ЛИТЕРАТУРА

1. **Тихонов А. Н., Самарский А. А.** Уравнения математической физики. М., «Наука», 1966.
2. **Зельдович Я. Б., Компанеец А. С.** К теории распространения тепла при теплопроводности, зависящей от температуры.— Сборник, посвященный 70-летию А. Ф. Иоффе. М., Изд-во АН СССР, 1950.
3. **Олейник О. А., Калашников А. С., Чжоу Юй-линь.** Задача Коши и краевые задачи для уравнения типа нестационарной фильтрации.— «Изв. АН СССР. Сер. матем.», 1958, т. 22, № 5.
4. **Мартинсон Л. К., Павлов К. Б.** К вопросу о пространственной локализации тепловых возмущений в теории нелинейной теплопроводности.— ЖВММФ, 1972, т. 12, № 4.
5. **Голайдо С. П., Мартинсон Л. К., Павлов К. Б.** Нестационарные задачи нелинейной теплопроводности с объемным поглощением тепла.— ЖВММФ, 1973, т. 13, № 5.
6. **Кершнер Р.** О некоторых свойствах обобщенных решений квазилинейных вырождающихся параболических уравнений. Автореф. на соиск. учен. степени канд. физ.-мат. наук, М., МГУ, 1976.
7. **Градштейн И. С., Рыжик И. М.** Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., Физматгиз, 1963.
8. **Калашников А. С.** О характере распространения возмущений в задачах нелинейной теплопроводности с поглощением.— ЖВММФ, 1974, т. 14, № 4.

УДК 532.72

О КОНВЕКТИВНОМ МАССООБМЕНЕ В СИСТЕМЕ ПЕРИОДИЧЕСКИ РАСПОЛОЖЕННЫХ СФЕР

Ю. П. Гупало, А. Д. Полянин, Ю. С. Рязанцев, Ю. А. Сергеев

(*Москва*)

В задачах о конвективной диффузии в системе реагирующих частиц при больших числах Пекле существенную роль играет структура особых линий тока, начинающихся и оканчивающихся на поверхностях частиц [1—3]. При этом оказывается, что в потоке существуют цепочки частиц, внутренний массообмен в которых сильно заторможен взаимодействием диффузионных следов и пограничных слоев частиц, принадлежащих цепочке. Для разреженной системы сфер равного радиуса, расположенных в узлах кубической решетки, учет взаимодействия диффузионных следов и пограничных слоев частиц проведен в [4], где считалось, что отношение периода решетки b к радиусу сфер a удовлетворяет неравенству $b/a \gg \mathrm{Pe}^{1/3}$ (Pe—число Пекле одиночной сферы). Это предположение позволяло свести исходную задачу к автомодельной задаче о диффузии вещества с постоянной концентрацией, натекающей на отдельную сферу [5]. В данной работе рассматривается массообмен концентрированной упорядоченной системы реагирующих твердых сфер при условии $b/a \ll \mathrm{Pe}^{1/3}$.

Рассмотрим стационарную конвективную диффузию в ламинарном потоке вязкой несжимаемой жидкости, фильтрующимся сквозь систему реагирующих сфер равного радиуса, расположенных в узлах кубической решетки. Считаем, что средняя скорость фильтрационного потока в промежутках между сферами параллельна одной из осей решетки и равна U, а число Рейнольдса $\mathrm{Re} = aU/\nu$ (ν — кинематическая вязкость жидкости) мало. Тогда поле скоростей жидкости в решетке может быть определено в рамках ячеечной модели [6, 7] или при $b/a \gg 1$ по модели точечных сил [4, 8]. В дальнейшем считаем, что положение фиксированной среды в решетке задается набором трех целых чисел и расстояние вдоль оси потока определяется значением параметра $k = 1, 2, \ldots$

Функция тока вблизи поверхности сфер в сферической системе координат, связанной с центром произвольной сферы, может быть представлена в виде

$$\psi = (3/4)UA(n)(r-a)^2 \sin^2\theta, \qquad \lim_{n\to 0} A(n) = 1,$$

где n — число сфер в единице объема. Конкретное выражение для $A(n)$ может быть определено, в частности, из [4, 6—8].

Распределение концентрации в потоке определяется решением уравнения стационарной конвективной диффузии

$$(\mathbf{v}\nabla)c = D\Delta c$$

с граничными условиями постоянства концентрации вдали от решетки и полного поглощения растворенного в потоке вещества на поверхностях сфер (D — коэффициент диффузии).

В дальнейшем считаем, что число Пекле $\mathrm{Pe} = aU/D$ велико. Это означает, что все основное изменение концентрации будет происходить в тонком диффузионном пограничном слое каждой сферы, в котором тангенциальным переносом вещества вдоль поверхности частицы можно пренебречь по сравнению с радиальным, а также в области диффузионных следов, расположенных в окрестности особых линий тока, начинающихся и оканчивающихся на поверхностях частиц. Поэтому для определения концентрации вблизи фиксированной сферы нужно решить уравнение диффузионного пограничного слоя с условием натекания, которое зависит от относительного положения частицы в решетке и задается распределением концентрации в диффузионном следе сферы, расположенной выше по потоку [1—3].

Ниже считаем, что период решетки удовлетворяет условию $b/a \ll \mathrm{Pe}^{1/3}$. Поэтому условие натекания для сферы, расположенной в k-м слое, определяется распределением концентрации в конвективно-погранслойной области диффузионного следа предыдущей частицы, лежащей в $(k-1)$-м слое.

Конвективно-погранслойная область характеризуется тем, что в ней концентрация сохраняет постоянное значение на линиях тока и определяется величиной концентрации на выходе из диффузионного пограничного слоя. Это позволяет свести исходную задачу к задаче о массообмене цепочек сфер и воспользоваться результатами [1—3], которые в предположении, что необедненный раствор имеет концентрацию c, приводят к следующим выражениям для полных диффузионных потоков на поверхности частиц:

$$I_k = I_1[k^{2/3} - (k-1)^{2/3}], \quad I_1 = \frac{(3\pi)^{5/3}A^{1/3}(n)}{2\Gamma(1/3)} a^{4/3}U^{1/3}D^{2/3}c. \tag{1}$$

Учитывая (1), для среднего диффузионного потока на сферы получаем

$$\langle I\rangle = k^{-1}\sum_{i=1}^{k} I_i = I_1 k^{-1/3}. \tag{2}$$

Будем считать теперь, что число сфер в решетке велико, т. е. $k\to\infty$, и определим распределение средней концентрации (концентрация вне диффузионных пограничных слоев и следов в дальнейшем также называемая концентрацией в ядре течения) вдоль оси потока.

Так как концентрация в ядре течения будет меняться медленно на расстояниях порядка периода решетки, то можно ввести в рассмотрение представительный объем, существенно меньший масштаба изменения концентрации, но содержащий большое количество частиц.

Введем медленную координату x, отсчитываемую по потоку. В узлах решетки она принимает значения

$$x = x(k) = kn^{-1/3}, \tag{3}$$

где n — количество сфер в единице объема.

Из выражения (2) с учетом (3) и уравнения для концентрации в ядре потока

$$-U\partial c/\partial x = n\langle I\rangle,\ x = 0,\ c = c_0$$

получаем распределение средней концентрации вдоль по потоку

$$c = c_0 \exp(-Fx^{2/3}), \quad F = 3n^{8/9}A^{1/3}(n)\frac{(3\pi)^{5/3}}{4\Gamma(1/3)}a^{4/3}U^{-2/3}D^{2/3}. \tag{4}$$

Отметим, что полученное выражение (4) существенно отличается от аналогичного результата в случае пространственно-однородного распределения сфер [4], в котором концентрация экспоненциально зависит от координаты вдоль оси потока. Взаимодействие диффузионных следов и пограничных слоев частиц в решетке приводит к тому, что средняя концентрация спадает медленнее и будет всегда больше аналогичной концентрации при хаотическом распределении сфер в объеме.

Используя достаточно общие результаты работы [9], для стоксова обтекания упорядоченной системы одинаковых частиц произвольной формы в случае, когда особые линии тока, выходящие с поверхностей частиц каждого слоя, попадают на частицы следующего, с помощью [2] можно получить формулу (обобщающую (4)) для концентрации в ядре течения. Распределение средней концентрации при этом случае отличается от формулы (4) лишь значением коэффициента F.

Поступила 26 VI 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гупало Ю. П., Полянин А. Д., Рязанцев Ю. С.** О массообмене частиц, расположенных на оси потока, при больших числах Пекле.— «Изв. АН СССР. МЖГ», 1977, № 2.
2. **Полянин А. Д.** О диффузионном взаимодействии твердых частиц при больших числах Пекле.— ПММ, 1978, т. 42, вып. 2.
3. **Gupalo Yu. P., Polyanin A. D., Ryazantsev Yu.** S. Moving particle interaction effects in the mass transfer in reacting dispersed systems.— In: 6 Int. Colloq. Gasdyn. of Explos. and Reactive Syst. (abstracts). AIA, Stocholm, 1977.
4. **Восканян А. Б., Головин А. М., Толмачев В. В.** Конвективная диффузия в системе периодически расположенных сфер при малых числах Рейнольдса.— ПМТФ, 1966, № 5.
5. **Левич В. Г.** Физико-химическая гидродинамика. М., Физматгиз, 1959.
6. **Хаппель Д., Бреннер Г.** Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. М., «Мир», 1976.
7. **Kuwabara** S. The forces experienced by randomly distributed parallel circular cylinders or spheres in viscous flow at small Reynolds numbers.— «J. Phys. Soc. Japan», 1959, vol. 14, N 4.
8. **Hasimoto H.** On the periodic fundamental solutions of the Stokes equations and their application to the viscous flow past a cubic array of spheres.— «J. Fluid Mech.», 1958, vol. 5.
9. **Бердичевский В. Л.** Об осреднении периодических структур.— ПММ, 1977, т. 41, вып. 6.