

О ВРЕМЕНИ СУЩЕСТВОВАНИЯ УЗКОГО КАНАЛА В ЖИДКОЙ ФАЗЕ

*И. В. Зуев, Н. Н. Раров, Н. Н. Рыкалин,
А. А. Углов*

(Москва)

Рассмотрена задача об определении времени существования узкого канала в жидкой фазе, схлопывающегося под действием гравитационных и капиллярных сил.

Получены расчетные соотношения, связывающие время существования канала до его схлопывания со свойствами жидкой фазы и параметрами канала. Выполнено сравнение расчетов с опытными данными по воздействию сфокусированного пучка электронов высокой удельной мощности на жидкую и твердую фазы.

Действие концентрированных источников тепла, таких как электронный или лазерный лучи, на конденсированные среды может приводить в определенных условиях к образованию узкого канала малого диаметра порядка десятых долей миллиметра. Стенки канала, как правило, находятся в жидком состоянии и удерживаются в равновесии давлением отдачи паров и действием струи пара при испарении вещества со дна канала. Некоторое время узкий канал может находиться в динамическом равновесии, но после прекращения действия источника тепла он начинает схлопываться.

К числу задач, в которых процесс схлопывания канала представляет интерес для анализа динамики явления, относится задача об образовании глубоких проплавлений в металлах при электронно-лучевом воздействии [1, 2]. Аналогичные задачи возникают при воздействии сфокусированного луча лазера на конденсированные материалы, а также при моделировании подобных явлений с помощью воздействия газовых струй малого диаметра на поверхность жидкости. В работе [3] экспериментально с помощью скоростной киносъемки изучалось образование узких полостей в масле ВКЖ-94 при импульсном и непрерывном действии электронного луча. Задача о схлопывании сферической полости, внезапно образованной в жидкости, рассматривалась Рэлеем [4]. Задача о схлопывании узкого канала, по-видимому, детально не рассмотрена.

В данной работе рассматривается гидродинамическая задача о движении несжимаемой жидкой фазы при схлопывании узкого канала. Жидкой фазой может быть, например, расплавленный металл. Здесь не рассматривается механизм образования канала.

Задача формулируется следующим образом. Пусть имеется цилиндрический объем несжимаемой жидкости V , в котором мгновенно образуется цилиндрический канал радиусом R_0 и глубиной H_0 . Требуется определить время заполнения канала жидкостью.

Уравнения Навье — Стокса, неразрывности и сохранения массы в цилиндрической системе координат при осевой симметрии (независимость от угла φ) имеют вид

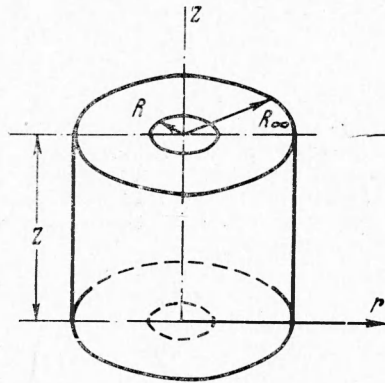
$$(1) \quad \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) = K_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r v_r}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right]$$

$$(2) \quad \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = K_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left[\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right]$$

$$(3) \quad \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

$$(4) \quad \iiint_V dV = V_0 = \text{const}$$

Здесь ρ — плотность; v_r и v_z — радиальная и осевая компоненты скорости жидкости соответственно; K_r и K_z — радиальная и осевая составляющие объемной силы, действующей на жидкость; μ — динамическая вязкость.



Фиг. 1

Сделаем упрощающие предположения и рассмотрим решения отдельных задач для частных случаев. Эти приближения заключаются в том, что сначала фиксируются верхняя и нижняя границы жидкости (сжатие канала), рассматривается случай фиксированной боковой границы (оседание жидкости) и затекание канала (радиальным движением жидкой фазы пренебрегается).

Рассмотрим случай, когда верхняя и нижняя границы (фиг. 1.) фиксированы, т. е. перераспределение объема идет за счет изменения боковых границ $R_i =$

$= R_i(t)$ ($i = 1, 2$). При этом величины, зависящие от z , выпадают из уравнений и система (1)–(3) принимает вид

$$(5) \quad \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} \right) - \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial r v_r}{\partial r} \right) \right] = - \frac{\partial P}{\partial r}$$

$$(6) \quad \partial r v_r / \partial r = 0$$

Граничные и начальные условия записывают в виде

$$(7) \quad \tau_{rr} = -P + 2\mu \partial v_r / \partial r = \pm \sigma_i / R_i \text{ при } r = R_i(t)$$

Здесь знак плюс относится к $i = 1$, а минус — к $i = 2$.

$$(8) \quad R_2^2(t) - R_1^2(t) = R^{*2} - R_0^2, \quad R^* \equiv R_2(0), \quad R_0 = R_1(0) \\ v_r = 0 \text{ при } t = 0$$

Из (6) получаем $v_r = r^{-1} f(t)$, где r — текущая координата ($R_1(t) \leq r \leq R_2(t)$). Интегрируя (5) по r от R_1 до R_2 , имеем

$$(9) \quad \ln \frac{R_2(t)}{R_1(t)} \frac{\partial f(t)}{\partial t} + \left(2vf - \frac{f^2}{2} \right) \left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} \right) + \frac{\sigma}{\rho} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 0$$

Переходя к новым безразмерным переменным по формулам

$$a = \left(\frac{R^{*2}}{R_0^2} - 1 \right), \quad b = \frac{\sigma R_0}{\rho v^2}, \quad \vartheta = \frac{vt}{R_0^2}, \quad \xi = \frac{R^2(t)}{R_0^2}, \quad \psi(t) = \frac{f(t)}{v}$$

где $v = \mu / \rho$, преобразуем систему уравнений (7)–(9) к виду

$$(10) \quad \ln \left(1 + \frac{a}{\xi} \right) \frac{d\psi}{d\vartheta} + \frac{\psi(4-\psi)a}{\xi(\xi+a)} + 2b \left(\frac{1}{V\xi} + \frac{1}{V\xi+a} \right) = 0 \\ d\xi / d\vartheta = 2\psi, \quad \psi(0) = 0, \quad \xi(0) = 1$$

Время схлопывания канала находится с помощью соотношения

$$(11) \quad \vartheta = \frac{1}{2} \int_1^0 \frac{d\xi}{\psi(\xi)}$$

где $\psi(\xi)$ определяется из решения дифференциального уравнения

$$(12) \quad 2\psi \ln \left(1 + \frac{a}{\xi} \right) \frac{d\psi}{d\xi} + \frac{\psi(4-\psi)a}{\xi(\xi+a)} + 2b \left(\frac{1}{\sqrt{\xi}} + \frac{1}{\sqrt{\xi+a}} \right) = 0$$

$$\psi = 0 \quad \text{при } \xi = 1$$

Так как решение уравнения (12) в общем виде найти не удастся, рассмотрим некоторые частные случаи. В [5] приведено решение при $b = 0$. Пренебрегая вязкостью, из (11), (12) после преобразований получим

$$(13) \quad \tau = \frac{1}{4} \sqrt{\rho R_0^3 / \sigma} \int_0^1 \left[\frac{\ln(1+a/\xi)}{1 + \sqrt{a+1} - \sqrt{\xi} - \sqrt{a+\xi}} \right]^{1/2} d\xi$$

При $\xi \ll a$ (узкий канал) имеем

$$(14) \quad \tau = \sqrt{\rho R_0^3 / \sigma} \int_0^1 \left[\frac{\ln R^*/R_0 - \ln x}{1-x} \right]^{1/2} x dx$$

Несобственный интеграл (14) сходится, а его значение лежит в пределах

$$(15) \quad \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{\rho R_0^3 / \sigma}} \ln \frac{R^*}{R_0} < \tau < \frac{4}{3} \sqrt{\rho R_0^3 / \sigma} \left(\ln \frac{R^*}{R_0} + 0.283 \right)$$

Следовательно, для оценки времени схлопывания канала можно пользоваться формулой

$$(16) \quad \tau \approx \sqrt{\rho R_0^3 / \sigma} \ln R^* / R_0$$

Подстановка численных значений $R_0 = 10^{-2}$ см, $\rho = 10$ г/см³, $R^* = 1$ см, $\sigma = 10^3$ дин/см, характерных для узких каналов в расплавах металлов, дает $\tau \approx 0.5$ мсек.

Рассмотрим случай, когда боковая граница фиксирована, а перераспределение объема происходит за счет плоского перемещения верхней границы, т. е. будем считать, что $v_z(r, z, t) = v_z(z, t)$. Из уравнения (4) получим

$$(17) \quad (R^{*2} - R^2)z = (R^{*2} - R_0^2)z_0$$

Дифференцируя (17) по t , имеем

$$(18) \quad 2R \frac{dR}{dt} z = (R^{*2} - R^2) \frac{dz}{dt}$$

или

$$\frac{dz}{dt} = v_z(z, t) = \frac{2Rz v_r(R)}{R^{*2} - R^2}, \quad \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{2R v_r(R)}{R^{*2} - R^2}$$

Подставляя (18) в (3) при условии $v_r = 0$ при $r = R^*$, получаем

$$(19) \quad v_r(r) = -f(t) (R^{*2} - r^2) / r$$

Интегрируя уравнения (1) по r от R до R^* и (2) по z от 0 до h с учетом (18) и (19), получаем систему обыкновенных уравнений

$$(20) \quad \frac{df}{dt} \left[R^{*2} \ln \frac{R^*}{R} - \frac{1}{2} (R^{*2} - R^2) \right] + \frac{1}{2} f^2 (R^{*2} - R^2) / R^2 = \\ = \frac{1}{\rho} [P(R^*) - P(R)]$$

$$\sigma_{rr} = -p + 2\mu \partial v_r / \partial r \quad \text{при } r = R^* \text{ и } R \\ dR / dt = -f(t) (R^{*2} - R^2) / R, \quad f(0) = 0$$

$$(21) \quad \frac{df}{dt} - 2f^2 = \frac{g}{h} + \frac{1}{\rho h^2} [P(h) - P(0)]$$

$$\sigma_{zz} = -P + 2\mu \partial v_z / \partial z = 0 \quad \text{при } z = 0, \quad h \\ dh / dt = v_z|_{z=h} = -2f(t)h, \quad f(0) = 0$$

Системы уравнений (20) и (21) получились независимыми из-за принятого условия $v_z(r, z, t) = v_z(z, t)$, которое привело к независимости v_r и $\partial v_z / \partial z$ от z . Физически это означает, что опускание верхней границы жидкости как плоскости возможно лишь в случае независимости друг от друга сил, действующих на жидкость в двух взаимно перпендикулярных направлениях (по r и z). Связь между v_r и v_z осуществляется только через уравнение неразрывности (3) и его аналог — закон сохранения массы (4).

Рассматриваемый случай распадается на два: а) система (20) соответствует заполнению канала за счет капиллярных сил при отсутствии силы тяжести, б) система (21) соответствует заполнению канала за счет опускания жидкости при фактическом отсутствии капиллярных сил.

Рассмотрим случай а). Из (20) следует:

$$(22) \quad -\frac{df^2}{dR} \left[R^{*2} \ln \frac{R^*}{R} - \frac{1}{2} (R^{*2} - R^2) \right] + f^2 \frac{R^{*2} - R^2}{R} - \frac{4\nu}{R} f = \frac{\sigma}{\rho R^* (R^* - R)} \\ f(R_0) = 0$$

Время заполнения канала находится при помощи соотношения

$$(23) \quad \tau = \int_0^{R_0} \frac{R dR}{(R^{*2} - R^2) f(R)}$$

где $f(R)$ — решение уравнения (22). При $\nu = 0$

$$f^2(R) = \frac{\sigma}{\rho R^*} \ln \frac{R^* - R}{R^* - R_0} / \left[R^{*2} \ln \frac{R^*}{R} - \frac{1}{2} (R^{*2} - R^2) \right]$$

Для узких каналов ($R^2 \ll R^{*2}$) время заполнения канала находится в явном виде

$$(24) \quad \tau_\sigma = \tau_0 \int_0^1 \left[\frac{B - \ln x}{1 - x} \right]^{1/2} x dx \\ \tau_0 = \left[\frac{\rho R_0^3}{\sigma} \left(1 - \frac{R_0}{R^*} \right) \right]^{1/2}, \quad B = \ln \frac{R^*}{R_0} - \frac{1}{2}$$

Уравнение (24) аналогично уравнению (14), поэтому

$$(25) \quad {}^{4/3} B \tau_0 < \tau_\sigma < \tau_0 {}^{4/3} \sqrt{2} (B + {}^{5/3} - 2 \ln 2)$$

Сравнение формул (15) и (25) показывает, что порядок времени заполнения канала τ в первом случае и в случае а) одинаков и зависит от параметра $(\rho R_0^3 / \sigma)^{1/2} \ln(R^* / R_0)$.

Для случая б) из (21) следует:

$$(26) \quad \frac{df^2}{dh} + \frac{2}{h} f^2 = -\frac{g}{h^3} \quad \text{при } f(h)|_{h=h_0} = 0$$

Время заполнения канала по аналогии с (23) определяется соотношением

$$(27) \quad \tau_g = \int_{h_0}^{h(0)} \frac{dh}{-2f(h)h}, \quad h(R) = h_0 \frac{R^{*2} - R_0^2}{R^{*2} - R^2}$$

Решение (26) и (27) дает

$$(28) \quad f(h) = \frac{[g(h_0 - h)]^{1/2}}{h}, \quad \tau_g = \frac{R_0}{R^*} \sqrt{\frac{h_0}{g}}$$

Подставляя значения $R_0 = 10^{-2}$ см, $R^* = 1$ см, $h_0 = 1$ см в соотношение (28), получим $\tau_g \approx 0.3$ мсек. Хотя структура формул, определяющих время затекания канала τ под действием капиллярных и гравитационных сил различна, численные оценки для типичных случаев узких каналов показывают, что соотношения (25) и (28) дают величины одного порядка.

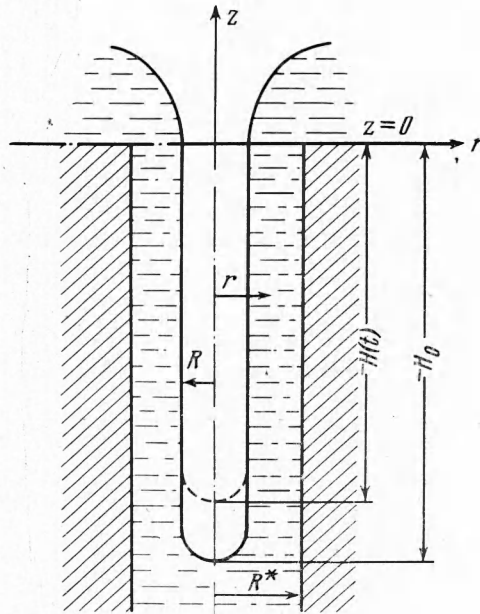
Приближенно результирующее время затекания канала с учетом одно-временного действия капиллярных и гравитационных сил может быть найдено с помощью соотношения

$$(29) \quad \tau^{-1} \cong \tau_g^{-1} + \tau_\delta^{-1}$$

Проведенный анализ показывает, что различие в моделях схлопывания канала не приводит к существенной количественной разнице.

Рассмотрим задачу о затекании узкого (узким будем называть канал, диаметр которого не превышает величины капиллярной постоянной $a_k = (2\sigma / \rho g)^{1/2}$, в частности для воды $a_k = 0.122$ см, для расплавов металлов $a_k \sim 0.5$ см) канала в жидкости под действием силы тяжести и градиента давления (фиг. 2). Затягивание канала в радиальном направлении за счет капиллярных сил не учитываем.

Уравнение Навье — Стокса имеет вид



Фиг. 2

$$(30) \quad \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) - \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) = -\rho g - \frac{\partial P}{\partial z}$$

Поскольку движение в радиальном направлении не учитываем, то v_z не зависит от z , как это следует из уравнения неразрывности, т. е.

$v_z = f(t)$. Уравнение (30) принимает вид

$$(31) \quad \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} - \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = -\rho g - \frac{\partial P}{\partial z}$$

При стекании жидкости по стенкам канала его заполнение происходит снизу. Ввиду сложности движения жидкости в областях $z < -H(t)$ и $z > 0$ (фиг. 2) будем рассматривать движение только к области $0 > z > -H(t)$, а время заполнения канала найдем из условия сохранения массы. Пренебрегая размерами участка $-H(t) + R > z > -H(t)$ ввиду его малости для узкого канала и учитывая, что радиальные движения в области $0 > z > -H(z)$ отсутствуют, а $v_z = v_z(r, t)$, можно считать, что давление внутри жидкости не зависит от r . В этом случае из условия на свободной границе

$$\tau_{zz} = -P + 2\mu \partial v_z / \partial z = \sigma / R$$

при $z = -H(t)$ получим $P(-H) = -\sigma / R$. Аналогично находим $P(0) = \sigma / R^*$, где R — радиус канала в нижней его части, а R^* — средний радиус жидкости в верхней части.

Интегрируя уравнение (31) по z от 0 до $-H$, получаем

$$(32) \quad \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} - \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = -\rho g - \frac{\sigma}{H(t)} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R^*} \right)$$

Следовательно, направление воздействия капиллярных сил совпадает с направлением действия гравитационных сил и действуют таким же образом, как если бы это были объемные силы с градиентом давления

$$\partial P / \partial z = (1/R^* + 1/R)\sigma / H(t)$$

Так как закон сохранения массы (4) имеет вид

$$(33) \quad \int_0^{2\pi} \int_R^{R^*} \int_0^t v_z r dr d\varphi dt = \pi R^2 [H(t) - H_0]$$

то уравнения, описывающие движение жидкости, представляются следующим образом:

$$(34) \quad 2 \int_R^{R^*} \int_0^t v_z(r, t) r dr dt = R^2 [H(t) - H_0]$$

$$(35) \quad \rho \frac{\partial v_z}{\partial t} - \mu \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) = -\rho g \left[1 + \frac{\sigma}{\rho g H(t)} \left(\frac{1}{R^*} + \frac{1}{R} \right) \right]$$

Система уравнений (34), (35) определяет закон изменения $H = H(t)$, зная который, из условия $H = 0$ при $t = \tau$ найдем время заполнения канала τ .

Уравнение (35) в общем случае не имеет решения, но его можно решить в двух предельных случаях: большой вязкости жидкости и малой.

При малых числах Рейнольдса Re основную роль играет вязкий член и инерционным членом можно пренебречь. Тогда из (32) получим

$$(36) \quad \frac{\partial^2 v_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{\rho g}{\mu} \left[1 + \frac{\sigma}{\rho g H} \left(\frac{1}{R^*} + \frac{1}{R} \right) \right] = F_1(t)$$

Отсюда

$$(37) \quad v_z(r, t) = 1/4 (R^{*2} - r^2) F_1(t)$$

Подставляя (37) в (33) и интегрируя по r , получим

$$(38) \quad \int_0^t F_1(t) dt = \frac{8R^2}{(R^{*2} - R^2)^2} [H - H(t)]$$

Дифференцируя (38) по t и подставляя значение $F_1(t)$, имеем

$$(39) \quad \frac{\rho g}{\mu} \left[1 + \frac{\sigma}{\rho g H} \left(\frac{1}{R^*} + \frac{1}{R} \right) \right] = - \frac{8R^2}{(R^{*2} - R^2)^2} \frac{dH}{dt}$$

Тогда

$$(40) \quad \frac{dH}{dt} + \frac{\sigma(R^{*2} - R^2)}{8\mu R^2} \left(\frac{1}{R^*} + \frac{1}{R} \right) \frac{1}{H} + \frac{\rho g (R^{*2} - R^2)^2}{8\mu R^2} = 0$$

при $t = 0, H = H_0$

Решение уравнения (40) имеет вид

$$(41) \quad \beta t = H_0 - H(t) + \frac{\alpha}{\beta} \ln \frac{\alpha + \beta H(t)}{\alpha + \beta H_0}$$

$$\alpha = \frac{\sigma(R^{*2} - R^2)^2}{8\mu R^2} P^*, \quad \beta = \frac{\rho g (R^{*2} - R^2)^2}{8\mu R^2}$$

$$P^* = (1/R^* + 1/R), \quad \alpha/\beta = P^* \sigma / \rho g$$

Из (41) при $t = \tau, H(\tau) = 0$ имеем

$$(42) \quad \tau = \frac{8\mu R^2}{\rho g (R^{*2} - R^2)^2} \left[H_0 - \frac{\sigma}{\rho g} P^* \ln \left(1 + \frac{\rho g}{\sigma} \frac{H_0}{P^*} \right) \right]$$

В (42) первое слагаемое учитывает затекание только под действием гравитационных сил

$$(43) \quad \tau_g = 8\mu R^2 H_0 / \rho g (R^{*2} - R^2)^2$$

Второе слагаемое учитывает уменьшение времени затекания за счет капиллярных сил. Выполним численную оценку. Для узкого канала в расплаве металла ($\sigma = 10^3$ дн/см, $\mu = 5 \cdot 10^{-2}$ пз, $\rho = 10$ г/см³, $a^2 = \sigma / \rho g = 0.1$ см², $\mu / \rho g = 5 \cdot 10^{-6}$ см·сек) при $R = 10^{-2}$ см и $R^* = 0.1$ см получаем $\tau_g \approx 0.1$ мсек. Поскольку вязкость может сильно сказаться на характере движения жидкости только при малых числах Re, характерный размер R^* должен быть малым. Полное время затекания с учетом капиллярных сил $\tau \approx 0.01$ мсек, т. е. еще на порядок меньше. Это время занижено, так как не учитывает начального разгона, обусловленного выходом скорости заполнения канала на стационарное значение.

Учтем начальную стадию выхода скорости на стационарное значение, оставив инерционный член и не учитывая вязкость. Это приближение соответствует второму предельному случаю, когда вязкость может считаться малой.

Уравнения для скорости имеют вид

$$(44) \quad \frac{\partial v_z}{\partial t} = g \left[1 + \frac{\sigma}{\rho g H} P^* \right] = F_2(t)$$

$$(45) \quad 2 \int_R^{R^*} \int_0^t v_z(r, t) r dr dt = R^2 (H - H_0)$$

Не учитывая вязкости, невозможно удовлетворить граничное условие $v = 0$ при $r = R^*$. Но для достаточно большого R^* пограничный слой будет тонок и при малых временах им можно пренебречь.

Поскольку $v_z(r) = \text{const}$, из (45) получим

$$(46) \quad \int_0^t v_z(t) dt = \frac{R^2}{(R^{*2} - R^2)} [H_0 - H(t)]$$

$$(47) \quad \frac{\partial v_z}{\partial t} = g \left[1 + \frac{\sigma P^*}{\rho g H(t)} \right] = F_2(t)$$

Отсюда получим уравнение для $H(t)$

$$(48) \quad \frac{d^2 H}{dt^2} + \frac{\alpha_1}{H} + \beta_1 = 0$$

$$\alpha_1 = \frac{\sigma(R^{*2} - R^2)}{\rho R^2} P^*, \quad \beta_1 = \frac{g(R^{*2} - R^2)}{R^2}$$

Первый интеграл уравнения (48) имеет вид

$$(49) \quad dH / dt = -[2\beta_1 (H_0 - H) - 2\alpha_1 \ln (H / H_0)]^{1/2}$$

Следовательно

$$(50) \quad \tau = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{H_0} [\beta_1 (H_0 - H) - \alpha_1 \ln (H / H_0)]^{-1/2} dH$$

Без учета ускоряющих капиллярных сил получим

$$(51) \quad \tau_g = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{H_0} \frac{dH}{\sqrt{\beta_1 (H_0 - H)}} = \sqrt{\frac{2R^2 H_0}{g(R^{*2} - R^2)}} \approx \frac{R}{R^*} \sqrt{\frac{2H_0}{g}}$$

Выполним численные оценки. Пусть $H = 2.5$ см, $R = 10^{-2}$ см. Тогда для расплава металла $\tau \cong 0.7$ мсек при $R^* = 1$ см и $\tau \cong 7$ мсек при $R^* = 0.1$ см. В общем случае соотношение (50) можно записать в виде

$$(52) \quad \tau = \frac{H_0}{\sqrt{2\alpha_1}} \int_0^1 \frac{dU}{\sqrt{\gamma(1-U) - \ln U}}, \quad \gamma = \frac{\beta_1}{\alpha_1} H_0 = \frac{\sigma^2}{\sigma P^*} H_0$$

Найдем τ_σ без учета гравитационных сил. В этом случае (52) имеет вид

$$\sqrt{2\alpha_1} \tau_\sigma = H_0 \int_0^1 \frac{dU}{\sqrt{-\ln U}} = 2H_0 \int_0^\infty \exp(-v^2) dv = H_0 \sqrt{\pi}$$

Поэтому

$$(53) \quad \tau_\sigma = H_0 \sqrt{\frac{\pi \rho R^2}{2\sigma(R^{*2} - R^2) P^*}} \approx H_0 \frac{R}{R^*} \sqrt{\frac{\pi \rho R}{2\sigma}}$$

При $H = 2.6$ см, $\rho = 10$ г/см³, $\sigma = 10^3$ дн/см, $R = 10^{-2}$ см, $R^* = 1$ см имеем $\tau_\sigma \approx 0.31$ мсек, при $R^* = 0.1$ см, $\tau_\sigma \approx 3.1$ мсек.

Результирующее время затекания канала с учетом гравитационных и капиллярных сил определим с помощью соотношения (29). Подставляя численные значения из вышеприведенного примера, получим $\tau \approx 0.21$ мсек.

При оценке τ_s не учитывались эффекты, связанные с наличием пограничного слоя. Толщина пограничного слоя $\delta \approx 4\sqrt{\nu t}$ [6]. Подставляя численные значения, получим $\delta \approx 3 \cdot 10^{-3}$ см. В соответствии с [6] при $(\nu t / R^2) < 5 \cdot 10^{-3}$ толщина пограничного слоя меньше $0.1 R$ и в остальной области скорость не зависит от r , что позволяет с достаточной точностью использовать соотношения (51)–(53) для оценки соответствующих времен.

Рассмотрим, в какой степени полученные качественные оценки согласуются с опытными данными. Согласно [3] время существования канала в масле ВКЖ-94, на которое действовал сфокусированный пучок электронов, $\sim 5 \cdot 10^{-2}$ сек. По оценкам данной работы увеличение времени существования канала в масле по сравнению с расплавом металла связано с уменьшением поверхностного натяжения. Численные оценки при подстановке соответствующих значений в соотношение для времени схлопывания не приводят к удовлетворительному согласию с опытными данными работы [3] в пределах порядка величины. Возможная причина этого заключается в неучете тепловых явлений, сопутствующих гидродинамическим. Характерное время тепловой релаксации $\tau_h \sim R^2 / a_t$, где a_t — коэффициент температуропроводности. При $R = 10^{-2}$ см, $a_t = 0.1$ см²/сек $\tau_h \sim 10^{-3}$ сек, т. е. одного порядка со временем схлопывания канала. Поэтому внутрь канала возможно поступление пара, что увеличивает время схлопывания по сравнению с чисто гидродинамическим случаем. Увеличение времени схлопывания также может быть связано с выделением энергии в конечной стадии процесса, которое в данной работе не рассматривалось.

Поступила 13 VII 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Шварц Х. Механизм проникновения электронных пучков высокой плотности в металл. В сб. «Электронно - и ионнолучевая технология», М., «Металлургия», 1968, 87.
2. Зуев И. В., Рыкалин Н. Н., Углов А. А. О кинжальном проплавлении металлов электронным лучом. Физика и химия обработки материалов, 1968, № 5.
3. Вольфсон Л. Ю., Кабанов А. Н., Кафафов А. А., Кушнир Ю. М., Чернова-Столярова Е. Е. О поведении интенсивного пучка электронов в жидкости. Физика и химия обработки материалов, 1971, № 5.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Механика сплошных сред. М., Гостехиздат, 1954.
5. Бытев В. О. Неуставившиеся движения вращающегося кольца вязкой несжимаемой жидкости со свободной границей. ПМТФ, 1970, № 3.
6. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., «Наука», 1969.