

УДК 534.16:535.341

Влияние температурной зависимости теплопроводности и степени черноты на температурное поле в фотоакустической камере с двухслойными пластинами

Т.Х. Салихов, Ю.П. Ходжаев

*НИИ Таджикского национального университета, Душанбе,
Республика Таджикистан*

E-mail: tsalikhov@mail.ru

Исходя из системы нелинейных уравнений теплопроводности для стационарных температур газового слоя, подложки, первого и второго слоев образцов, обладающих объемным оптическим коэффициентом поглощения, исследованы особенности формирования стационарного температурного поля в фотоакустической камере. Получены аналитические выражения для температурного поля газового слоя, двух слоев образца и подложки, а также система взаимосвязанных нелинейных алгебраических уравнений для установившейся температуры облучаемой и тыловой поверхностей первого слоя и границы между вторым слоем и подложкой. Численным решением системы нелинейных алгебраических уравнений установлено, что с ростом коэффициента поглощения соответствующего слоя β_i и постепенным переходом от условия $\beta_i l_i < 1$ (l_i — толщина слоя) к условию $\beta_i l_i \geq 1$ существенно возрастает нагрев, а зависимости характерных температур от интенсивности падающего луча I_0 переходят от линейных к нелинейным. Показано, что знак термического коэффициента температурной зависимости степени черноты существенно влияет на зависимости приращения температуры поверхностей всех слоев от интенсивности падающего луча.

Ключевые слова: температурное поле, фотоакустика, двухслойные системы.

Введение

Одним из надежных методов измерения теплофизических и оптических параметров различного рода систем является метод фотоакустической спектроскопии [1–4], линейная теория которой для одно- и двухслойных систем была предложена в работах [5, 6]. Считалось, что в ходе выполнения фотоакустического эксперимента физические параметры образца остаются постоянными. Вместе с тем очевидно, что с ростом величины интенсивности падающего лазерного луча I_0 происходит существенный нагрев образца. Это приводит к изменению теплофизических и оптических параметров среды. Следовательно, существующие линейные теории не приемлемы для описания фотоакустического эффекта и объяснения результатов эксперимента. Таким образом, возникает необходимость развития указанной теории, в том числе и нелинейной, учитывающей эти особенности. Подобная задача для однослойных систем решалась в работах [7, 8], где было

показано, что прежде всего необходимо создание теории формирования температурного поля с учетом температурной зависимости теплофизических и оптических параметров среды. Для двухслойных систем данная задача не рассматривалась, восполнение этого пробела является целью настоящей работы.

Исходные уравнения и граничные условия

Предположим, что на фотоакустическую (ФА) камеру с двухслойным образцом перпендикулярно падает лазерный луч, интенсивность которого изменяется по гармоническому закону (рис. 1). Газ и подложку будем считать прозрачными. Тогда справедлива следующая система дифференциальных уравнений для установившегося поля температуры в буферном газе (g), первом слое (S_1), втором слое (S_2) и подложке (b):

$$\frac{d}{dx} \left(k_g(T_g) \frac{dT_g}{dx} \right) = 0, \quad 0 \leq x \leq l_g, \tag{1}$$

$$\frac{d}{dx} \left[k_{S_1}(T) \frac{dT_{S_1}}{dx} \right] + 0,5 I_0 \beta_1 A_{S_1}(T) e^{\beta_1 x} = 0, \quad -l_{S_1} \leq x \leq 0, \tag{2}$$

$$\frac{d}{dx} \left[k_{S_2}(T) \frac{dT_{S_2}}{dx} \right] + 0,5 I_0 \beta_2 A_{S_2}(T) (1 - R_{S_1}(T)) E_{01} e^{\beta_1(x+l_1)} = 0, \quad -(l_{S_1} + l_{S_2}) \leq x \leq -l_{S_1}, \tag{3}$$

$$\frac{d}{dx} \left(k_b(T_b) \frac{dT_b}{dx} \right) = 0, \quad -(l_b + l_{S_1} + l_{S_2}) \leq x \leq -l_{S_1} - l_{S_2}, \tag{4}$$

где β_i и l_{S_i} — оптические коэффициенты поглощения и толщины слоев соответственно, $E_{01} = \exp(-\beta_1 l_1)$. Температурную зависимость коэффициента теплопроводности $k_i(T_i)$, поглощательную способность $A_{S_i}(T)$ и коэффициент отражения луча от соответствующих слоев $R_{S_i}(T)$ примем в виде

$$k_i = k_i^{(0)} (1 + \delta_{2i} T_i), \quad A_{S_i}(T) = A_{S_i}^{(0)} (1 + \delta_{3S_i} T)_i, \quad (1 - R_{1S_1}) = (1 - R_{1S_1})^{(0)} (1 + \delta_{4(1)} T_{S_1}),$$

где $k_i^{(0)} = k_i(T_0)$, $A_{S_i}^{(0)} = A_{S_i}(T_0)$, $(1 - R_{1S_1})^{(0)}$ — начальные значения, а $\delta_{2i} = (1/k_i^{(0)}) (\partial k_i / \partial T)$, $\delta_{3S_i} = (1/A_{S_i}^{(0)}) (\partial A_{S_i} / \partial T)$, $\delta_4 = (1/(1 - R_{1S_1})^{(0)}) (\partial(1 - R_{1S_1}) / \partial T)$ — соответствующие им

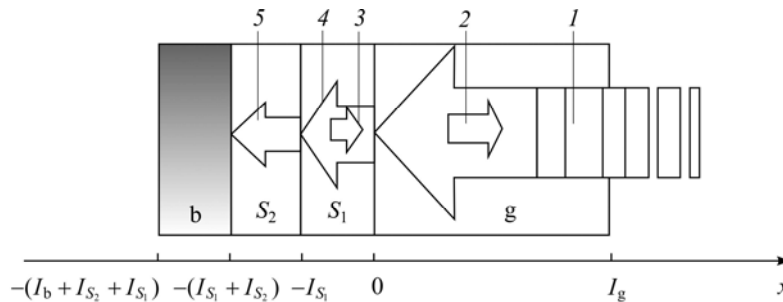


Рис. 1. Геометрия задачи.

- 1 — падающий луч, модулированный по частоте,
- 2, 3 — отраженные лучи от поверхности первого и второго слоев соответственно,
- 4, 5 — проходящие лучи по первому и второму слоям соответственно.

термические коэффициенты. Тогда, подставляя величину $T_i(x) = T_0 + T_{0i}(x)$ в (1)–(4), где T_0 — начальное значение температуры в фотоакустической камере, для возмущения температуры $T_{0i}(x)$ в соответствующих слоях получим следующую систему уравнений:

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{dT_{0g}(x)}{dx} + 0,5\delta_{2g} \frac{dT_{0g}^2(x)}{dx} \right] = 0, \quad (5)$$

$$k_{S_1}^{(0)} \frac{d}{dx} \left[\frac{dT_{0S_1}(x)}{dx} + 0,5\delta_{2S_1} \frac{dT_{0S_1}^2(x)}{dx} \right] + 0,5I_0 A_{S_1}^{(0)} \beta_1 (1 + \Theta_0 \delta_{3S_1}) e^{x\beta_1} = 0, \quad (6)$$

$$k_{S_2}^{(0)} \frac{d}{dx} \left[\frac{dT_{0S_2}(x)}{dx} + 0,5\delta_{2S_2} \frac{dT_{0S_2}^2(x)}{dx} \right] + 0,5I_0 A_{S_2}^{(0)} \beta_2 (1 + W_{01} \delta_{3S_2}) (1 - R_{S_1})^{(0)} (1 + \delta_{4(1)} \Theta_0) E_{01} e^{\beta_1(x+l_1)} = 0, \quad (7)$$

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{dT_{0b}(x)}{dx} + 0,5\delta_{2b} \frac{dT_{0b}^2(x)}{dx} \right] = 0, \quad (8)$$

где Θ_0, W_{01} — приращения температур облученной и тыловой сторон первого слоя. Ввиду того, что $\delta_4 \propto (10^{-5} \div 10^{-7}) \text{ K}^{-1}$ [9–12], а $\Theta_0 \leq 10^3 \text{ K}$, в дальнейшем слагаемым $\delta_{4(1)} \Theta_0 \ll 1$ в правой части уравнения (7) будем пренебрегать.

Для рассматриваемого случая имеем восемь граничных условий: непрерывности температур и потоков тепла на границах «газ–первый слой образца» ($x = 0$), «первый слой–второй слой» ($x = -l_{S_1}$), «второй слой–подложка» ($x = -(l_{S_1} + l_{S_2})$) и отсутствие нагрева на торцах ФА-камеры, которые имеют вид:

$$T_{0g}(l_g) = 0, \quad T_{0b}[-(l_b + l_{S_1} + l_{S_2})] = 0, \quad T_{0g}(0) = T_{0S_1}(0) = \Theta_0, \quad (9)$$

$$T_{0S_1}(-l_{S_1}) = T_{0S_2}(-l_{S_1}) = W_{01}, \quad T_{0S_2}(-l_{S_1} - l_{S_2}) = T_{0b}(-l_{S_1} - l_{S_2}) = W_{02}, \quad (10)$$

$$\left[k_{S_1}(T_{S_1}) \frac{dT_{0S_1}}{dx} \right]_{x=0} = \left[k_g(T_g) \frac{dT_{0g}}{dx} \right]_{x=0}, \quad (11)$$

$$\left[k_{S_1}(T_{S_1}) \frac{dT_{0S_1}}{dx} \right]_{x=-l_{S_1}} = \left[k_{S_2}(T_{S_2}) \frac{dT_{0S_2}}{dx} \right]_{x=-l_{S_1}}, \quad (12)$$

$$\left[k_{S_2}(T_{S_2}) \frac{dT_{0S_2}}{dx} \right]_{x=-(l_{S_1}+l_{S_2})} = \left[k_b(T_b) \frac{dT_{0b}}{dx} \right]_{x=-(l_{S_1}+l_{S_2})}, \quad (13)$$

где W_{02} — приращение температуры на границе между вторым слоем и подложкой. Отметим, что в указанных граничных условиях пренебрегается охлаждением ФА-камеры конвекцией и тепловым излучением в соответствие с условием отсутствия нагрева ее торцов.

Решение задачи. Результаты численного расчета и их обсуждение

Используя обозначение $T_i(x) = \delta_{2i}^{-1} g_i(x)$, решения приведенных выше дифференциальных уравнений, подчиняющихся граничным условиям (9), (10), можно записать в виде

$$g_g(x) = \left[1 + \delta_{2g} \Theta_0 (2 + \delta_{2g} \Theta_0) (1 - x/l_g) \right]^{1/2} - 1, \quad (14)$$

$$g_{S_1}(x) = \left[1 + \delta_{2S_1} \left\{ (2\Theta_0 + \delta_{2S_1}\Theta_0^2)(x/l_1 + 1) - x/l_1 (2W_{01} + \delta_{2S_1}W_{01}^2) + \right. \right. \\ \left. \left. + 2F_1 \left[1 + x/l_1 - \left(e^{\beta_1^{(0)}x} + x \cdot E_{01}/l_1 \right) \right] \right\} \right]^{1/2} - 1, \quad (15)$$

$$g_{S_2}(x) = \left[1 - 2\delta_{2S_2} \left\{ F_2 \left[\left(E_{02} - \frac{l_1 + l_2}{l_1} \right) \frac{l_1}{l_2} - \frac{x}{l_2} (1 - E_{02}) + e^{\beta_2^{(0)}(x+l_1)} \right] - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{l_2} \left[(W_{01} + 0,5\delta_{2S_2}W_{01}^2)(x + l_1 + l_2) - (W_{02} + 0,5\delta_{2S_2}W_{02}^2)(x + l_1) \right] \right\} \right]^{1/2} - 1, \quad (16)$$

$$g_b = \left[1 + W_{02}\delta_{2b}(2 + \delta_{2b}W_{02}) \left(1 + \frac{x + l_1 + l_2}{l_b} \right) \right]^{1/2} - 1. \quad (17)$$

где

$$E_{02} = \exp(-\beta_2 l_2), \quad F_1 = \frac{I_0 A_{S_1}^{(0)} (1 + \Theta_0 \delta_{3S_1})}{2k_{S_1}^{(0)} \beta_1}, \quad F_2 = \frac{I_0 A_{S_2}^{(0)} (1 + W_{01} \delta_{3S_2}) (1 - R_{S_1})^{(0)} E_{01}}{2k_{S_2}^{(0)} \beta_2}.$$

Используя условия непрерывности потоков тепла (11)–(13) на межслойных границах, получим следующую систему нелинейных алгебраических уравнений для определения Θ_0 , W_{01} и W_{02} :

$$\Theta_0^2 a_{11} + \Theta_0 a_{12} + W_{01}^2 a_{13} + W_{01} a_{14} + 2G = 0, \quad (18)$$

$$b_{11} \Theta_0^2 + \Theta_0 b_{12} + W_{01}^2 b_{13} + W_{01} b_{14} + W_{02}^2 b_{15} + W_{02} b_{16} + D = 0, \quad (19)$$

$$W_{01}^2 c_{11} + W_{01} c_{12} + W_{02}^2 c_{13} + W_{02} c_{14} + H_1 = 0, \quad (20)$$

здесь $a_{11} = (\delta_{2S_1} + a_1 \delta_{2g})$, $a_{12} = 2(1 + a_1 + G \delta_{3S_1})$, $a_{13} = -\delta_{2S_1}$, $a_{14} = -2$, $b_{11} = \delta_{2S_1}$, $b_{12} = 2 + a_2 D_1 \delta_{3S_1}$, $b_{13} = -(\delta_{2S_1} + 0,5a_2 \delta_{2S_2})$, $b_{14} = -(2 + a_2 + a_2 D_2 \delta_{3S_2})$, $b_{15} = 0,5a_2 \delta_{2S_2}$, $b_{16} = a_2$, $c_{11} = \delta_{2S_2}$, $c_{12} = (a_3 H_1 \delta_{3S_2} + 2)$, $c_{13} = -(\delta_{2S_2} + a_3 \delta_{2b})$, $c_{14} = -2(1 + a_3)$, $D = D_1 - D_2$,

$$G = \frac{I_0 A_{S_1}^{(0)}}{2k_{S_1}^{(0)} \beta_1} (1 - \beta_1 l_1 - E_{01}), \quad a_1 = \frac{k_g^{(0)} l_1}{k_{S_1}^{(0)} l_g}, \quad a_2 = \frac{k_{S_2}^{(0)} l_1}{k_{S_1}^{(0)} l_2}, \quad a_3 = \frac{k_b^{(0)} l_2}{k_{S_2}^{(0)} l_b}, \quad D_1 = \frac{I_0 A_{S_1}^{(0)} (1 - E_{01} (\beta_1 l_1 + 1))}{k_{S_1}^{(0)} \beta_1},$$

$$D_2 = \frac{I_0 A_{S_2}^{(0)} a_2 (1 - R_{S_1})^{(0)} (1 - E_{02} - \beta_2 l_2) E_{01}}{2k_{S_2}^{(0)} \beta_2}, \quad H_1 = \frac{I_0 A_{S_2}^{(0)} (1 - R_{S_1})^{(0)} (1 - E_{02} (1 + \beta_2 l_2)) E_{01}}{k_{S_2}^{(0)} \beta_2}.$$

Очевидно, что система алгебраических уравнений (18)–(20) может быть решена только численно. Авторами выполнено такое решение для случая, когда двухслойный твердотельный образец состоит из кварцевого стекла (S_1) и сапфира (S_2), а подложкой является нержавеющая сталь. Теплофизические и геометрические параметры, необходимые для расчета, имеют следующие значения: $T_0 = 300$ К, $k_{S_1}^{(0)} = 1,36$ Вт/(м·К), $k_{S_2}^{(0)} = 46$ Вт/(м·К), $k_b^{(0)} = 14,9$ Вт/(м·К), $\delta_{2S_1} = 0,5698 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, $\delta_{2S_2} = -1,102 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, $\delta_{2b} = 0,94 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ [9], $R_{S_1} = 0,037$, $A_{S_1}^{(0)} = 0,87$, $A_{S_2}^{(0)} = 0,79$ (интегральные значения), $\delta_{3S_1} = -0,577 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, $\delta_{3S_2} = -0,411 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$ [10, 11], $l_g = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $l_{S_1} = 1 \cdot 10^{-3}$ м, $l_{S_2} = 1 \cdot 10^{-3}$ м, $l_b = 2 \cdot 10^{-3}$ м. Результаты расчета приведены на рис. 2–4. Видно, что при малых значениях β_i прирост температуры мал, а характер ее зависимости от интенсивности является линейным.

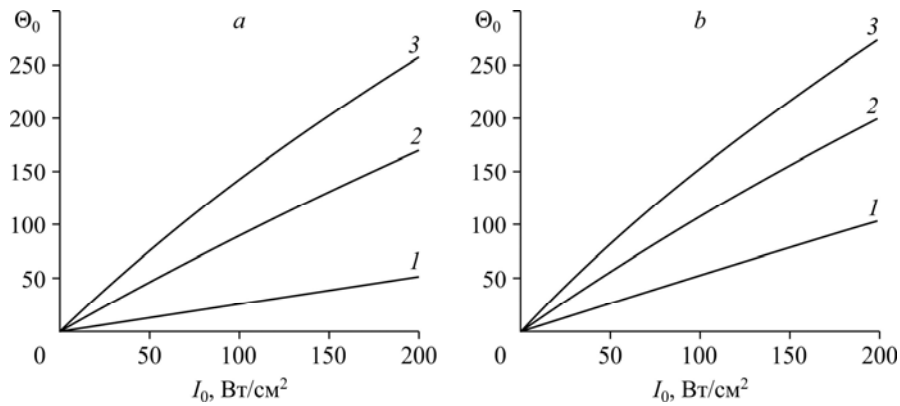


Рис. 2. Зависимость температуры поверхности кварцевого стекла (первого облучаемого слоя), контактирующего с сапфиром (вторым слоем) в фотоакустической камере, от интенсивности падающего луча.
 $\beta_1 = 1$ (1), 5 (2), 10 (3) см^{-1} , $\beta_2 = 1$ (а), 10 (б) см^{-1} .

С ростом β_i и постепенным переходом от условия $\beta_i l < 1$ к условию $\beta_i l \geq 1$ зависимость температуры от I_0 переходит от линейной к нелинейной. Вместе с тем обнаруживается существенный рост нагрева облучаемой поверхности образца при $\beta_1 = 1, 5 \text{ см}^{-1}$ и $\beta_2 = 1, 10 \text{ см}^{-1}$ соответственно (рис. 2, кривые 1–2), в то время как при значениях $\beta_1 = 10 \text{ см}^{-1}$ и $\beta_2 = 1, 10 \text{ см}^{-1}$ (кривые 3) отличие значений Θ_0 составляет порядка одного градуса и это обусловлено следующими двумя обстоятельствами: при $\beta_1 = 10 \text{ см}^{-1}$ доля падающего света на второй слой существенно уменьшается; малость коэффициента теплопроводности образца не обеспечивает соответствующего переноса тепла из тылового слоя в облучаемый. Подчеркнем, что отклонение кривых от линейной зависимости обусловлено отрицательным знаком величин δ_{3S_1} , δ_{3S_2} , что и приводит к уменьшению значений A_{S_1} , A_{S_2} с ростом температуры. Кроме того, видно, что имеет место рост величин

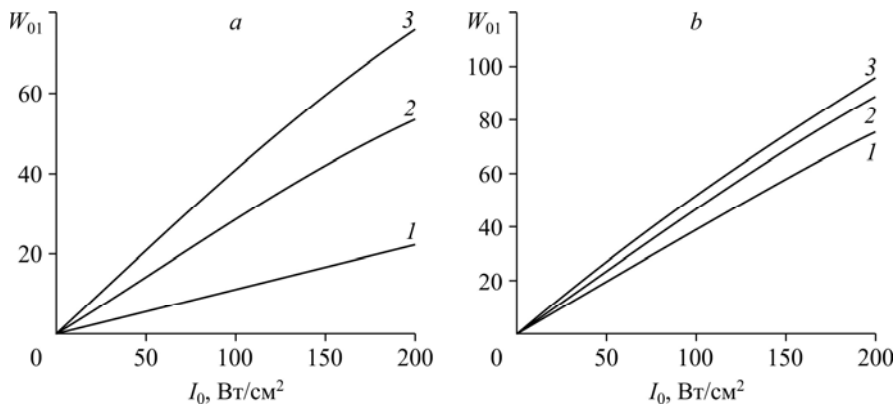


Рис. 3. Зависимость приращения температуры поверхности сапфира W_{01} — второго облучаемого слоя, тыловая сторона которого контактирует с нержавеющей сталью, от интенсивности падающего луча I_0 .
 $\beta_1 = 1$ (1), 5 (2), 10 (3) см^{-1} , $\beta_2 = 1$ (а), 10 (б) см^{-1} .

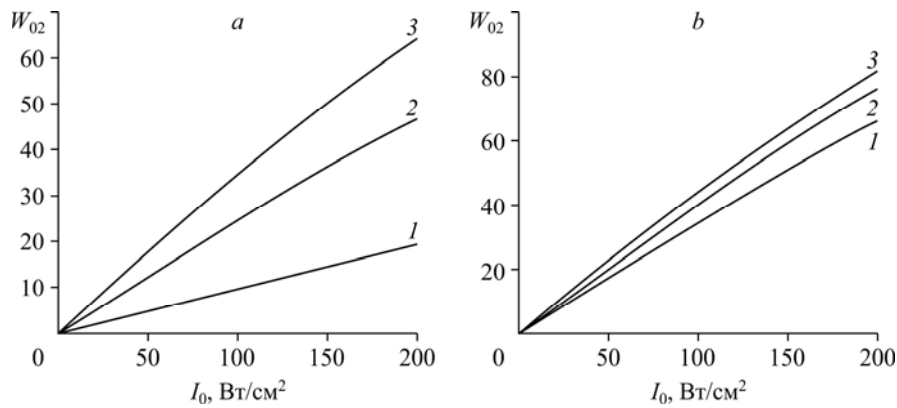


Рис. 4. Зависимость температуры поверхности нержавеющей стали W_{02} , контактирующей со вторым слоем образца, от интенсивности падающего луча I_0 . $\beta_1 = 1$ (1), 5 (2), 10 (3) см^{-1} , $\beta_2 = 1$ (a), 10 (b) см^{-1} .

W_{01} и W_{02} (рис. 3 и 4, кривые 1–3) с ростом коэффициентов поглощения как в первом, так и во втором слое, чего и следовало ожидать. Также отметим существенный рост значений величин W_{01} и W_{02} при переходе от $\beta_2 = 1 \text{ см}^{-1}$ к $\beta_2 = 10 \text{ см}^{-1}$ (рис. 3, 4), обусловленный большим значением величины теплопроводности второго слоя.

Очевидно, что при вариации величин δ_{3S_1} и δ_{3S_2} от отрицательных к положительным должен изменяться характер зависимости опорных температур от интенсивности падающего луча. Для проверки данного утверждения было найдено численное решение системы уравнений (18)–(20) для модельных значений $\delta_{3S_1} = 0$, $\delta_{3S_2} = -0,86 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, $\delta_{3S_1} = 1,2355 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, результат которого показан на рис. 5a, 5b и 6a. Из этих рисунков видно, что при $\delta_{3S_1} > 0$ характер зависимости величин Θ_0 , W_{01} и W_{02} от I_0 плавно переходит от линейного к квадратичному. Решение для другого модельного случая, когда $\delta_{3S_1} = 1,2355 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, $\delta_{3S_2} = 0,193 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$, представленное графически на рис. 6b, полностью подтверждает выше приведенный вывод.

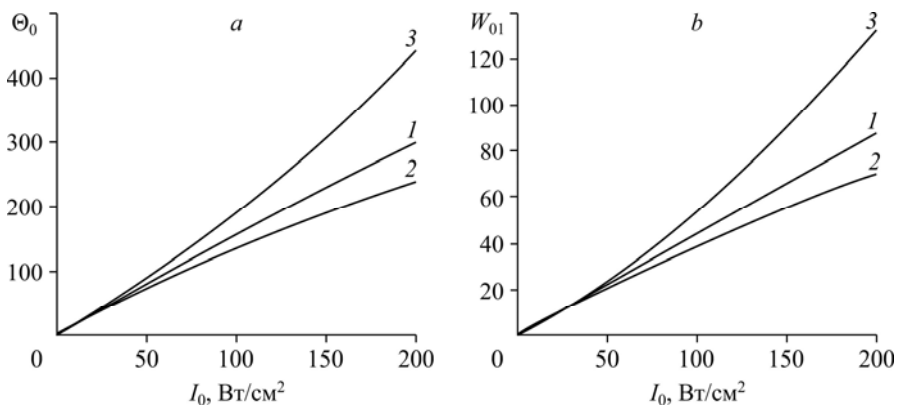


Рис. 5. Зависимость температуры поверхности первого (a) и второго (b) слоев от интенсивности падающего луча при $\beta_1 = 10 \text{ см}^{-1}$, $\beta_2 = 1 \text{ см}^{-1}$. $\delta_{3S_1} = 0$ (1), $-0,86 \cdot 10^{-3}$ (2), $1,2355 \cdot 10^{-3}$ (3) К^{-1} .

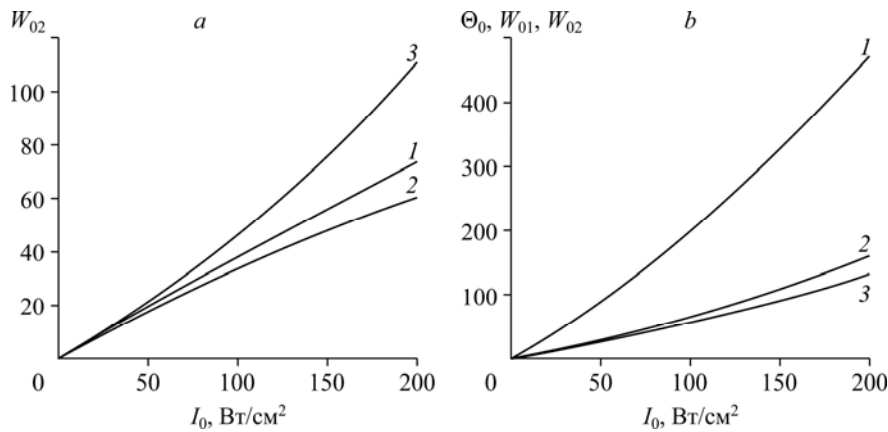


Рис. 6. Зависимости температуры поверхности подложки, контактирующей со вторым слоем, от интенсивности луча при $\delta_{3S_1} = 0$ (1), $-0,86 \cdot 10^{-1}$ (2), $1,2355 \cdot 10^{-1}$ (3) (a) и величин Θ_0 (1), W_{01} (2), W_{02} (3) от интенсивности луча при $\delta_{3S_1} = 1,2355 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$, $\delta_{3S_2} = 0,193 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$ и $\beta_1 = \beta_2 = 10 \text{ cm}^{-1}$ (b).

Заключение

В приближении линейной температурной зависимости коэффициента теплопроводности и степени черноты теоретически исследовано влияние температурных зависимостей этих величин на формирование стационарного температурного поля в фотоакустической камере с двухслойными твердотельными образцами. Найдены аналитические выражения для температурного поля для всех слоев в ФА-камере, включая газовый слой и подложку. Получена система нелинейных алгебраических уравнений для приращения температуры облучаемой и тыловой поверхностей первого слоя и границы между вторым слоем и подложкой. Путем численного решения системы нелинейных алгебраических уравнений получена полная картина зависимостей характерных температур от параметров интенсивности падающего луча. Установлено, что знак термического коэффициента температурной зависимости степени черноты существенно влияет на зависимости приращения температур поверхностей всех слоев от интенсивности падающего луча.

Список литературы

1. Винокуров С.А. Определение оптических и теплофизических характеристик конденсированных сред оптико-акустическим методом // Журн. прикладной спектроскопии. 1985. Т. 4, № 1. С. 5–16.
2. Tam A.C. Applications of photoacoustic sensing techniques // Rev. Mod. Phys. 1986. Vol. 58, No. 2. P. 381–431.
3. Vargas H., Miranda L.C.M. Photoacoustic and related photothermal techniques // Phys. Rep. 1988. Vol. 161, No. 2. P. 43–101.
4. Егоров С.В., Лямшев Л.М., Пученков О.В. Лазерная динамическая фотоакустическая диагностика конденсированных сред // Успехи физических наук. 1990. Т. 160, вып. 9. С. 111–154.
5. Rosencwaig A., Gersho A. Theory of the photoacoustic effect with solids // J. Appl. Phys. 1976. Vol. 47, No. 1. P. 64–69.
6. Fujii Y., Moritani A., Nakai J. Photoacoustic spectroscopy theory for multi-layered samples and interference effect // Japan. J. Appl. Phys. Vol. 20, No. 2. 1981. P. 361–367.
7. Мадвалиев У., Салихов Т.Х., Шарифов Д.М. Тепловая нелинейность в фотоакустической камере // Журн. техн. физики. 2004. Т. 74, № 2. С. 17–23.

8. Мадвалиев У., Салихов Т.Х., Шарифов Д.М. Влияние тепловой нелинейности сильнопоглощающих сред на параметры фотоакустического сигнала при газомикрофонной регистрации. Основная и вторая гармоники // Журн. техн. физики. 2006. Т. 76, № 6. С. 87–97.
9. **Физические величины.** Справочник / Под. ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. 1232 с.
10. **Латыев Л.Н., Петров В.А., Чеховский В.Я., Шестаков Е.Н.** Излучательные свойства твердых тел. Справочник. М: Энергия. 1974. 472 с.
11. **Петров В.А., Степанов С.В.** Радиационные характеристики кварцевых стекол. Интегральная излучательная способность // Теплофизика высоких температур. 1975. Т. 13, № 6. С. 1178–1187.
12. **Handbook of optics**, Vol. II / ed. M. Bass. McGraw-Hill, 1995. 1496 p.

*Статья поступила в редакцию 12 декабря 2017 г.,
после доработки — 26 апреля 2018 г.*