

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ РАЗРАБОТКИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

---

2024

№ 2

УДК 622.83 : 539.4

МНОГОУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ОТРЫВНОГО РАЗРУШЕНИЯ  
ХРУПКИХ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ СЖАТИИ

В. Н. Одинцов<sup>1</sup>, В. В. Макаров<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем комплексного освоения недр РАН,

E-mail: Odin-VN@yandex.ru, Крюковский тупик, 4, 111020, г. Москва, Россия

<sup>2</sup>Дальневосточный федеральный университет,

E-mail: vlmvv@mail.ru, 690922, г. Владивосток, о. Русский, п. Аякс, 10, Россия

Предложена математическая модель трещины, учитывающая процессы разрыва структурных связей на микроуровне (в масштабе десятков микрон), мезоуровне (в масштабе миллиметров и сантиметров), а также взаимодействие структурных фрагментов на макроуровне (для трещин более десятков сантиметров). В модели использованы два геометрических критерия развития трещины, связанные со структурой породы и определяющие переход с одного масштабного уровня на другой. Решена задача о напряженно-деформированном состоянии упругой среды вблизи трещины при изменении ее длины и масштаба влияния. Оценивается предельно равновесное состояние трещины. Показано, что для трещины мезоуровня такое состояние является неустойчивым, поэтому мезотрещина может развиваться в динамическом режиме и в этом режиме должна прорасти на макроуровень. Достаточно протяженные макротрещины могут расти в режиме квазистатики, поскольку их развитие должно происходить за счет автономного продвижения концов.

*Горные породы, микроструктура, напряженно-деформированное состояние, математическая модель, отрывное разрушение, трещина, устойчивость*

DOI: 10.15372/FTPRPI20240213

EDN: VHZFYQ

---

Проблемы разрушения горных пород в выработках имеют принципиальное значение для безопасности разработки месторождений на больших глубинах, где породы предельно напряжены и их разрушение носит динамический характер. Бóльшей частью разрушение имеет признаки отрыва и проявляется в виде отделения от стенок выработки пластин или слегка искривленных кусков породы, в результате чего изменяется форма сечения выработки. Разрушение отрывом сильно сжатых пород, как и наведенная структура техногенных закрытых трещин, развивающихся вдоль поверхности обнажения пород, труднообъяснимы, и этим вопросам уделяется особое внимание [1 – 7].

Трудности объяснения отрыва при сжатии породы связаны с пониманием причин появления в ней растягивающих напряжений под действием сжимающей нагрузки. Одно из направлений исследований — изучение роли существующих изолированных природных нарушений

в породе и их взаимодействие [8–13]. Теоретические разработки этого вопроса сводятся к моделированию взаимодействия отдельных трещин, что недостаточно для моделирования макроразрушения пород и наведенной структуры макротрещиноватости монолитных пород вблизи стенок горных выработок.

Другое направление исследований основано на положении, что локальные растягивающие напряжения в сжатых породах и бетоне возникают вследствие зернистости структуры. В условиях, близких к одноосному сжатию, множественные структурные неоднородности материала могут порождать у своих границ микротрещины отрыва, развивающиеся вдоль направления действия главной сжимающей нагрузки. В этих исследованиях используются численные методы, с помощью которых рассматриваются процессы деформации и взаимодействия множества зерен и разрушения среды в целом [5, 7, 12–14]. Однако в рамках второго направления необходима разработка модели отрывного макроразрушения, которая отражала бы объединение множества микротрещин в протяженную трещину [5].

Некоторые аспекты такой модели обсуждались в [4, 15], где изучались условия образования отрывных макротрещин вследствие совокупного взаимодействия множества микротрещин проскальзывания. В модели развития макротрещины применялся силовой критерий Г. Ирвина, оперирующий бесконечными напряжениями в кончике трещины, что плохо соответствует реальной природе процессов, происходящих вблизи конца трещины.

В настоящее время новые идеи в понимании механизма образования трещин в материалах с зернистой структурой связываются с представлениями о зоне процесса разрушения (FPZ) вблизи кончика трещины [16–23]. Активно развивающиеся экспериментальные и модельные исследования, использующие концепцию FPZ, дают надежду на разработку адекватного математического аппарата прогноза развития макротрещин отрыва в горных породах. Некоторые из новых идей в изучении трещинообразования использованы в построении математической модели трещины.

### **ПОДХОД К АНАЛИЗУ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН ОТРЫВА В ЗЕРНИСТЫХ МАТЕРИАЛАХ НА ОСНОВЕ КОНЦЕПЦИИ ЗОНЫ ПРОЦЕССА РАЗРУШЕНИЯ**

Зона процесса разрушения понимается как область в окрестности кончика растущей трещины, в которой происходит локальное растрескивание и частичная дезинтеграция материала. Эта зона выявляется в акустических исследованиях в виде области источников сигналов и расположена вблизи конца трещины. Ее размер увеличивается с повышением нагрузки на материал и роста трещины. Согласно [20], по данным акустической эмиссии и цифровой корреляции изображений в образце бетона при его растяжении, протяженность зоны FPZ может превышать несколько миллиметров. В такой зоне на границах зерен образуются микротрещины размером от нескольких до сотен микрон. Энергия, затрачиваемая на разрушение материала, расходуется преимущественно в этой зоне.

Концепция зоны FPZ у кончика трещины при ее развитии в условиях действия внешних напряжений растяжения  $\sigma_t$  можно пояснить следующей упрощенной схемой [24, 25]. Впереди по направлению развития трещины формируется область разрыва структурных связей на контакте отдельных зерен (рис. 1, область I). В ней еще нет сплошной поверхности разрыва связей, но ее условно можно отнести к трещине, поскольку она влияет на ее развитие. В области II образовавшиеся микротрещины сдвигово-отрыва, соединяясь, образуют в совокупности сплошной разрыв по границам зерен — зарождающуюся трещину в направлении,

перпендикулярном направлению действия внешней растягивающей нагрузки. Вследствие особенностей зернистой структуры породы берега неровного разрыва не выходят полностью из зацепления по всей длине, т. е. этот разрыв — часть трещины с взаимодействующими берегами. Наконец, когда расхождение берегов у разрыва-трещины превысит некоторое критическое значение, определяемое размером крупных зерен, берега трещины полностью выходят из зацепления и становятся свободными от внутренних усилий. В этой части трещина становится открытой (область III).

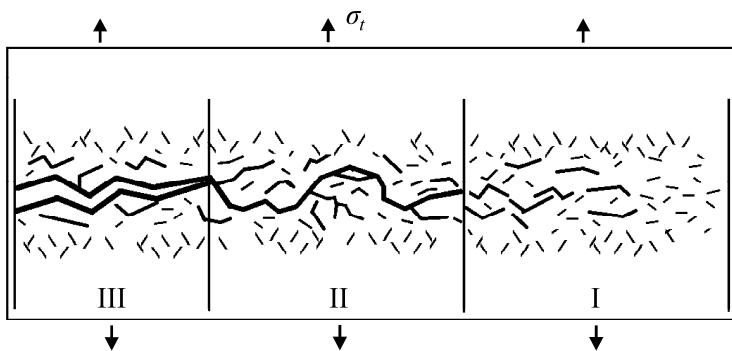


Рис. 1. Схема микроразрушения геоматериала вблизи конца горизонтальной трещины при внешней растягивающей нагрузке

Зона разрушения FPZ включает области I и II. В ней определяющую роль играет взаимодействие границ как отдельных структурных фрагментов, так и их некоторой совокупности. Основные затраты энергии на развитие трещины происходят именно в этой зоне. Учет сил взаимодействия позволяет исключить необходимость рассмотрения гипотетических бесконечных напряжений, какие имеются в модели трещины Гриффитса – Ирвина. Условие предельно равновесного состояния трещины определяется условием критического расхождения берегов разрыва в области II.

Критическое расхождение берегов трещины — объект анализа в моделях трещин Д. Дагдейла и В. Панасюка [26, 27] для однородных материалов, где зона сцепления (зона предразрушения, пластичности) представлена линией конечной длины (в плоском случае) впереди кончика видимой трещины. В отношении математического описания развития трещины при прямом растяжении материала принципиального различия концепций FPZ и Дагдейла – Панасюка нет, однако в отношении понимания механики разрушения различие есть. Согласно концепции FPZ, микротрецинообразование и дезинтеграция происходят в области, имеющей поперечный размер, определяемый микроструктурой материала. Характерный поперечный размер зоны FPZ у трещины при прямом растяжении может составлять несколько диаметров зерен материала.

Поскольку при распространении трещины в области ее конца непрерывно происходит объемное микроразрушение материала, вся трещина в результате своего развития окружается тонким слоем нарушенного материала (рис. 1). Фактически этот слой — область фазового перехода материала из ненарушенного состояния в нарушенное с другими механическими свойствами, что дало основание для привлечения концепции фазового перехода в исследованиях развития трещин [28 – 30]. Это важно для понимания механизма разрушения газоносного угля, когда на берегах трещины наблюдается быстрый переход метана из растворенного состояния в угольном веществе в свободное состояние в трещине.

Концепция зоны разрушения при растяжении породы может использоваться при построении модели развития трещин отрыва в условиях сжатия породы. Новую трактовку концепции FPZ поясним схемой на рис. 2. Факторами различия схем, показанных на рис. 1 и 2, являются направление действия и величина внешней нагрузки. На рис. 2 напряжения нагрузки сжимающие и действуют вдоль трещины. Напряжения сжатия в породе фактически предельные, соответствующие ее прочности. Это выражается в образовании множества локальных разрывов структурных связей во всем объеме породы.

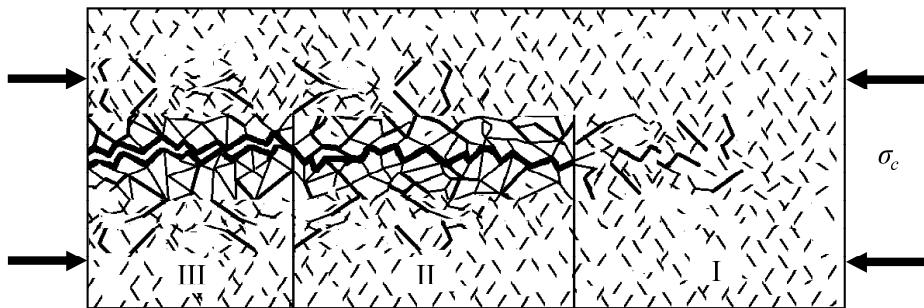


Рис. 2. Микроразрушение породы у кончика трещины отрыва при одноосном сжатии

При нагружении породы в какой-то области активного локального микроразрушения, которая изначально может иметь вероятностную природу, образуются множественные сдвигово-отрывные микротрещины на границах зерен. При дальнейшем нагружении породы часть микротрещин в области I объединяется в более протяженные микротрещины разной ориентации, размер которых варьирует от микрон до сотен микрон. Образование микротрещин в более крупной области способствует локальному перераспределению напряжений и соединению микротрещин, в результате чего формируется область дезинтегрированного материала (область II). Эта область в условиях бокового стеснения представляет собой “мягкое” дилатирующее включение, перераспределяющее вблизи себя напряженное состояние. В результате на условной границе включения появляется внутренняя распирающая нагрузка, действующая нормально направлению действия главной внешней сжимающей нагрузки.

Как и во многих предыдущих моделях трещин отрыва при сжатии [2, 3], появление напряжений, действующих нормально направлению внешней нагрузки, можно отразить введением псевдоусилий, действующих нормально направлению развития трещины. В линейно-упругом приближении напряжение распирания можно линейно связать с внешней нагрузкой, действующей вдоль трещины  $\sigma_c$ .

В анализе процесса развития трещины в области II рассмотрим разрыв, на части которого зададим псевдоусилия, описывающие эффект распирания в области микроразрушения. Область, где действует распирающая нагрузка и имеется неполное расхождение берегов, определим как мезообласть разрыва. С ростом внешней нагрузки протяженность области увеличивается, следовательно увеличивается и расхождение берегов. При критическом расхождении берегов они перестают активно взаимодействовать, распирающая нагрузка исчезает и эта часть мезообласти становится частью видимой макротрещины.

При исчезновении распирающей нагрузки берега разрыва не расходятся произвольно, а пассивно взаимодействуют в виде точечного касания. Вблизи обнажений пород в глубоких выработках наведенные видимые трещины отрыва выглядят закрытыми, без зияния. Макротрещину отрыва при сжатии можно представить разрывом с заданным критическим расхождением берегов в центральной части, которое определяется размером соответствующих крупных зерен.

Математическая модель трещины отрыва при сжатии с учетом трех масштабных уровней (I — микро, II — мезо, III — макро) должна отражать различный механизм деформации и разрушения материала на этих уровнях, что предполагает использование разных граничных условий по напряжениям и смещениям. В качестве критериев перехода с одного уровня на другой целесообразно использовать геометрические критерии соответствующего критического расхождения берегов, поскольку они связаны со структурой геоматериала.

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕДЕЛЬНО РАВНОВЕСНОЙ ТРЕЩИНЫ

Математическая постановка задачи о развитии трещины отрыва при одноосном сжатии, согласно сформулированным положениям, может быть следующей (рис. 3). В условиях плоской деформации в координатах  $(x, 0, y)$  рассмотрим однородную упругую среду с тонким разрезом длиной  $2l$  в плоскости  $y=0$  (на рис. 3 показана половина разреза). Модуль упругости среды обозначим  $E$ , коэффициент Пуассона —  $\nu$ . В горизонтальном направлении действует сжимающая нагрузка  $\sigma_c$  (напряжения на бесконечности), напряжения сжатия считаем отрицательными. На участках разреза  $(-l, -l_c)$ ,  $(l_c, l)$ , т. е. на микромасштабном уровне (I), действуют однородные сжимающие усилия  $-Q$ , соответствующие природной прочности микроструктурных связей материала на разрыв. На самом деле в этой области сплошного разрыва нет, но как и в модели В. Панасюка, включаем ее рассматриваемый разрез с заданием сил сцепления. Эти усилия считаем однородными.

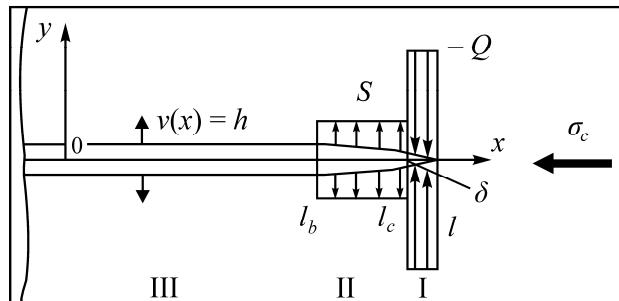


Рис. 3. Схема к постановке задачи

В мезообласти разреза с координатами  $(-l, l_b)$ ,  $(l_b, l)$  задаем расширяющую однородную нагрузку  $S$ , при этом  $S = -\gamma\sigma_0$ , где постоянная  $\gamma$  — параметр модели ( $\gamma > 0$ ). В центральной области разреза с координатами  $(-l_b, l_b)$  задается однородное расхождение берегов, которое обозначим  $h$ . Касательные напряжения всюду в плоскости равны нулю ( $y = 0$ ). Напряжения в точках с координатами  $x = \pm l$  должны быть ограниченными, что обеспечивает плавное смыкание берегов трещины.

Для определения напряжений и смещений можно воспользоваться методом Н. И. Мусхелишвили для плоской задачи теории упругости [31]. Положив  $Q_f = Q + S$ , приближенное решение задачи, в котором для краткости опущены члены, дающие заведомо малый вклад в решение, можно представить формулами:

— распределения напряжений в плоскости  $y = 0$  при  $|x| \geq l$

$$\begin{aligned} \sigma_y(x, 0) \cong S \left[ \frac{\sqrt{x^2 - l_b^2}}{\sqrt{x^2 - l^2}} - 1 \right] - \frac{Q_f}{\sqrt{x^2 - l^2}} (x - \sqrt{x^2 - l^2}) + \frac{2Q_f x}{\pi \sqrt{x^2 - l^2}} \arcsin \frac{l_c}{l} + \\ + \frac{Q_f}{\rho} \left[ \arcsin \frac{l^2 - xl_c}{l(x - l_c)} - \arcsin \frac{l^2 + xl_c}{l(x + l_c)} \right]; \end{aligned} \quad (1)$$

при  $|x| \leq l_b$

$$\sigma_y(x, 0) \cong S \left[ 1 - \frac{\sqrt{x^2 - l_b^2}}{\sqrt{l^2 - x^2}} \right]; \quad (2)$$

— для вертикальных смещений точек среды в плоскости  $y = 0$  при  $b \leq |x| \leq l$

$$\begin{aligned} v(x, 0) \cong \frac{1(1-\nu^2)S}{E} \int_{|x|}^l \frac{\sqrt{t^2 - l_b^2}}{\sqrt{l^2 - t^2}} dt + (1-\nu^2) \frac{Q_f}{\pi E} \left\{ (x - l_c) G(l, x, l_c) - \right. \\ \left. - (x + l_c) G(l, x, -l_c) - 4\sqrt{l^2 - x^2} \arccos \left( \frac{l_c}{l} \right) \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$G(l, x, \xi) = \ln \frac{l^2 - x\xi - \sqrt{(l^2 - x^2)(l^2 - \xi^2)}}{l^2 - x\xi + \sqrt{(l^2 - x^2)(l^2 - \xi^2)}},$$

при  $|x| \leq l_b$  справедливо

$$v(x) = \frac{h}{2}.$$

На рис. 4 в безразмерном виде показано распределение напряжений и смещений в задаче о разрезе. Расчеты проведены при следующих параметрах: прочность на одноосное сжатие  $\sigma_0 = 100$  МПа,  $l_b / l = 0.5$ ,  $l_c / l = 0.9$ ,  $S / \sigma_0 = 0.4$ ,  $Q / \sigma_0 = 1.4$ . Задаваемая нагрузка на участке II сжимающая, поэтому в прилегающей области напряжение  $\sigma_y$  имеет знак “−”. Напряжение в центральной части также имеет знак “−”. Это означает, что берега испытывают давление со стороны друг друга, что является следствием условия заданного постоянного расхождения берегов.

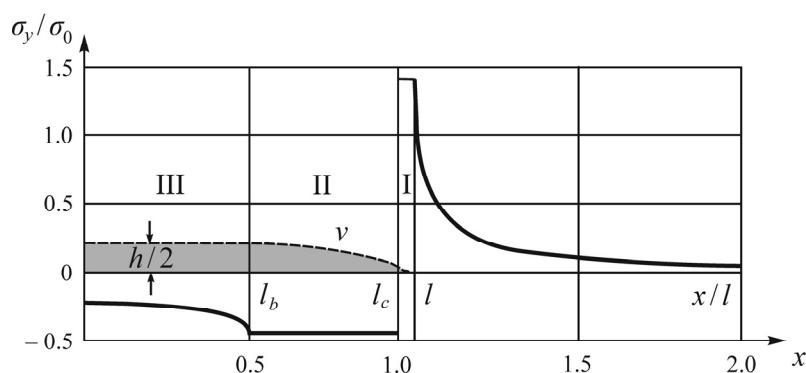


Рис. 4. Распределение вертикальных напряжений (жирные линии) и профиль берега разреза  $v$ ; I, II — область FPZ; III — область видимой макротрещины

В задаче о трещине, в отличие от задачи для разреза в упругой среде, параметры  $l_b$ ,  $l_c$ ,  $l$  не задаются, а определяются из дополнительных условий, в совокупности составляющих систему уравнений:

- условие конечности напряжений в кончике трещины имеет вид

$$\pi S \sqrt{1 - \left(\frac{l_b}{l}\right)^2} = 2(Q + S) \arccos\left(\frac{l_c}{l}\right);$$

• критерий предельного расхождения берегов  $v(l_c, 0) = \delta / 2$  на границе зоны сцепления, (здесь и далее смещение  $v$  представляется выражением (3));

• критерий предельного расхождения берегов на границе  $|x| \leq l_b$  зоны действия распирающей нагрузки  $v(l_b, 0) = h / 2$ .

Анализ системы полученных уравнений достаточно сложен. Использовав процедуру разложения в ряд и сохраняя только члены первого порядка малости, проведем вычисления и оценим поведение трещины. В исследованиях использовались следующие значения параметров: модуль упругости породы  $E = 7000$  МПа, коэффициент Пуассона  $\nu = 0.2$ , теоретическая прочность на разрыв  $Q = 0.01E$ , оцениваемая как и в [27]. В расчетах варьировались критическое расхождение берегов в зоне сцепления  $\delta = (0.5 \div 10.0) \cdot 10^{-6}$  м и критическое расхождение берегов в зоне распирания  $h = (0.1 \div 5.0) \cdot 10^{-3}$  м.

Рассмотрим сначала зависимости для мезотрещины, на берегах которой действует распирающая нагрузка. В этом случае в формулах следует принять  $l_b = 0$ . Используя приближенное условие предельного расхождения берегов в зоне сцепления, имеем

$$S \approx \left(\frac{2Q}{\pi}\right) \arccos\left(e^{-\frac{\pi\delta E}{8(1-\nu^2)lQ}}\right). \quad (4)$$

Для определенности полагаем, что начальная полудлина начинающей развитие мезотрещины составляет  $l_0 = 5 \cdot 10^{-4}$  м. По формуле (4) можно оценить напряжение распирания, необходимое для начала развития мезотрещины при разных критических расхождениях берегов в зоне сцепления.

На рис. 5а показаны зависимости параметра  $l / l_c$  от приведенной длины  $l / l_0$ , на рис. 5б — зависимости псевдоусилий распирания  $S / Q$  от приведенной длины мезотрещины  $l / l_0$  при критических расхождениях берегов  $\delta$ . Нетрудно сделать вывод об изменении длины зоны сцепления  $l - l_c$  в мезотрещине с увеличением ее длины. По мере увеличения длины мезотрещины относительная величина  $(l - l_c) / l$  стремится к нулю. Кроме того, чем меньше  $\delta$ , тем меньше длина зоны сцепления  $l - l_c$ . Из рис. 5б определим относительные псевдоусилия распирания  $S / Q$ , при которых мезотрещина должна начать развиваться. Они равны 0.18, 0.25, 0.70 при  $\delta = 0.5 \cdot 10^{-6}$ ,  $10^{-6}$ ,  $10^{-5}$  м соответственно. Предельно равновесное состояние мезотрещины при достижении ею предельного значения  $l_0$  неустойчиво, т. е. более протяженной мезотрещине в состоянии предельного равновесия отвечает меньшая нагрузка, вызывающая развитие трещины. Таким образом, начав развитие, мезотрещина должна развиваться в динамическом режиме и перерasti в макротрещину, когда расхождение берегов мезотрещины

в самом ее центре достигнет предельного значения  $h$ . Из полученных соотношений следует, что на начальном этапе развития, т. е. до достижения критической длины  $l_0$ , мезотрешина должна развиваться устойчиво.

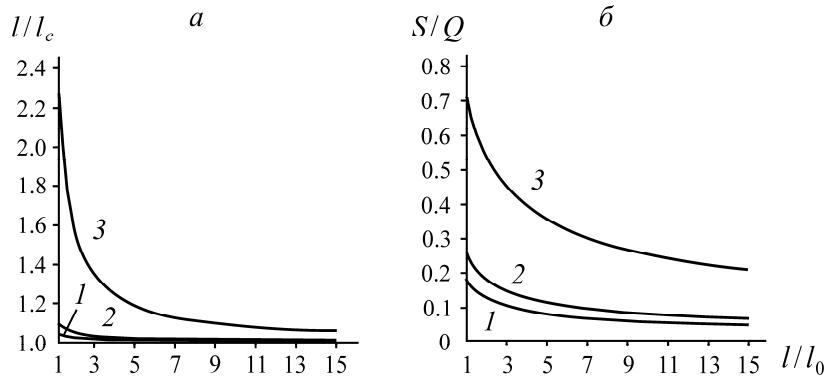


Рис. 5. Зависимость  $l / l_c$  (а) и нагрузки  $S / Q$  (б) от приведенной длины мезотрешины  $l / l_0$  при разных критических расхождениях берегов: 1 —  $\delta = 0.5 \cdot 10^{-6}$  м; 2 —  $\delta = 10^{-6}$  м; 3 —  $\delta = 10^{-5}$  м

Предельная длина мезотрешины  $l_m$ , определяемая по условию начала расхождения ее берегов на величину  $h$ , рассчитывается как

$$l_m \approx \frac{hE}{4(1-\nu^2)S}. \quad (5)$$

Используя соотношения (1)–(3) при  $l_b > 0$ , получим необходимые зависимости для макротрешины. На рис. 6 приведена зависимость полудлины области постоянного расхождения берегов в макротрешине  $l_b$  к полудлине трещины  $l$  от приведенной длины трещины  $l / l_m$ . В пределе при бесконечном росте  $l$  величина  $l - l_b$  равна  $\approx 0.01l_m$ . Это малое значение получено теоретически. Вероятно, следует ввести ограничения из физики разрушения на правомерность бесконечного роста  $l$ . Оценить влияние параметров задачи на зависимость, представленную на рис. 6, можно с помощью соотношения (5) для  $l_m$ , входящего в выражение приведенной длины трещины.

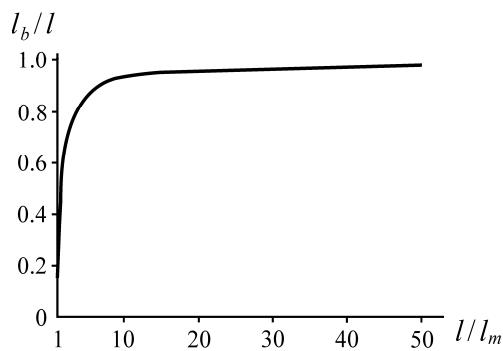


Рис. 6. Зависимость в безразмерном виде длины  $l_b$  области постоянного смещения берегов с увеличением длины макротрешины  $l$

Условие развития макротрещины (и мезотрещины) — критическое расхождение берегов  $\delta$  на границе зоны сцепления  $2\nu(l_c, 0) = \delta$ . Используя данное соотношение и формулу (3), построим зависимость приведенной нагрузки и длины трещины (рис. 7). Она используется в оценках устойчивости предельно равновесного состояния макротрещины. Видно, что предельно равновесное состояние макротрещины является неустойчивым, о чем свидетельствует необходимость снижения нагрузки с увеличением длины макротрещины для сохранения равновесного состояния. Однако есть важное отличие, состоящее в том, что с ростом длины трещины характер предельно равновесного состояния постепенно изменяется.

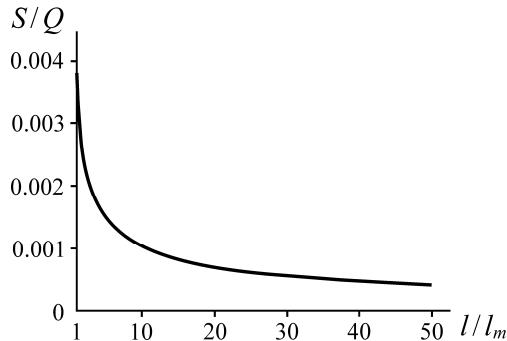


Рис. 7. Зависимость в безразмерном виде нагрузки  $S / Q$ , необходимой для сохранения предельно равновесного состояния макротрещины, и длины макротрещины  $l / l_m$

Для очень протяженных макротрещин ( $l / l_m \rightarrow \infty$ ) зависимость длины трещины и нагрузки определяется как

$$S \approx \frac{\delta E}{12(1-\nu^2)(l - l_b)}.$$

Левая часть этого выражения зависит от разности  $l - l_b$ , т. е. от протяженности зоны расширения в макротрещине. Поскольку эта разность перестает зависеть от  $l$  и стремится к постоянной величине, можно заключить, что достаточно длинные макротрещины отвечают состоянию безразличного равновесия.

С ростом длины макротрещины принципиально изменяется тенденция влияния трещины. Для сравнительно короткой макротрещины область влияния растет с увеличением длины трещины, но постепенно, по мере увеличения размера области постоянного смещения берегов, эта тенденция исчезает. Для достаточно длинной макротрещины влияние трещины уменьшается с ростом ее длины. Из решения задачи следует, что вблизи трещины напряжения  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$  на оси ординат приближенно представляются формулами при  $(l_b / l) \rightarrow 1$ :

$$\sigma_x(0, y) \cong S \left[ 1 - \frac{\sqrt{y^2 + l_b^2}}{\sqrt{y^2 + l^2}} - \frac{y^2(l^2 - b^2)}{(y^2 + b^2)^{1/2}(y^2 + l^2)^{3/2}} \right] - \sigma_0,$$

$$\sigma_y(0, y) \cong S \left[ 1 - \frac{\sqrt{y^2 + l_b^2}}{\sqrt{y^2 + l^2}} + \frac{y^2(l^2 - b^2)}{(y^2 + b^2)^{1/2}(y^2 + l^2)^{3/2}} \right].$$

Таким образом, при росте макротрещины вблизи ее берегов возмущения по напряжениям становятся достаточно малыми.

## ОБСУЖДЕНИЕ МОДЕЛИ

В модели интегрально учитываются особенности нарушения структурных связей между зернами, и эти особенности отражаются в граничных условиях задачи теории упругости для разреза, моделирующего трещину. Такой подход дает возможность привлечь хорошо развитый аналитический аппарат теории упругости и механики трещин в анализ проблем отрывного разрушения пород при сжатии.

Важный смысловой элемент модели — положение об изменении направления действия усилий в области континуального разрушения породы и определяющее влияние этих усилий на формирование локализованного разрушения породы в виде трещины. Новизна в рассмотрении трещины связана с использованием в анализе условий развития трещины двух геометрических параметров смещения ее берегов. Таким образом модель трещины является в большей степени деформационной, чем силовой. Деформационные критерии трещинообразования для зернистой среды открывают новые направления лабораторных исследований разрушения горных пород в отношении приложений к теории трещин.

Оценки, основанные на анализе снимков породы, полученных с помощью электронного микроскопа, показывают, что протяженность области микроразрушений (зоны сцепления в терминологии Г. Баренблатта и В. Панасюка) в разных горных породах может варьировать в диапазоне  $(0.5 \div 5) \cdot 10^{-5}$  м. Следовательно, протяженность мезотрещины (зоны псевдоусилий расширения) может изменяться в диапазоне  $(0.5 \div 500) \cdot 10^{-3}$  м, протяженность макротрещины быть неограниченной в диапазоне от  $5 \cdot 10^{-3}$  м и более. Соотношение характерных размеров микро-, мезо- и макрообластей в трещине примерно соответствует двум порядкам, что согласуется с ранее проведенными оценками связи характерных размеров различных масштабных уровней [32].

Силу расширения для конкретной породы оценим из обратного анализа условий начала динамического развития трещины при разрушении образцов в процессе их однородного одноосного сжатия. Из оценок следует, что для многих пород усредненное псевдоусилие расширения составляет  $\sim 0.2 - 0.4$  от напряжений действующих напряжений одноосного сжатия.

Анализ решения задачи на устойчивость предельно равновесного состояния трещины показывает, что режим развития трещины изменяется по мере ее роста. На начальном этапе развития мезотрещины реализуется режим ее устойчивого роста. При достижении критической длины мезотрещины ее равновесное состояние становится неустойчивым, что предопределяет динамическое развитие мезотрещины. В режиме динамики трещина может выйти на макроуровень и с увеличением своей длины перейти в режим квазистатического развития, который отвечает состоянию безразличного равновесия и проявляется в автономном движении конца трещины при неизменном значении внешней нагрузки. Эта особенность модели отражает реальное развитие трещин на практике — динамическое разрушение образцов пород при их одноосном сжатии на мягких прессах, динамическое образование небольших заколов пород в выработках и квазистатическое формирование структуры протяженных макротрещин вблизи обнажений пород в выработках.

При сравнении результатов применения деформационной модели трещины отрыва и силовой модели [15] можно отметить следующее: несмотря на то, что математическое описание моделей различно, качественные выводы их применения в целом совпадают. При этом области применения моделей могут быть различными. Например, рассмотренная выше модель отражает нарушение структурных связей в микроструктуре, и ее можно использовать в анализе таких явлений, как фрактоэмиссия, особенно в отношении эмиссии микрочастиц при одноосном сжатии и разрушении хрупкой породы [33, 34].

Отметим, что с несущественными добавлениями эту модель математически можно обобщить на случай дополнительного действия малой сжимающей нагрузки, действующей нормально направлению развития трещины, подобно тому, как это сделано в [15].

## ВЫВОДЫ

Вопросы развития процессов разрушения горной породы и перехода их на более высокий масштабный уровень актуальны в геомеханике и во многом еще не ясны. Сделана еще одна попытка проанализировать такой переход на примере развития трещины от микромасштаба до масштаба горных выработок. Установлено, что такие переходы могут проходить в режиме динамики и квазистатики. Для описания процесса разрушения при переходе с одного уровня на другой требуется разная постановка задач в отношении граничных условий. При этом процесс, происходящий на одном уровне, влияет на постановку задач другого уровня. В частности, распирающее действие мезообласти разрушения предопределяет характер развития макротрещины.

На примере развития трещины показано, что параметры разрушения на микроуровне входят в соотношения, определяющие процесс разрушения на более высоких уровнях. Таким образом, имеем неразрывную связь процессов, одновременно происходящих на разных масштабных уровнях. Для моделирования и прогнозирования образования протяженных макротрещин в породах вблизи стенок выработок необходимо изучать микропроцессы разрушения и определять их параметры в лабораторных экспериментах. Использование на практике интегральных, феноменологических критериев прочности пород для объяснения особенностей разрушения и прогноза динамики разрушения массива пород в выработках может быть малоэффективно.

Предпринятый в работе подход к описанию разрушения и полученные результаты отражают лишь некие представления о процессах, связанных с развитием трещин. Для понимания реальной многофакторной картины отрывного разрушения при сжатии необходимо использовать разные подходы и переходить к численному анализу в трехмерном измерении.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Fairhurst C. and Cook N. G. W. The phenomenon of rock splitting parallel to the direction of maximum compression in the neighbourhood of a surface, Proc. 1<sup>st</sup> Congress of the International Society of Rock Mechanics, Lisbon, 1966. — P. 687–692.
2. Horii H. and Nemat-Nasser S. Brittle failure in compression: splitting, faulting and brittle-ductile, transition, Phil. Trans. R. Soc. Lond. Ser. A, Math. Phys. Sci., 1986, Vol. 319. — P. 337–374.
3. Германович Л. Н., Дыскин А. В., Цырульников М. Н. О механизме дилатансии и столбчатого разрушения хрупких горных пород при одноосном сжатии // ДАН СССР. — 1990. — Т. 313. — № 1. — С. 58–63.
4. Одинцев В. Н. Отрывное разрушение массива скальных горных пород. — М.: ИПКОН РАН, 1996. — 166 с.
5. Hoek E. and Martin C. D. Fracture initiation and propagation in intact rock. A review, J. Rock Mech. Geotech. Eng., 2014, Vol. 6. — P. 287–300.

6. Гольдштейн Р. В., Оsipенко Н. М. О разрушении при сжатии // Физ. мезомеханика. — 2018. — Т. 21. — № 3. — С. 86–102.
7. Ефимов В. П. Особенности разрушения образцов хрупких горных пород при одноосном сжатии с учетом характеристик зерен // ФТПРПИ. — 2018. — № 2. — С. 18–25.
8. Bobet A. and Einstein H. H. Fracture coalescence in rock-type materials under uniaxial and biaxial compression, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 1998, Vol. 35, No. 7. — P. 863–888.
9. Lee H. and Jeon S. An experimental and numerical study of fracture coalescence in pre-cracked specimens under uniaxial compression, Int. J. Solids Struct., 2011, Vol. 48, No. 6. — P. 979–999.
10. Zhou X. P., Bi J., and Qian Q. H. Numerical simulation of crack growth and coalescence in rock-like materials containing multiple pre-existing flaws, Int. J. Rock Mech. Rock Eng., 2015, Vol. 48, No. 3. — P. 1097–1114.
11. Yang S. Q., Liu X. R., and Jing H. W. Experimental investigation on fracture coalescence behavior of red sandstone containing two unparallel fissures under uniaxial compression, Int. J. Rock Mech. Min Sci., 2013, Vol. 63, No. 5. — P. 82–92.
12. Lan H., Martin C. D., and Hu B. Effect of heterogeneity of brittle rock on micromechanical extensile behavior during compression loading, J. Geophys. Res., 2010, Vol. 115. — B01202.
13. Wang M. and Cai M. Numerical modeling of time-dependent spalling of rock pillars, Int. J. Rock Mech. Min. Sci., 2021, Vol. 141. — 104725.
14. Jimenez Pique E. R. A. Fracture process zone of quasi-brittle materials: a model material approach. Phd Thesis 1 (Research TU/e /Graduation TU/e), Chem. Eng. Chemistry, Technische Universiteit Eindhoven, 2002.
15. Nikitin L. V. and Odintsev V. N. A dilatancy model of tensile macrocracks in compressed rock, Fatigue and Fracture of Eng. Materials & Structures, 1999, Vol. 22, No. 11. — P. 1003–1009.
16. Tarokh A., Makhnenko R. Y., Fakhimi A., and Labuz J. F. Scaling of the fracture process zone in rock, Int. J. Fract., 2017, Vol. 204. — P. 191–204.
17. Bazant Z. P. and Kazemi M. T. Determination of fracture energy, process zone length and brittleness number from size effect, with application to rock and concrete, Int. J. Fracture, 1990, Vol. 44. — P. 111–131.
18. Guo M., Alam S. Y., Bendimerad A. Z., Grondin F., Rozière E., and Loukili A. Fracture process zone characteristics and identification of the micro-fracture phases in recycled concrete, Eng. Fracture Mech., 2017, Vol. 181. — P. 101–115.
19. Ghamgosar M. and Erarslan N. Experimental and numerical studies on development of fracture process zone (FPZ) in rocks under cyclic and static loadings, J. Rock Mech. Rock Eng., 2016, Vol. 49. — P. 893–908.
20. Muralidhara S., Raghu Prasad B. K., Eskandari H., and Karihaloo B. L. Fracture process zone size and true fracture energy of concrete using acoustic emission, Construction Building Materials, 2010, Vol. 24. — P. 479–486.
21. Janssen C., Wagner F. C., Zang A., and Dresen F. Fracture process zone in granite: a microstructural analysis, Int. J. Earth Sci. (Geol. Rundsch.), 2001, Vol. 90. — P. 46–59.
22. Golosov A., Lubimova O., Zhevora M., Markevich V., and Siskov V. Data processing method for experimental studies of deformation in a rock sample under uniaxial compression, E3S Web of Conf. (EDP Sciences), 2019, Vol. 129. — 01018.
23. Makarov V. V., Ksendzenko L. S., Golosov A. M., and Opanasiuk N. A. Mesocracking structures of the 'source type' in highly stressed rocks, Proc. Eighth Int. Conf. Deep and High Stress Mining, Perth, Australian Centre for Geomechanics, 2017, Vol. 2. — P. 403–413.

24. **Liu D., Wang S., and Li L.** Investigation of fracture behaviour during rock mass failure, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 2000, Vol. 37. — P. 489–497.
25. **Backers T.** Fracture toughness determination and micromechanics of rock under mode I and mode II loading, *Potsdam, GeoForschungsZentrum*, 2004, Technical Report STR 05/05.
26. **Dugdale D.** Yielding of steel sheets containing slits, *J. Mechan. Phys. Sol.*, 1960, Vol. 8, No. 2. — P. 100–104.
27. **Панасюк В. В.** Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. — Киев: Наук. думка, 1968. — 246 с.
28. **Hansen-Dorr A. C., Dammaß F., De Borst R., and Kastner M.** Phase-field modeling of crack branching and deflection in heterogeneous media, *Eng. Fracture Mech.*, 2020, Vol. 232. — 107004.
29. **Kuhn Ch. and Müller R.** Phase field modeling of interface effects on cracks in heterogeneous materials, *PAMM. Proc. Appl. Math. Mech.*, 2019, Vol. 19. — e201900378.
30. **Менжулин М. Г.** Модель фазовых переходов на поверхностях трещин при разрушении горных пород // *Физ. мезомеханика*. — 2008. — Т. 11. — № 4. — С. 75–80.
31. **Мусхелишвили Н. И.** Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Наука, 1966. — 708 с.
32. **Макаров В. В., Одинцов В. Н.** Структурная иерархия блочной геосреды // *Фундаментальные и прикладные вопросы горных наук*. — 2023. — Т. 10. — № 2. — С. 47–52.
33. **Викторов С. Д., Кочанов А. Н., Одинцов В. Н., Осокин А. А.** Эмиссия субмикронных частиц при деформировании горных пород // *Изв. РАН. Серия физическая*. — 2012. — Т. 76. — № 3. — С. 388.
34. **Викторов С. Д., Осокин А. А., Шляпин А. В.** Основы метода регистрации эмиссии субмикронных частиц для прогнозирования катастрофических явлений при добыче полезных ископаемых подземным способом // *ФТПРПИ*. — 2017. — № 5. — С. 181–185.

Поступила в редакцию 06/II 2024

После доработки 11/III 2024

Принята к публикации 14/III 2024