при движении капель одной жидкости в другой [24].

Схема проведения опытов поясняется на рис. 1. В прозрачном сосуде высотой 1,05 м прямоугольного поперечного сечения 45×45 см на тонкой нити подвешивался шар из эбонита диаметром D . Сосуд заполнялся дистиллированной водой так, что шар оказывался полностью погруженным в воду. Плотность шара ρ_1 в 1,2 раза превышала плотность воды ρ . Важную роль играют еще два размерных параметра: ускорение силы тяжести g и кинематический коэффициент вязкости воды ν .

В момент времени $t = 0$, когда жидкость и шар покоились, нить осторожно освобождалась, и шар начинал свободное погружение. Киносъемкой с частотой 24 кадра в секунду регистрировалась проекция его траектории на плоскость (x, z) , параллельную одной из боковых стенок сосуда. Ось z направлена вниз, ось x — вправо от наблюдателя. Начало отсчета расположено в центре покоящегося шара. Визуально прослеживалась и пространственная траектория шара. Для изучения движения воды в нее вводились частицы алюминиевой пудры, которые были столь малы, что несколько суток находились во взвешенном состоянии.

В покое сила тяжести и архимедова сила проходят через одну точку — центр шара, так что метацентрическая высота равна нулю. С точки зрения гидростатики такое состояние находится на границе области неустойчивости. При движении распределение давления по поверхности шара меняется, и появляются силы инерции и трения. Сила инерции стабилизирует движение. Давление и трение могут как стабилизировать, так и дестабилизировать его. Движущийся шар имеет шесть степеней свободы, и только по одному направлению действует внешняя сила тяжести. В такой ситуации влияние малых возмущений становится трудно предсказуемым.

В основных опытах варьировался только параметр D . Он принимал значения 2; 3; 4 см, что намного меньше поперечных размеров сосуда. Выполнялись вспомогательные опыты. В них изучалось влияние свободной поверхности, сильных вариаций плотности ρ_1 , значительного изменения формы тела и смещения его центра тяжести, а также влияние существенного смещения начального положения шара к одной из стенок сосуда. В результате выбраны такие условия проведения основных опытов, в которых параметры D , ρ_1 , ρ , g , ν были действительно определяющими, а все остальное могло быть отнесено

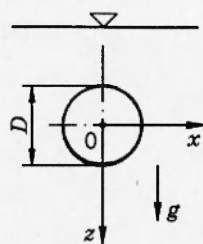


Рис. 1

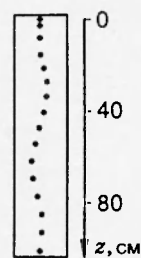


Рис. 2

к малым возмущениям, которые неизбежно имеют место на практике. Заслуживает упоминания лишь то, что во вспомогательных опытах со стальным шаром диаметром 3 см и пластмассовым шариком с плотностью, незначительно отличающейся от ρ , отклонения от прямолинейной траектории не наблюдались, т. е. область устойчивости движения, по видимому, существует. Но цель основных опытов состояла в том, чтобы показать, что возможны и сильные отклонения от прямолинейной траектории.

В качественном отношении результаты опытов при $D = 2; 3; 4$ см аналогичны. На некотором начальном участке длиной l_0 шары двигались ускоренно и прямолинейно. Их обтекание было практически безотрывным. В конце начального участка скорость шара заметно уменьшалась, от него отрывался вихрь, и имело место резкое отклонение от прямолинейной траектории. Преимущественного направления отклонения не выявлено. На основании полученной информации обоснованных выводов о форме траектории после потери устойчивости сделать нельзя. Она выглядела случайной.

Оторвавшийся вихрь быстро отставал от шара, гидродинамический след снова сильно суживался, но через некоторое время снова отрывался вихрь и наблюдалось очередное изменение направления движения шара. При этом шары все время находились на значительном удалении от стенок сосуда, так что с большой вероятностью полученный результат справедлив для безграничной жидкости. Вертикальный размер сосуда позволял зарегистрировать лишь не более трех процессов отрыва вихря.

Как и для закрепленного шара [16], ускорение на начальном участке затягивало отрыв потока. Однако неожиданно большой оказалась количественная мера этого эффекта. Для шара диаметром 4 см первый отрыв произошел при числе Рейнольдса порядка 14000. Для закрепленного шара при таком числе Рейнольдса течение в следе уже турбулентное. При этом свободный шар практически достиг предельной скорости погружения.

Сказанное иллюстрируется фотоснимками и графиками. На рис. 2 приведен результат обработки на компьютере кино съемки проекции траектории шара диаметром 2 см на плоскость (x, z) . Суть алгоритма обработки заключалась в том, что на кино пленке информация о траектории содержится в форме параметрической зависимости $x(t), z(t)$, а на рис. 2 представлена зависимость $x(z)$. Интервал времени между отдельными изображениями шара равен $1/6$ с. Верхняя граница рамки на рис. 2 соответствует свободной поверхности воды. Первое сверху изображение шара получено при $z = 0$, а самое нижнее — при $z = 90$ см. Расстояние между боковыми границами рамки на рис. 2 соответствует действительному расстоянию 18,6 см и существенно меньше поперечного размера сосуда. Сильное замедление шара перед отклонением от вертикальной траектории проявилось на рис. 2 в заметном изменении интервала Δz между соседними изображениями.



Рис. 3

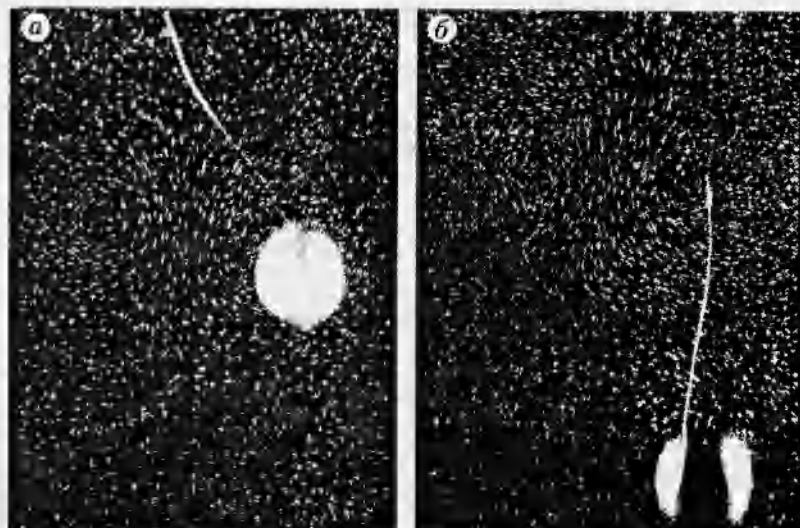


Рис. 4

На рис. 3 зарегистрирована картина течения жидкости при отклонении шара диаметром 4 см от прямолинейной траектории. Время экспозиции при съемке равнялось $1/30$ с. Светлые точки и линии есть изображения частиц-меток алюминиевой пудры. В покоящейся жидкости метки дают изображения в виде точек, а при наличии скорости оставляют на снимке треки. До отклонения шар двигался посередине между боковыми границами кадра. В момент съемки скорость шара равнялась примерно 35 см/с.

Прежде всего снимок подтверждает, что до отрыва вихря след за сферой практически отсутствовал: на этом участке изображения треков нет. Оторвавшийся вихрь остался на линии прямолинейного движения, а шар в данном примере отклонился вправо почти в плоскости наблюдения. Последнее вытекает из характера его освещения световым ножом, который используется в методе визуализации алюминиевой пудрой. В опытах толщина ножа была около 1 см.

На рис. 4 приведены два последовательных снимка в опыте с шаром диаметром 3 см. Точный интервал времени между снимками не зарегистрирован. Его можно оценить по приводимой далее информации на графиках. Шар отклонился сначала вправо, удаляясь от наблюдателя (рис. 4,а), затем плавно повернул влево, приближаясь к наблюдателю (рис. 4,б). Второй вихрь еще не сформировался, а первый вихрь отстал от шара.

На рис. 4 имеется изображение отрезка нити, на которой подвешивался шар. Это дополняет информацию о характере движения шара. Вместе с тем есть основания утверждать, что отрезок нити не оказывал существенного влияния на потерю устойчивости. В частности, были выполнены опыты, в которых к шару приклеивался достаточно крупный стальной болт. Он существенно сместил центр тяжести и изменил условия обтекания шара. Тем не менее качественных изменений в процессе потери устойчивости не произошло.

Из пяти упомянутых размерных параметров можно составить только два независимых безразмерных комплекса, хотя множество однозначно преобразуемых друг в друга комплексов достаточно велико. Один безразмерный параметр выбирается в виде $\epsilon = (\rho_1 - \rho)/\rho$.

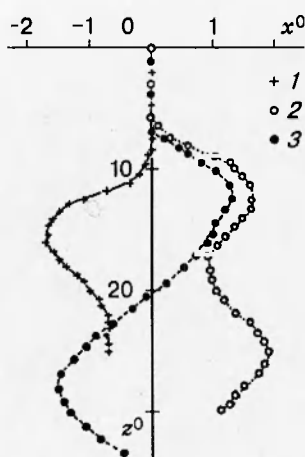


Рис. 5

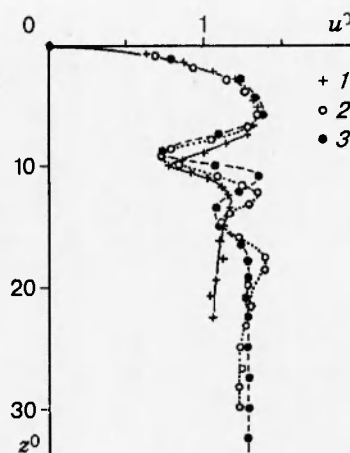


Рис. 6

Множество вариантов выбора второго комплекса можно представить как

$$A = (gD^3/\nu^2)^n f, \quad (1)$$

где f — произвольная безразмерная функция; n — произвольная постоянная.

Представляют интерес три частных случая n : $n_1 = 1/3$, $n_2 = 1/2$ и $n_3 = 1$. При $n = n_1$ безразмерные уравнения Навье — Стокса не содержат ни одного параметра; все их коэффициенты оказываются равными 1 или $1/2$. Привлекательность такого выбора заключается в том, что общая для многих систем с жидкостью часть их оператора становится универсальной. Безразмерные параметры фигурируют лишь в начально-краевых условиях и в характеристиках вносимых возмущений. При таком выборе n характерные масштабы длины и времени имеют вид

$$L_1 = (\nu^2/g)^{1/3}, \quad T_1 = (\nu/g^2)^{1/3}.$$

Вариант $n = n_2$ получается, если предположить, что шар рано или поздно выходит на стационарный равномерный режим движения, как в решении Стокса. В этом случае в уравнениях Навье — Стокса остается только параметр $Re = (gD^3/\nu^2)^{1/2}$, а характерные масштабы длины и времени таковы: $L_2 = D$, $T_2 = (D/g)^{1/2}$. Вариант $n = n_3$ получается при $L_3 = D$, $T_3 = D^2/\nu$. При этом в уравнениях Навье — Стокса остается только параметр $Ar = gD^3/\nu^2$.

Пока по имеющейся информации нельзя отдать предпочтение какому-либо варианту, и далее в качестве характерных масштабов длины и времени используются величины $L = D$, $T = (D/\varepsilon g)^{1/2}$. Здесь роль f играет $\varepsilon^{1/2}$.

На рис. 5 и 6 представлены примеры функций $x^0(z^0)$ и $u^0(z^0)$, где u — вертикальная компонента скорости шара, индекс нуль означает, что осуществлен переход к безразмерным величинам с использованием L и T , точки 1–3 — результаты опытов при $D = 4$; 3; 2 см соответственно. Графики показывают, что после потери устойчивости вертикальная скорость шара стремится к постоянному значению после нескольких затухающих колебаний. Для функции $x^0(z^0)$ по полученным данным определенных выводов сделать нельзя.

Полезно обратить внимание на роль симметрии шара и вязкости жидкости. Для степеней свободы поступательного движения существенна сила инерции шара. Вместе с тем

D , см	u_∞ , см/с	$u_\infty D/\nu$	c_z
2	26	5200	0,77
3	30	9000	0,87
4	30	12000	1,16

инерция шара не влияет на степени свободы вращательного движения из-за симметрии. Вращению может препятствовать вязкость жидкости. Однако стабилизирующее влияние вязкости проявляется медленно. Более того, вязкость может и дестабилизировать течение. Впервые дестабилизирующая роль вязкости была обоснована теоретически в задаче об устойчивости плоскопараллельных сдвиговых течений. Учет в соответствующей математической модели вязкости жидкости привел к обнаружению волн Толлмина — Шлихтинга, которые играют определяющую роль при переходе от ламинарного режима течения к турбулентному. В [25, 26] показано, что этот пример не единственный.

При наличии неустойчивости нельзя рассчитывать на простое решение проблемы универсального представления реакции системы на вносимое возмущение. Тем не менее для вертикальной компоненты скорости определенная универсальность прослеживается даже при принятом здесь сравнительно простом способе нормировки: три кривые на рис. 6 достаточно хорошо совпали на участке прямолинейного движения вплоть до положения и величины их первого максимума.

Для расширения области универсальности нужно применять более сложную функцию f в (1). Эта ситуация типична для всех задач гидродинамики. Например, в стационарной задаче обтекания закрепленного тела используются коэффициенты сопротивления и подъемной силы, которые и играют роль f . В нестационарном случае к ним добавляются коэффициенты присоединенной массы. В гидравлике аналогичную роль играют коэффициенты потерь напора. Расчетным путем такие коэффициенты удастся найти лишь при ламинарном течении. В более широком диапазоне параметров они определяются экспериментально.

В рассматриваемой задаче коэффициент сопротивления c_z можно определить по асимптотическому значению продольной компоненты скорости u_∞ при больших t . В этом случае из баланса сил в проекции на ось z следует

$$c_z = 4\varepsilon g D / (3u_\infty^2). \quad (2)$$

Именно такой алгоритм использовался в работе [2], где было получено значительное превышение над коэффициентом сопротивления закрепленного шара. Результаты обработки данных на рис. 6 по алгоритму (2) приведены в таблице. Они согласуются с выводами [2] о том, что c_z сильно зависит от числа Рейнольдса и существенно превышает соответствующее значение для закрепленного шара. Если в определении числа Рейнольдса использовать D и u_∞ , то для закрепленного шара значение c_z в рассмотренном диапазоне почти постоянно и равно 0,42.

Алгоритм (2) имеет тот недостаток, что в нем учтена только одна компонента скорости. Вопрос о том, согласуются ли коэффициенты сопротивления закрепленного и свободного шара, если в определении последнего использовать модуль скорости, остается открытым.

В обширной литературе по гидродинамической устойчивости рассматриваются в

основном задачи с одним параметром типа числа Рейнольдса. Свободное движение шара привлекательно тем, что оно является практически важным примером задачи с двумя параметрами: ϵ и A . Еще одно двухпараметрическое течение было изучено в [27]. Актуален вопрос о границе области неустойчивости на плоскости двух параметров. В [27] такая граница оказалась очень простой, и ее удалось найти чисто экспериментально. Ситуация с движением шара более сложна. В частности, не тривиален вопрос о том, в какой мере идентичны процессы погружения и всплытия шара, отличающиеся только знаком ϵ . В этом случае соблазнительно постулировать существование соответствующей симметрии. Однако можно ожидать, что в определенных условиях такой постулат окажется неприемлемым.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 95-01-01164а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Viets H., Lee D. A. Motion of freely falling spheres at moderate Reynolds numbers // AIAA J. 1971. V. 9, N 10. P. 2038–2042.
2. Schiller L. Fallversuche mit Kugeln und Scheiben // Handbuch der Experimentalphysik. 1932. Bd 4, t. 2. S. 337–387.
3. Mehta R. D. Aerodynamics of sport balls // Ann. Rev. Fluid Mech. 1985. V. 17. P. 151–189.
4. Lead L. G. Particle motions in a viscous fluid // Ann. Rev. Fluid Mech. 1980. V. 12. P. 435–476.
5. Kim I., Pearlsten A. J. Stability of the flow past a sphere // J. Fluid Mech. 1990. V. 211. P. 73–91.
6. Stokes G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums // Trans. Cambridge Philos. Soc. 1851. V. 9. P. 8.
7. Birkhoff G. Hydrodynamics. Study in Logic, Fact and Simultitude. Princeton: Princeton Univ. Press, 1960.
8. Crawford J. D., Knobloch E. Symmetry and symmetry-breaking bifurcations in fluid dynamics // Ann. Rev. Fluid Mech. 1991. V. 23. P. 741–787.
9. Букреев В. И., Васильев О. Ф., Лыткин Ю. М. О влиянии формы тела на характеристики автомоделного осесимметричного следа // Докл. АН СССР. 1972. Т. 207, № 4. С. 804–807.
10. Wieselberger C. Weitere Festellungen über die Gesetze des Flüssigkeits und Lüftwiderstandes // Physikalische Zeitschrift. 1922. Bd 23, N 10. S. 219–224.
11. Prandtl L. Führer durch die Stromungslhere. Braunschweig: F. Vieweg, 1957.
12. Челомей В. И. Парадоксы в механике, вызываемые вибрацией // Докл. АН СССР. 1983. Т. 270, № 1. С. 62–67.
13. Taylor G. I. Motion of solids in fluids when the flow is not irrational // Proc. Roy. Soc. Ser. A. 1917. V. 93. P. 99–113.
14. Taneda S. Experimental investigation of the wake behind a sphere at low Reynolds numbers // J. Phys. Soc. Japan. 1956. V. 11. P. 1104–1108.
15. Taneda S. Visual observation of the flow past a sphere at Reynolds number between 10^4 and 10^6 // J. Fluid Mech. 1978. V. 85, pt 1. P. 187–192.

16. Гудков В. А. Гидродинамическая установка для исследования нестационарного обтекания тел // Приборы и техника эксперимента. 1992. № 1. С. 172–176.
17. Mowbray D. E., Rarity B. S. H. A theoretical and experimental investigation of the phase configuration of internal waves of small amplitude in a density stratified liquid // J. Fluid Mech. 1967. V. 28, pt 1. P. 1–16.
18. Сысоева Е. Я., Чашечкин Ю. Д. Пространственная структура следа за сферой в стратифицированной жидкости // ПМТФ. 1988. № 5. С. 59–65.
19. Natarajan R., Acrivos D. The instability of the steady flow past spheres and disks // J. Fluid Mech. 1993. V. 254. P. 323–344.
20. Goldberg A., Florsheim B. H. Transition and Strouhal number for the incompressible wake of various bodies // Phys. Fluids. 1966. V. 9, N 1. P. 45–50.
21. Roos F. W., Willmarth W. W. Some experimental results on sphere and disk drag // AIAA J. 1971. V. 9, N 2. P. 285–291.
22. Nakamura I. Steady wake behind a sphere // Phys. Fluids. 1976. V. 19, N 1. P. 5–8.
23. Wegener P. P., Parlange J. J. Spherical-cap bubbles // Ann. Rev. Fluid Mech. 1973. V. 5. P. 79–100.
24. Magarvey R. H., Bishop R. L. Wakes in liquid-liquid systems // Phys. Fluids. 1961. V. 4, N 7. P. 800–805.
25. Benjamin T. W. The threefold classification of unstable disturbances in flexible surfaces bounding inviscid flows // J. Fluid Mech. 1963. V. 16, pt 3. P. 436–470.
26. Степанянц Ю. А., Фабрикант А. Л. Распространение волн в сдвиговых гидродинамических течениях // Успехи физ. наук. 1989. Т. 159, вып. 1. С. 83–123.
27. Букреев В. И. Экспериментальная проверка диапазона применимости решения второй задачи Стокса // Изв. АН СССР. МЖГ. 1988. № 4. С. 26–31.

*Поступила в редакцию 31/V 1995 г.,
в окончательном варианте — 17/VII 1995 г.*
