

# ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ ДИССОЦИИРОВАННОГО ГАЗА В НАЧАЛЬНОМ УЧАСТКЕ ТРУБЫ

А. И. Леонтьев, Б. П. Миронов, А. В. Фадурин  
(Новосибирск)

Исследованию турбулентного пограничного слоя в начальном участке канала посвящено много теоретических и экспериментальных работ [1-4].

Однако в большинстве исследований рассматривается течение несжимаемой жидкости с постоянными физпараметрами. Для многих практических задач представляет интерес анализ развития турбулентного пограничного слоя газа в начальном участке трубы в условиях существенной неизотермичности. Решение такой задачи, основанное на использовании теории предельных законов, приводится в работе [1]. В настоящей статье это решение распространяется на случай течения высокоэнтальпийного газа, когда необходимо учитывать влияние диссоциации газа на характеристики турбулентного пограничного слоя. Рассматривается течение смеси из  $i$  газов, которая находится в «замороженном» состоянии внутри пограничного слоя и в равновесном — на его границах. Выводятся формулы для законов трения и теплообмена и дается решение уравнений турбулентного пограничного слоя для начального участка трубы при постоянной температуре стенки в области дозвуковых скоростей течения газа.

§ 1. Относительный закон трения для турбулентного пограничного слоя диссоциированного газа. Согласно работе [1], относительный коэффициент турбулентного трения определяется выражением

$$\Psi = \left[ \frac{1}{Z} \int_{w_1}^1 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\tau_0^*}{\tau^*} \right)^{1/2} d\omega \right]^2, \quad Z = \left( \frac{c_{f0}}{2} \right)^{1/2} \int_{\xi_1}^1 \left( \frac{\tau_0^*}{1-\beta} \right)^{1/2} \frac{d\xi}{l} \quad (1.1)$$

$$\Psi = \left( \frac{c_f}{c_{f0}} \right)_{R^{++}}, \quad c_f = \frac{2\tau_w}{\rho_0 w_0^2}, \quad c_{f0} = \frac{2\tau_{w0}}{\rho_0 w_0^2}$$

Здесь  $\Psi$  — отношение коэффициента трения в рассматриваемых условиях к коэффициенту трения в стандартных условиях при одинаковых значениях  $R^{++}$ .

Из уравнений

$$p = \rho RT, \quad h_0 = \sum_i \alpha_{i0} h_{i0}, \quad h_i = \int_0^T c_{pi} dT + h_i^\circ \quad (1.2)$$

можно получить связь между плотностью газа и энтальпией.

Степень диссоциации воздуха для низкотемпературной плазмы ( $T = 5000^\circ \text{K}$ ) порядка 0.3. Для этой области параметр  $\mu c_p$  можно принять постоянным по сечению пограничного слоя. Тогда

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{h_0 - \sum \alpha_{i0} h_i^\circ}{h - \sum \alpha_i h_i^\circ} \quad (1.3)$$

Здесь и в дальнейшем суммирование ведется по индексу  $i$ . Подставляя (1.2) в (1.3) и принимая подобие полей скоростей, энтальпий и концентраций, [2] получаем

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{1 - \sum \alpha_{i0} \psi_i}{\psi_h - \sum \alpha_{wi} \psi_i + \{1 - \psi_h - \sum (\alpha_0 - \alpha_w)_i \psi_i\} \omega} \quad (1.4)$$

$$\left( \psi_h = \frac{h_w}{h_0}, \quad \psi_i = \frac{h_i^\circ}{h_0} \right)$$

В уравнениях (1.1) — (1.4) приняты обозначения:  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $h$  — энтальпия,  $h_i^\circ$  — теплота образования  $i$ -го компонента,  $d$  — степень диссоциации,  $l$  — относительная длина пути перемешивания,  $\omega$  — безразмерная скорость,  $T$  — температура,  $R$  — газовая постоянная; индексы:  $w$  — параметры на стенке,  $0$  — параметры в ядре потока.

Уравнение (1.4) устанавливает связь между плотностью и скоростью газа в данной точке при заданных параметрах газа на границах пограничного слоя. Строго говоря, уравнение (1.4) является точным только для безградиентного течения газа, при постоянном значении энтальпии на стенке и числе Прандтля  $Pr = 1.0$ .

Однако, как показывают расчеты, это уравнение, с достаточной для практических целей точностью, можно использовать и для более сложных граничных условий, в частности, при течении газа в начальном участке трубы.

Для оценки параметра  $Z$  сделаем предположения, обычно принимаемые в полуэмпирических теориях турбулентности:  $\beta = 0$ ,  $l = \kappa \xi$  и  $\tau_0^* = 1.0$ , тогда

$$Z = - \sqrt{1/2 c_{f0}} \kappa^{-1} \ln \xi_1 \quad (1.5)$$

Из анализа экспериментальных данных по распределению скоростей по сечению турбулентного пограничного слоя при существенной неизотермичности [4-6] следует, что безразмерная скорость на границе вязкого подслоя и относительная толщина вязкого подслоя сохраняют такие же значения, как и для несжимаемой жидкости, если физические параметры газа определять по температуре стенки.

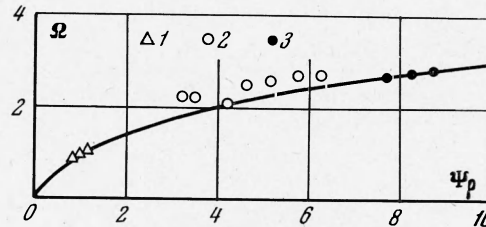
Следовательно,

$$\frac{w_1}{w_0 \sqrt{1/2 c_{f0} \Psi \rho}} = \frac{\delta_{1w_0} \sqrt{1/2 c_{f0} \Psi \rho}}{v_w} = 11.6 \quad (1.6)$$

Отсюда

$$\omega_1 = 11.6 \sqrt{1/2 c_{f0} \Psi \rho}, \quad \xi_1 = \frac{135 \Psi \rho \delta^{++}}{\omega_1 R^{++} \delta} \quad (1.7)$$

$$R^{++} = \frac{\rho_0 w_0 \delta^{++}}{\mu_w}, \quad \Psi \rho = \frac{\rho_0}{\rho_w} \quad (1.8)$$



Фиг. 1. Влияние неизотермичности на параметры вязкого подслоя. Кривая — расчет по формуле (1.7), точки 1, 2, 3 соответствуют опытам работ [4-6]

Сопоставление формулы (1.7) с опытами различных авторов [4-6] приведено на фиг. 1, где  $\Omega = w_1 / 11.6 \cdot w_0 \sqrt{1/2 c_{f0} \Psi \rho}$ .

Подставляя (1.7) в (1.5), имеем

$$Z = - \frac{\sqrt{1/2 c_{f0}}}{\kappa} \ln \frac{135 \Psi \rho \delta^{++}}{\omega_1 R^{++} \delta} \quad (1.9)$$

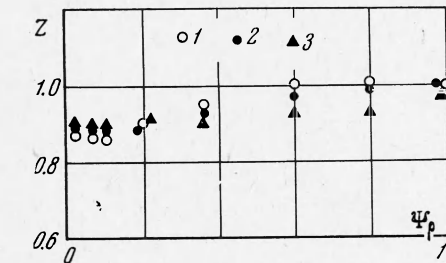
Коэффициент трения  $c_{f0}$  в стандартных условиях определяется формулой Кармана

$$1/2 c_{f0} = (2.5 \ln R^{++} + 3.8)^{-2} \quad (1.10)$$

Как показано в работах [7,8], число Рейнольдса  $R^{++}$ , входящее в формулу (1.10), следует определить по (1.8).

Для стандартных условий имеем [1]

$$Z = 1 - \omega_{10} \quad (1.11)$$



Фиг. 2. Влияние неизотермичности на параметр  $Z = z / (1 - \omega_1)$ . Вычисления  $Z$  и  $\omega_1$  — по формулам (1.9) и (1.7); при этом точка 1 —  $R^{++} = 500$ , 2 —  $R^{++} = 10^4$ , 3 —  $R^{++} = 10^6$

Можно ожидать, что такая простая связь между  $Z$  и  $\omega_1$  сохранится и для более сложных условий. Действительно, сопоставление результатов расчета (фиг. 2) по формуле (1.9) с формулой (1.11) с использованием для распределения скоростей закона «одной седьмой», предельной зависимости функции  $\Psi$  и (1.3) для различных значений  $\Psi \rho$  и  $R^{++}$  показывает, что для практической области изменения  $\Psi \rho$  и  $R^{++}$  можно использовать формулу

$$Z = 1 - 11.6 \sqrt{1/2 c_{f0} \Psi \rho} \quad (1.12)$$

Подставляя уравнения (1.4), (1.7) и (1.12) в уравнение (1.1) и предполагая, что (1.9) будет справедливо при диссоциации, после интегрирования получаем относительный закон трения турбулентного пограничного слоя для рассматриваемых условий

$$\psi_h = \frac{(1 - \sum \alpha_{i0} \psi_i)(2 - \sqrt{\Psi})^2 + \Psi \sum \alpha_{wi} \psi_i - [1 - \sum (\alpha_0 - \alpha_w)_i \psi_i] 8.2 \sqrt{c_{f0} \Psi \rho}}{\Psi (1 - 8.2 \sqrt{c_{f0} \Psi \rho})} \quad (1.13)$$

Если  $\alpha_0 = \alpha_w = 0$ , то

$$\psi_h = 1 + \frac{4(1 - \sqrt{\Psi})}{\Psi (1 - 8.2 \sqrt{c_{f0} \Psi \rho})} \quad (1.14)$$

При  $R^{++} \rightarrow \infty$ ,  $Z \rightarrow 1$ ,  $\omega_1 \rightarrow 0$  и из уравнения (1.13) следует

$$\Psi_{\infty} = 4 \left[ 1 + \left( \frac{\psi_h - \sum \alpha_{wi} \psi_i}{1 - \sum \alpha_{oi} \psi_i} \right)^{1/2} \right]^{-2} \quad (1.15)$$

Для недиссоциированного газа получаем известный результат [1]

$$\Psi_{\infty} = 4 (\sqrt{\psi_h} + 1)^{-2} \quad (1.16)$$

Максимальное расхождение между формулами (1.14) и (1.16) для  $R^{++} = 300$   $\psi_h = 0.1$  составляет около 25%. Таким образом, для практических расчетов можно использовать предельный относительный закон трения в виде (1.15).

На фиг. 3 дается сопоставление результатов расчета по формуле (1.13) с опытами Н. М. Белянина [3]. Можно отметить удовлетворительное соответствие предлагаемой теории и эксперимента.

§ 2. Развитие динамического турбулентного пограничного слоя на начальном участке трубы. Интегральное уравнение импульсов для входного участка трубы представим в виде [1]

$$\frac{dR^{++}}{dX} + \frac{R^{++}}{W_0} \frac{dW_0}{dX} (1 + H) = R_{D1} \Psi \frac{c_{f0}}{2} \quad (2.1)$$

Здесь  $W_0 = v_0 / w_{01}$  — относительная скорость в невозмущенном ядре потока,  $W_{01}$  — скорость на входе в трубу.

В уравнение (2.1) входит параметр  $H$ , который равен отношению толщины вытеснения к толщине потери импульсов. Проанализируем влияние неизотермичности и диссоциации на величину этого параметра. Физическая толщина вытеснения  $\delta^+$  связана с толщиной вытеснения в переменных Дородницина  $\delta_1^+$  соотношением

$$\delta^+ = \delta_1^+ - \int_0^{\delta_1^+} \left( \frac{\rho}{\rho_0} - 1 \right) \left( 1 - \frac{y}{R_0} \right) dy \quad (2.2)$$

С учетом уравнений (1.4) имеем

$$\delta^+ = \delta_1^+ - \int_0^{\delta_1^+} \frac{(h - \sum \alpha_i h_i^0) - (h_0 - \sum \alpha_{i0} h_i^0)}{h_0 - \sum \alpha_{i0} h_i^0} \left( 1 - \frac{y}{R_0} \right) dy$$

$$\delta^+ = \delta_1^+ \left\{ 1 - \frac{1}{1 - \sum \alpha_{i0} \psi_i} [1 - \psi_h - \sum (\alpha_0 - \alpha_w)_i \psi_i] \right\} \quad (2.4)$$

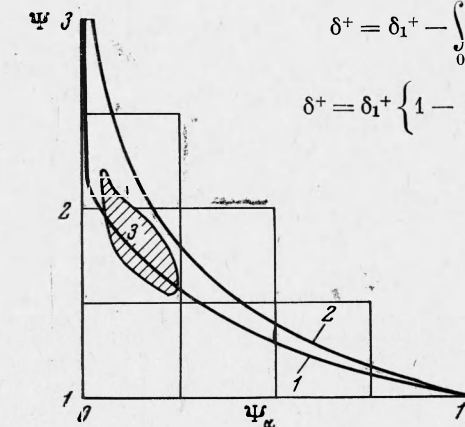
Отсюда

$$H = H_1 \Psi_{\alpha}, \quad \Psi_{\alpha} = \frac{\psi_h - \sum \alpha_{wi} \psi_i}{1 - \sum \alpha_{oi} \psi_i} \quad (2.5)$$

Формпараметр  $H_1$  слабо зависит от неизотермичности и может быть принят постоянным, равным  $H_{10} = 1.347$ .

На фиг. 4 показаны результаты расчета параметров осесимметричного турбулентного пограничного слоя при допущении стенового профиля скоростей ( $n = 1/7$ ) и с использованием формулы (1.4) для плотности.

Как видно из графика, параметры  $\delta_1^+$  и  $\delta^{++}$  существенно зависят от неизотермичности, однако величина  $H_1$  практически остается постоянной и равной 1.347. На фиг. 5 приводится сопоставление результатов расчета



Фиг. 3. Сопоставление расчетов по формуле (1.13) с опытами Н. М. Белянина; расчет — по формуле (1.13); кривая 1 — для  $R^{++} = 300$ , кривая 2 — для  $R^{++} = \infty$ , 3 — область опытов Н. М. Белянина

формпараметра  $H$  при тех же предположениях с формулой (2.5). Отчетливо видно влияние диссоциации воздуха на величину формпараметра  $H$ .

Для отсутствия диссоциации из уравнения (2.5) получаем  $H = H_1 \Psi_h$ .

Таким образом, для граничных условий  $\Psi_{\alpha} = \text{const}$  формпараметр  $H$  может быть принят постоянным по длине трубы.

Для расчета турбулентного пограничного слоя при внешнем обтекании тел уравнений (2.1), (1.15), (1.10) достаточно, так как скорость на внешней границе пограничного слоя  $W_0$  определяется из условий потенциального обтекания тела и является известной функцией продольной координаты. При течении газа в начальном участке

трубы скорость в ядре потока является искомой функцией, и для ее определения необходимо использовать уравнение неразрывности. Уравнение неразрывности для круглой трубы удобно записать в виде [1]

$$\rho_{01}W_{01} = \rho_0W_0(1 - 2\delta^+ / R_0) \quad (2.6)$$

Вводя формпараметр  $H$ , имеем

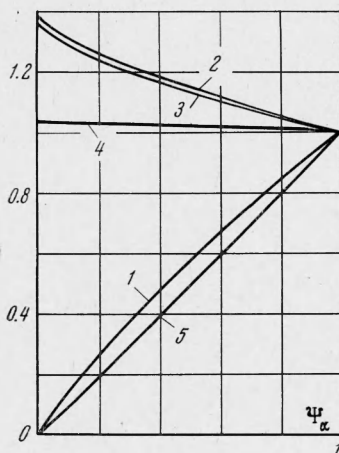
$$R^{++} = 1/4 R_{D1}(W_0 - 1) / H \quad (2.7)$$

Система уравнений (2.1), (1.15), (1.10) и (2.7) является замкнутой, и в результате ее решения получаем искомую связь между параметрами  $W_0$ ,  $R^{++}$ ,  $1/2c_f$  и длиной трубы  $x/D$ .

Закон трения для стандартных условий (1.10) удобно аппроксимировать степенной зависимостью вида

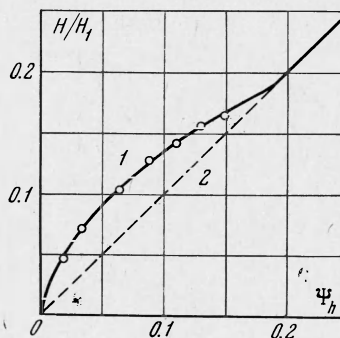
$$c_{f0} = B / (R^{++})^m \quad (2.8)$$

Здесь значения коэффициентов  $B$  и  $m$  зависят от диапазона изменения  $R^{++}$ .



Фиг. 4

Фиг. 4. Влияние неизомермичности на параметры осесимметричного турбулентного пограничного слоя 1 —  $\delta^+ / \delta^+$ , 2 —  $\delta_1^{++} / \delta_1^{++}$ , 3 —  $\delta^{++} / \delta^{++}$ , 4 —  $H_1 / H_{1из}$ , 5 —  $\delta^+ / \delta^{++}$



Фиг. 5

Фиг. 5. Влияние диссоциации воздуха на величину форм-параметра: 1 — расчет по уравнению (2.5), 2 — без учета диссоциации; точки — расчет через интегральные параметры. Все расчеты выполнены для  $T_w = 300^\circ \text{K}$

Для  $R^{++}$  от 300 до  $10^4$  можно принять  $1/2 B = 0.0128$  и  $m = 0.25$ .

В этом случае удается получить аналитическое решение исходной системы уравнений для условий  $h_w = \text{const}$ . С учетом уравнений (2.7) и (2.8) уравнение (2.1) можно записать в виде

$$\left[ \frac{(W_0 - 1)^m}{W_0} + \frac{(W_0 - 1)^{m+1}}{W_0^2} (1 + H) \right] \frac{dW_0}{dX} = \Psi \frac{B}{2} \frac{(4H)^{1+m}}{(R_{D1})^m} \quad (2.9)$$

принимая на входе в трубу равномерный профиль скоростей и учитывая, что для условий  $h_w = \text{const}$ ,  $\Psi = \text{const}$  и  $H = \text{const}$  (рассматривается случай дозвуковых скоростей течения газа), а также принимая  $1/2 B = 0.0128$  и  $m = 0.25$ , из уравнения (2.9) получаем

$$\left[ (1 + H) \frac{5}{4} + 1 \right] \left[ 4(W_0 - 1)^{0.25} - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{(W_0 - 1)^{0.5} + \sqrt{2}(W_0 - 1)^{0.25} + 1}{(W_0 - 1)^{0.5} - \sqrt{2}(W_0 - 1)^{0.25} + 1} - \sqrt{2} \arctg \frac{\sqrt{2}(W_0 - 1)^{0.25}}{1 - (W_0 - 1)^{0.5}} \right] - (1 + H) \frac{(W_0 - 1)^{1.25}}{W_0} = \Psi \frac{0.0725 H^{1.25}}{R_{D1}^{0.25}} X \quad (2.10)$$

Для области дозвуковых скоростей течения недиссоциированного газа уравнение (2.10) приводится к уравнению (6.35) работы [1], только вязкость газа, входящая в  $R_{D1}$ , определяется по температуре стенки.

На фиг. 6 приводятся результаты расчетов зависимости  $W_0$  от  $\xi = X/R_{D1}^m$  по уравнению (2.10) для различных степеней диссоциации и неизомермичности. Уравнение (2.10) справедливо только для начального участка трубы, пока динамические и тепловые пограничные слои не сомкнулись.

Определим длину начального участка из условия, что в конце участка стабилизации толщина пограничного слоя становится равной радиусу трубы. Тогда

$$R_H^{++} = R_D \frac{1}{2} \frac{\delta^{++}}{R_0} = R_{D1} \frac{W_{0H}}{2} \frac{\delta^{++}}{R_0} \quad (2.11)$$

с другой стороны,

$$R_H^{++} = \frac{R_{D1}(W_{0H} - 1)}{4H} \quad (2.12)$$

Из уравнений (2.11) и (2.12) получаем

$$W_{0H} = \frac{1}{1 - 2\delta^{++}H/R_0} \quad (2.13)$$

Параметры  $\delta^{++}/R_0$  и  $H$  в первом приближении можно определить из фиг. 4. Подставляя величину  $W_{0H}$  в уравнение (2.10), определяем длину начального участка

$$X_H = \frac{R_{D1}^{0.25}}{\Psi^{0.0725} H^{1.25}} \left\{ \left[ (1+H) \frac{5}{4} + 1 \right] \left[ 4(W_{0H} - 1)^{0.25} - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{(W_{0H} - 1)^{0.5} + \sqrt{2}(W_{0H} - 1)^{0.25} + 1}{(W_{0H} - 1)^{0.5} - \sqrt{2}(W_{0H} - 1)^{0.25} + 1} - \sqrt{2} \arctg \frac{\sqrt{2}(W_{0H} - 1)^{0.25}}{1 - (W_{0H} - 1)^{0.5}} \right] - (1+H) \frac{(W_{0H} - 1)^{1.25}}{W_0} \right\} \quad (2.14)$$

Пунктирная линия на фиг. 6, рассчитанная по уравнениям (2.13) и (2.14), определяет длину начального участка и область применения полученных соотношений. Следует отметить существенное влияние диссоциации газа на длину участка стабилизации.

Последовательность расчетов динамического турбулентного пограничного слоя в начальном участке трубы следующая.

1. По заданным параметрам  $\alpha_w$ ,  $\alpha_0$  и  $h_w$  по формулам (1.15) и (2.5) определяются параметры  $\Psi_\infty$  и  $H$ .

2. По уравнениям (2.13) и (2.14) определяется длина участка стабилизации  $X_H$ .

3. По уравнению (2.10) или графику на фиг. 6 подсчитывается зависимость  $W_0$  от  $X$ .

4. По уравнению (2.7) определяются значения  $R^{++}$  и по уравнению (2.8) и (1.15) или (1.13) подсчитываются значения коэффициентов трения.

§ 3. Развитие теплового турбулентного пограничного слоя на начальном участке трубы. Интегральное уравнение энергии для входного участка трубы удобно записать в виде [1]

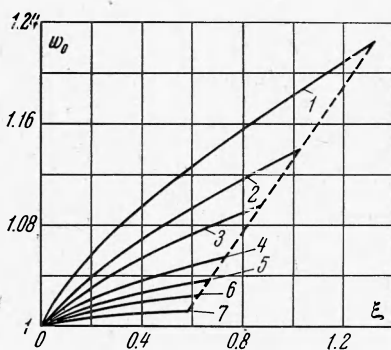
$$\frac{dR_h^{++}}{dX} + \frac{R_h^{++}}{\Delta h} \frac{d(\Delta h)}{dX} = R_{D1} W_0 \Psi_s S_0 \quad (3.1)$$

Здесь  $S_0$  — критерий Стентона в стандартных условиях. Для случая  $h_w = \text{const}$

$$dR_h^{++}/dX = R_{D1} W_0 \Psi_s S_0 \quad (3.2)$$

при принятых допущениях закон теплообмена имеет такой же вид, как и закон трения, т. е.

$$\Psi_s = 4 \left[ 1 + \left( \frac{\Psi_h - \sum \alpha_{wi} \Psi_i}{1 - \sum \alpha_{oi} \Psi_i} \right)^{1/2} \right]^{-2} \quad (3.3)$$



Фиг. 6. Зависимость безразмерной величины скорости  $W_0$  в ядре потока от длины трубы  $X = XR^{-0.25}$  при различных значениях  $\Psi_\alpha$ ; кривые 1, ..., 7 соответствуют значениям  $\Psi_\alpha = 1.06, 0.4, 0.2, 0.137, 0.0875, 0.044$

Пунктирная линия определяет границу начального участка (расчет по формуле (2.14))



В стандартных условиях

$$S_0 = B/2 (R_h^{++})^m P^n \quad (3.4)$$

Принимаем  $1/2 B = 0.0128$ ,  $m = 0.25$  и  $n = 0.75$ . Тогда интеграл уравнения (3.2) равен

$$R_h^{++} = \left[ \frac{(1+m)B}{2P^{0.75}} R_{D1} \Psi_s \int_0^X W_0 dX \right]^{\frac{1}{1+m}} \quad (3.5)$$

Из уравнения (2.9) следует, что

$$W_0 dX = \frac{2R_{D1}^m}{B\Psi(4H)^{1+m}} \left[ (W_0 - 1)^m + \frac{(W_0 - 1)^{m+1}}{W_0} (1 + H) \right] dW_0 \quad (3.6)$$

Следовательно,

$$R_h^{++} = \frac{R_{D1} (W_0 - 1)}{4HP^{0.8n}} \left\{ 2 + H - \frac{(1+H)1.25}{(W_0 - 1)^{1.25}} \left[ 4(W_0 - 1)^{0.25} - \sqrt{2} \arctg \frac{\sqrt{2}(W_0 - 1)^{0.25}}{1 - (W_0 - 1)^{0.5}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{(W_0 - 1)^{0.5} + \sqrt{2}(W_0 - 1)^{0.25} + 1}{(W_0 - 1)^{0.5} - \sqrt{2}(W_0 - 1)^{0.25} + 1} \right] \right\}^{0.8} \quad (3.7)$$

Зная зависимость  $W_0$  от  $X$ , которая определяется уравнением (2.10), по уравнению (3.7) находим локальные значения критерия  $R_h^{++}$ , и по формулам (3.4) и (3.3) определяем локальное значение критерия Стентона  $S$ .

Из уравнений (2.7), (2.8), (3.4) и (3.7) можно получить связь между локальными значениями коэффициентов трения и теплоотдачи для рассматриваемых условий

$$\frac{c_f}{2S} = P^{0.75} \left\{ 2 + H - \frac{(1+H)1.25}{(W_0 - 1)^{1.25}} \left[ 4(W_0 - 1)^{0.25} - \sqrt{2} \arctg \frac{\sqrt{2}(W_0 - 1)^{0.25}}{1 - (W_0 - 1)^{0.5}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \frac{(W_0 - 1)^{0.5} + \sqrt{2}(W_0 - 1)^{0.25} + 1}{(W_0 - 1)^{0.5} - \sqrt{2}(W_0 - 1)^{0.25} + 1} \right] \right\}^{0.2} \quad (3.8)$$

Расчеты, проведенные по уравнению (3.8), показывают, что градиент давления в начальном участке не оказывает заметного влияния на аналогию Рейнольдса.

Предложенный метод расчета можно распространить на случай произвольного распределения  $h_w$  по длине канала, разбивая канал на отдельные участки с постоянной энthalпией газа на стенке.

В заключение авторы благодарят С. С. Кутателадзе за обсуждение работы.

Поступила 15 VI 1966

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кутателадзе С. С., Леонтьев А. И. Турбулентный пограничный слой сжимаемого газа. Изд. СО АН СССР, 1962.
2. Сб. «Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое» (под ред. С. С. Кутателадзе), Изд. СО АН СССР, 1964.
3. Белянин Н. М. Экспериментальное исследование трения и теплообмена при течении газа в трубе. ПМТФ, 1964, № 4.
4. Сб. «Турбулентные течения и теплопередача (под ред. Линь Цзя-Цзяо), Изд. иностр. лит., 1963.
5. Лобб, Винклер, Перш. Экспериментальное исследование турбулентных пограничных слоев в сверхзвуковом потоке ВРТ, 1955, № 5.
6. Хилл. Исследование пограничного слоя в гиперзвуковом потоке ВРТ, 1957, № 1.
7. Леонтьев А. И., Мионов Б. П. Распространение предельных относительных законов трения и теплообмена на неизотермическое течение газа с конечными числами Рейнольдса. ПМТФ, 1965, № 5.
8. Spalding D. B., Chi S. W. The drag of a compressible turbulent boundary layer on a smooth flat plate with and without heat transfer. J. Fluid Mech. 18, 1964.