продуктов детонации зарядов насыпной плотности из тэна и гексогена порядка 100—120 кВ/см, время задержки пробоя промежутка определяется параметрами истекающих продуктов взрыва.

Поступила 25 XI 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. **Ершов А. П., Зубков П. И., Лукьянчиков Л. А.** Использование зоны электропроводности в детонационной волне конденсированных ВВ и электрической прочности продуктов детонации для формирования заданных сильноточных импульсов и выключения больших токов.— В кн.: Динамика сплошной среды. Изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР. Новосибирск, 1974, вып. 16.
2. **Кнопфель Г.** Сверхсильные импульсные магнитные поля. М., «Мир», 1972.
3. **Тиман Б. Л.** Влияние взаимодействия частиц на ионизационное равновесие в термически ионизованном газе.— ЖЭТФ, 1953, т. 25, вып. 6 (12), с. 733—738.
4. **Кузнецов Н. М., Шведов К. К.** Изэнтропическое расширение продуктов детонации гексогена.— ФГВ, 1967, т. 3, № 2.
5. **Sharbangh A. H., White D. R., Watson P. K., Lee T. H., Creenwood A. И.** An investigation of the breakdowu strength of nitrogen at high temperatures using a shock tube. Trans. IEEE. Power apparatus and systems, 1961, vol. 80, p. 333—344.
6. **Станюкович К. П.** Неустановившиеся движения сплошной среды. М., «Наука», 1971.

УДК 537.311.33

ОБ ЭФФЕКТИВНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПРОВОДЯЩЕЙ СРЕДЫ С АНИЗОТРОПНЫМИ ВСЛЕДСТВИЕ ЭФФЕКТА ХОЛЛА СФЕРИЧЕСКИМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

Ю. П. Емец, В. Ф. Резцов

(*Киев*)

Решена задача о распределении поля и тока в сплошной проводящей среде, содержащей сферические включения, в которых проявляется эффект Холла. Получено и исследуется выражение для тензора эффективной проводимости такой среды. Концентрация включений предполагается малой.

В плазме и полупроводниках в магнитном поле вследствие эффекта Холла проводимость среды описывается тензором, который в трехмерном случае имеет вид

$$\hat{\sigma} = \sigma_\mu \begin{pmatrix} 1 & -\beta & 0 \\ \beta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma/\sigma_\mu \end{pmatrix}, \quad \sigma_\mu = \sigma/(1+\beta^2),$$

где σ — скалярная проводимость; β — параметр Холла. Магнитное поле $\mathbf{H}$ направлено по оси $z(\mathbf{H}=(0,\ 0,\ H))$.

Пренебрегая индуцированными магнитными полями токов, приходим к уравнениям:

$$\nabla\cdot\mathbf{j}=0,\quad \nabla\times\mathbf{E}=0,\quad j=\hat{\sigma}\mathbf{E},$$

описывающим распределение полей и токов. На границе разнородных сред выполняются обычные условия непрерывности нормальной к границе компоненты тока и касательной компоненты электрического поля.

Задача о распределении полей и токов в области неоднородного включения сферической формы в случае, когда проводимость основной фазы — скалярная величина σ_1, а проводимость неоднородностей — тензорная величина $\hat{\sigma}_2$, имеет точное решение.

Для решения задачи, согласно системе уравнений, удобно ввести электрические потенциалы $\varphi_{1,2}(\mathbf{E}_{1,2} = -\nabla\varphi_{1,2})$. Индексами 1 и 2 здесь и ниже фиксируются все физические константы основной фазы и неоднородностей соответственно.

Когда на бесконечности задано однородное электрическое поле $\mathbf{E}_1(\infty)$, то общее решение задачи для сферы радиуса R, помещенной в начале координат, имеет вид

$$\varphi_1 = -\mathbf{E}_1(\infty)\cdot\mathbf{r} + (\mathbf{A}\cdot\mathbf{r})/r^3, \quad \varphi_2 = \mathbf{B}\cdot\mathbf{r},$$

где $\mathbf{A}$ и $\mathbf{B}$ — постоянные, определяемые из граничных условий.

Приведем необходимые в дальнейшем для определения тензора эффективной проводимости выражения электрического поля $\mathbf{E}_2$ и тока $\mathbf{j}_2$ в области неоднородности

$$j_{2x} = \frac{3\sigma_2}{(\sigma_2 + 2\sigma_1)(1 + \operatorname{tg}^2 \pi\varepsilon)}(j_{1x}(\infty) - \operatorname{tg}\pi\varepsilon j_{1y}(\infty)), \tag{1}$$

$$j_{2y} = \frac{3\sigma_2}{(\sigma_2 + 2\sigma_1)(1 + \operatorname{tg}^2 \pi\varepsilon)}(\operatorname{tg}\pi\varepsilon j_{1x}(\infty) + j_{1y}(\infty)),$$

$$j_{2z} = \frac{3\sigma_2}{\sigma_2 + 2\sigma_1} j_{1z}(\infty), \quad \mathbf{j}_2 = \hat{\sigma}_2\mathbf{E}_2, \quad \mathbf{j}_1 = \sigma_1\mathbf{E}_1.$$

Приведенный холловский угол $\pi\varepsilon$ определяется выражением

$$\pi\varepsilon = \operatorname{arctg}\,[2\beta_2\sigma_1/(\sigma_2 + 2\sigma_1)]$$

и представляет собой величину угла между компонентами токов j_{2x}, j_{2y} ($\pi\varepsilon = \operatorname{arctg} j_{2y}/j_{2x}$) в случае, когда на бесконечности задано поле $\mathbf{E}_1(\infty)$ вида

$$E_{1x} = E_{1x}(\infty), \quad E_{1y} = 0, \quad E_{1z} = 0 \text{ при } r \to \infty.$$

Постоянная $\mathbf{A}$, необходимая для определения поля вне включения имеет вид

$$A = R^3(\mathbf{E}_1(\infty) - \mathbf{E}_2).$$

Найденное распределение полей и токов (1) позволяет определить тензор эффективной проводимости $\hat{\sigma}_{eff}$, связывающий усредненные по объему напряженность электрического поля $\mathbf{E}_{eff}$ и плотность электрического тока $\mathbf{I}_{eff}$

$$\mathbf{I}_{eff} = \hat{\sigma}_{eff}\mathbf{E}_{eff}.$$

Рассматривая интеграл усреднения по объему

$$\frac{1}{V}\int (\mathbf{j} - \sigma_1\mathbf{E})\, dV = \mathbf{I}_{eff} - \sigma_1\mathbf{E}_{eff}$$

и учитывая, что по отношению к включениям в среде на бесконечности задано поле, равное эффективному, приходим к выражению для тензора эффективной проводимости

$$(2)\qquad \hat{\sigma}_{eff} = \sigma_1\delta_{ik} + 3c\sigma_1 \begin{pmatrix} \dfrac{\Delta - \frac{1}{2}\operatorname{tg}^2\pi\varepsilon}{1+\operatorname{tg}^2\pi\varepsilon}, & -\dfrac{3}{2}\dfrac{\operatorname{tg}\pi\varepsilon}{1+\operatorname{tg}^2\pi\varepsilon}\dfrac{1}{1+2\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}, & 0 \\ \dfrac{3}{2}\dfrac{\operatorname{tg}\pi\varepsilon}{1+\operatorname{tg}^2\pi\varepsilon}\dfrac{1}{1+2\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}, & \dfrac{\Delta - \frac{1}{2}\operatorname{tg}^2\pi\varepsilon}{1+\operatorname{tg}^2\pi\varepsilon}, & 0 \\ 0, & 0, & \Delta \end{pmatrix},$$

где $(\sigma_2 - \sigma_1)/(\sigma_2 + 2\sigma_1)\left(-\frac{1}{2} \leqslant \Delta \leqslant 1\right)$ — относительная флуктуация проводимости; c — концентрация включений; δ_{ik} — символ Кронекера.

Представляет интерес определение пределов применимости формулы (2) в зависимости от величины c. В общем случае это не удается сделать, однако, согласно результатам работы [1], $c < 0{,}25$ для компоненты тензора (2) вдоль магнитного поля (и тем более для компонент поперек магнитного поля).

Из выражения (2) видно, что в магнитном поле эффективная проводимость среды в целом из-за анизотропии проводимости неоднородностей становится тензорной даже при малой концентрации включений.

Для анализа (2) удобно рассмотреть дополнительный член $\hat{\sigma}_д = \hat{\sigma}_{eff} - \sigma_1\delta_{ik}$, который содержит компоненту $\sigma_{д\|} = 3c\sigma_1\Delta$, не зависящую от магнитного поля, и компоненты, являющиеся функциями магнитного поля. Для $\hat{\sigma}_д$ в плоскости, нормальной к $\mathbf{H}$, можно ввести эффективную проводимость $\sigma_{дe}$ и эффективный параметр Холла $\beta_{дe}$

$$\sigma_{дe} = 3c\sigma_1\left(\Delta - \frac{1}{2}\operatorname{tg}^2\pi\varepsilon\right)\left(1+\beta_{дe}^2\right)/(1+\operatorname{tg}^2\pi\varepsilon),$$

$$\beta_{дe} = \frac{3}{2}\operatorname{tg}\pi\varepsilon\Bigg/\left(\left(\Delta - \frac{1}{2}\operatorname{tg}^2\pi\varepsilon\right)\left(1+2\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)\right).$$

Связанный с $\sigma_{дe}$ и $\beta_{дe}$ «дополнительный» ток во включении определяется соотношениями:

$$\mathbf{I}_д = \sigma_д\mathbf{E}_1(\infty);\quad \sigma_д = \sigma_{дe}/(1 - i\beta_{дe});$$

$$\mathbf{I}_д = I_{дx} + iI_{дy};\quad \mathbf{E}_1(\infty) = E_{1x}(\infty) + iE_{1y}(\infty);\quad i^2 = -1.$$

В сильном магнитном поле ($\beta_2 \gg 1$) асимптотики поля и тока имеют вид

$$(3)\qquad E_{2x} = \frac{3}{2}E_{1x}(\infty),\ E_{2y} = \frac{3}{2}E_{1y}(\infty),\ E_{2z} = \frac{3\sigma_1}{\sigma_2 + 2\sigma_1}E_{1z}(\infty),$$

$$j_{2x} = -\frac{3}{2}\frac{\sigma_2}{\beta_2}E_{1y}(\infty),\ j_{2y} = \frac{3}{2}\frac{\sigma_2}{\beta_2}E_{1x}(\infty),\ j_{2z} = \frac{3\sigma_1\sigma_2}{\sigma_2 + 2\sigma_1}E_{1z}(\infty),$$

а тензор эффективной проводимости (2) (сохранены члены порядка $O\left(\frac{1}{\beta_2}\right)$) есть

$$(4)\qquad \hat{\sigma}_{eff} = \sigma_1\delta_{ik} - \frac{3}{2}c\sigma_1\begin{pmatrix} 1, & \frac{3}{2}\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\frac{1}{\beta_2}, & 0 \\ -\frac{3}{2}\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\frac{1}{\beta_2}, & 1, & 0 \\ 0, & 0, & 2\Delta \end{pmatrix}.$$

Из выражений (3), (4) видно, что в сильном магнитном поле в направлении, перпендикулярном **H**, изотропная среда с анизотропными включениями сферической формы обладает аномальным свойством — включения с произвольной проводимостью оказывают такое же влияние, как и слабопроводящие ($\sigma_2 \ll \sigma_1$) в отсутствие магнитного поля. Аналогичная ситуация имеет место в двумерной модели с круговыми неоднородностями [2].

В рассматриваемой задаче $\beta_{де}$ уменьшается с ростом магнитного поля

$$\beta_{де}=3\sigma_2/2\sigma_1\beta_2,$$

а параметр $\sigma_{де}$ выходит на насыщение по $\beta_3\left(\sigma_{де} = -\frac{3}{2}c\sigma_1\right)$. В направлении магнитного поля эффект анизотропии не проявляется. Среда в этом направлении описывается как изотропная с изотропными неоднородностями [3].

Поступила 8 XII 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. **Попов В. И.** Об обобщенной проводимости гетерогенных систем.— «Магнитная гидродинамика», 1970, № 2, с. 137.
2. **Емец Ю. П.** О проводимости среды с неоднородными включениями в магнитном поле.— ЖТФ, 1974, т. 44, с. 916.
3. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Электродинамика сплошных сред. М., Физматгиз, 1959.

УДК 537+536.2

ОБ АНИЗОТРОПИИ ЭЛЕКТРО- И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ТРЕЩИНОВАТОЙ СРЕДЫ

М. Л. Качанов

(*Ленинград*)

Известно, что трещиноватость может вызывать анизотропию электро- и теплопроводящих свойств среды. Обширные экспериментальные данные, относящиеся к электропроводности горных пород, приведены в работе [1], согласно этим данным, сопротивление среды с упорядоченным расположением трещин заметно зависит от направления, вдоль которого оно измеряется; по результатам измерений может быть построен эллипсоид анизотропии сопротивления. При этом наблюдается отчетливая корреляция между ориентациями экстремумов электросопротивления и ориентировкой систем трещин. Сопоставление «роз направлений» изоом и «роз направлений» трещиноватости, проведенное для различных районов, показало их идентичность.

В работах [2, 3] был введен тензор плотности трещин T_α, описывающий осредненную (по некоторому объему) геометрию трещиноватости. В данной работе показывается, что тензор T_α может быть эффективно использован в задачах анизотропной электро- и теплопроводности. Тензоры удельной электропроводности σ и коэффициентов теплопроводности K, характеризующие анизотропию электро- и теплопроводящих свойств, выражаются через T_α. Устанавливается структура этой связи; приведенные формулы позволяют найти вид тензоров σ и K, если известны параметры трещиноватости.

Геометрия трещиноватости в теле, содержащем N трещин [2, 3], полностью описывается δ-образным полем двухвалентного симметричного тензора

$$T'_\alpha = \sum_{i=1}^{N} b_i \mathbf{n}_i \mathbf{n}_i \delta(S_i),$$