Теплофизика и аэромеханика, 2006, том 13, № 2

УДК 532.526

РАСЧЕТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛН ТОЛЛМИНА–ШЛИХТИНГА В СЖИМАЕМОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ*

Г.В. ПЕТРОВ

Институт теоретической и прикладной механики им. С.А. Христиановича СО РАН, Новосибирск

Выполнены расчеты нелинейного развития пар косых волн Толлмина–Шлихтинга в пограничном слое на пластине при M = 2 с использованием нелокальных (параболизованных) уравнений устойчивости. Кроме таких волн во взаимодействии участвует порождаемая ими гармоника.

В работе [1] результат взаимодействия двух вынужденных линейных волновых возмущений пограничного слоя на пластине представляется также в виде волны $\mathbf{Y} = \mathbf{Z}\exp\left\{i\left(\int \alpha(x)\,dx + \beta z - \omega t\right)\right\}$, где $\mathbf{Y} = \mathbf{Y}(x, y, z, t)$ — вектор, компонентами которого являются возмущения скорости и других параметров течения; $\mathbf{Z} = \mathbf{Z}(x, y)$, t — время, x, y, z — декартовы координаты, i — мнимая единица, $\omega = \omega_1 + \omega_2$, $\beta = \beta_1 + \beta_2$, $\omega_{1,2}$, $\beta_{1,2}$ — частоты и волновые числа внешних возмущений (вещественные константы). Уравнение для $\mathbf{Z}$ имеет вид $\mathbf{LZ} = \mathbf{N}(\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2)\exp\left\{i\int(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha)\,dx\right\}$, где $\mathbf{L}$ — линейный параболизованный оператор, компоненты вектора $\mathbf{N}$ суммируются из членов, содержащих произведения $\tilde{a}_1\tilde{b}_2$ компонентов векторов $\mathbf{Z}_1$ и $\mathbf{Z}_2$ исходных возмущений. Функция $\alpha(x)$ вычисляется с условием затухания возмущения вне пограничного слоя, и, в отличие от случая параллельного течения, соотношение $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$ выполняется лишь приближенно.

Без каких-либо изменений метод, описанный в работе [1], может быть использован в случае пары собственных, а не вынужденных, инициирующих возмущений. Но в отличие от [1] в настоящей работе рассматривается также обратное воздействие на волны Толлмина–Шлихтинга. Используются уравнения:

$$\mathbf{L}_j\mathbf{Z}_j = \mathbf{N}(\mathbf{Z}_3, \bar{\mathbf{Z}}_k)\exp\left\{i\int(\alpha_3 - \bar{\alpha}_k - \alpha_j)\,dx\right\}, \quad j = 1, 2;\ k = 3 - j,$$

$$\mathbf{L}_3\mathbf{Z}_3 = \mathbf{N}(\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2)\exp\left\{i\int(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3)\,dx\right\},$$

основанные на том, что как $\mathbf{Y}_k$, так и комплексно-сопряженный вектор $\bar{\mathbf{Y}}_k$ представляют одну и ту же волну. Соответственно параметры ω_k, α_k, β_k нелинейного оператора $\mathbf{N}$ в первых двух уравнениях меняются на $-\omega_k$, $-\bar{\alpha}_k$, $-\beta_k$.

---

* Работа выполнена при финансовой поддержке Президента РФ (грант НШ № 2005-РИ-112/001/742) и РФФИ (гранты № 05-01-00079, 05-01-00176).

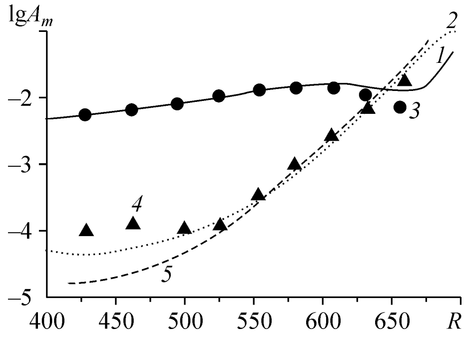

Рис. 1. Наибольшие амплитуды возмущения потока массы при М = 0,01.

ω = 12,4·10^{-5}, β = 0 (*1*, *3*); ω = 6,2·10^{-5}, β = = ±32·10^{-5} (*2*, *4*, *5*); эксперимент [2] (*3*, *4*); расчеты [3] (*5*).

Для решения приведенной системы на каждом шаге маршевой схемы осуществляется круговой итерационный процесс, в ходе которого нелинейные члены вычисляются по результатам предыдущей итерации, что позволяет решать эти уравнения для отдельно взятых векторов $\mathbf{Z}_j$ по очереди.

Очевидно, что описанным методом из [1] можно решать также задачу взаимодействия трех волн Толлмина–Шлихтинга при условии $\alpha_3 \approx \alpha_1 + \alpha_2$. Для проверки метода выполнены расчеты для числа Маха М = 0,01, частоты плоской волны ω = 12,4·10^{-5}, волновых чисел субгармоник (волн с половинной частотой) β = ±32·10^{-5}. Значения ω и β обезразмерены на u_∞^2/ν_∞ и u_∞/ν_∞ соответственно, где u — продольная составляющая скорости, ν — кинематическая вязкость, индекс $_\infty$ относится к значениям величин в набегающем потоке.

Результаты, приведенные на рис. 1, представляют зависимость наибольших по сечениям пограничного слоя x = const значений A_m относительных амплитуд возмущения потока массы $A = |\rho\hat{u} + u\hat{\rho}|/(\rho_\infty u_\infty)$ от $R = \sqrt{u_\infty x/\nu_\infty}$, где ρ — плотность, $\hat{\rho}, \hat{u}$ — возмущения в комплексном представлении. Они согласуются с экспериментальными данными [2] несколько лучше, чем теоретические результаты из [3] (см. также обзор [4]).

Расчеты при М = 2 выполнены для совершенного газа с отношением теплоемкостей γ = 1,4, вязкостью, определяемой законом Саттерленда, с постоянной T_s = = 110 K. Температура торможения потока T_0 = 310 K, пластина теплоизолированная.

Эксперименты с контролируемыми возмущениями обычно проводятся при довольно больших (порядка 1 %) начальных амплитудах. Однако наибольший интерес при исследовании перехода течения в турбулентное состояние представляют возмущения значительно меньших начальных амплитуд, определяемых восприимчивостью течения к естественным внешним возмущениям. Причем нарастание возмущений в направлении их распространения должно быть достаточно большим, чтобы достичь интенсивности, при которой проявляется нелинейность. По линейной теории устойчивости наибольшего роста при М = 2 достигают возмущения достаточно низкой частоты, волновые векторы которых направлены под углом примерно 60° к направлению потока.

Кривая *1* на рис. 2 соответствует симметричной паре волн Толлмина–Шлихтинга с параметрами $\omega_{1,2} = 10^{-5}$, $\beta_{1,2} = 4\cdot 10^{-5}$ и значением амплитуды в точке начала ее

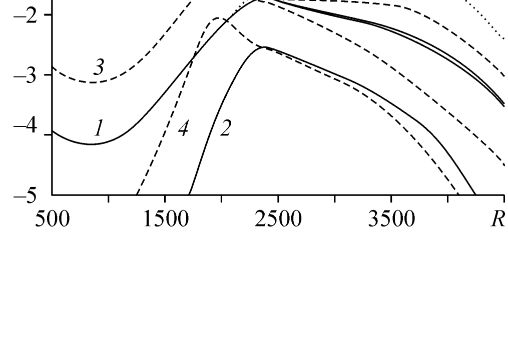

Рис. 2. Наибольшие амплитуды возмущения потока массы при М = 2 и разных начальных амплитудах.

ω = 10^{-5}, β = ±4·10^{-5} (*1*, *3*); ω = 2·10^{-5}, β = 0 (*2*, *4*); линейная теория (*5*).

нарастания $A^* = \min\left[A_m(R)\right]$, равным $6{,}56\cdot10^{-5}$, а кривая *2* — порожденной их взаимодействием волне с параметрами $\omega_3 = 2\cdot10^{-5}$, $\beta_3 = 0$ и нулевой начальной амплитудой. Отметим, что последняя не является волной Толлмина–Шлихтинга: ее фазовая скорость $c = \omega/\mathrm{Re}(\alpha)$ практически совпадает с фазовой скоростью инициирующей пары волн и имеет, например, при R = 1400 значение 0,45, тогда как соответствующее значение для плоской волны Толлмина–Шлихтинга равно 0,55 и не может быть меньше, чем 1 − 1/М = 0,5. Кроме того, по линейной теории плоская волна при М = 2 растет очень медленно. Попытки включить ее в волновую триаду вместо порождаемой волны приводят к тому, что, когда амплитуды этих волн сравниваются, компьютерная программа переходит к расчету порождаемой волны с соответствующим скачком фазовой скорости.

Сравнение с результатами линейной теории (кривая *5*) показывает, что уже при заданном уровне взаимодействие возмущений приводит к значительному ограничению роста амплитуд.

На порядок большим начальным амплитудам соответствуют кривые *3*, *4* на рис. 2. Видно, что линия *3* разветвляется, т. е. симметрия начального возмущения нарушается.

На рис 3, 4 представлены возмущения, инициированные также двумя косыми волнами Толлмина–Шлихтинга, но одна из них имеет в два раза большую частоту $\omega_2 = 2\omega_1$ и волновое число $\beta_2 = -2\beta_1$. Сплошные и штриховые линии на рис. 3 соответствуют начальным амплитудам приблизительно $6{,}5\cdot10^{-5}$ (кривые *1*, *2* на рис. 3, *a*) и $3{,}3\cdot10^{-5}$ (кривые *4*, *5* на рис. 3, *b*). Кривая *1* показывает, что до значений $R \approx 3100$ основная волна развивается в соответствии с линейной теорией, представленной кривой *7* на рис. 3, *a*. При уменьшении начальных амплитуд в два раза это соответствие (кривая *4*) сохраняется на всем протяжении пластины, т. к. амплитуды возмущений кратных частот, представленные кривыми *5*, *6*, достаточно малы. В первоначальном же случае они (кривые *2*, *3*) достигают и превышают значение амплитуды возмущения основной частоты, которое затем также начинает нарастать.

Аналогичная ситуация представлена на рис. 1, но обгоняющими по амплитуде здесь являются не гармоники, а волны половинной частоты (субгармоники). В [5] и последующих исследованиях резонансных триад волн Толлмина–Шлихтинга такое их развитие трактуется как начало перехода пограничного слоя в турбулентное состояние. В настоящей работе рассматривается взаимодействие

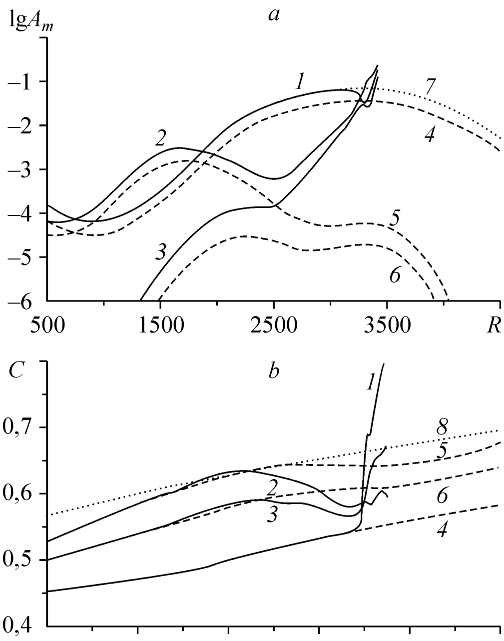

Рис. 3. Наибольшие амплитуды возмущения потока массы (*a*) и фазовые скорости (*b*) при М = 2 и разных начальных амплитудах.

$\omega = 10^{-5}$, $\beta = 4\cdot10^{-5}$ (*1, 4, 7* — линейная теория); $\omega = 2\cdot10^{-5}$, $\beta = -8\cdot10^{-5}$ (*2, 5*); $\omega = 3\cdot10^{-5}$, $\beta = -4\cdot10^{-5}$ (*3, 6, 8* — линейная теория).

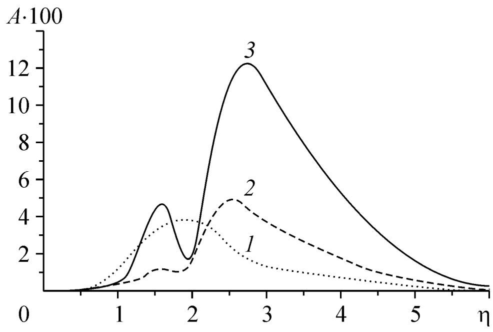

Рис. 4. Профили амплитуды возмущения потока массы при M = 2.
$\omega = 10^{-5}$, $\beta = 4{\cdot}10^{-5}$, $A^* = 6{,}5{\cdot}10^{-5}$. R = 3238 (*1*), 3305 (*2*), 3358 (*3*).

произвольных пар волн Толлмина–Шлихтинга и этот эффект обнаружен при начальном уровне возмущения, почти на два порядка меньшем, чем ранее.

Сравнение фазовых скоростей, представленных на рис. 3, *а*, указывает на то, что порожденная волна (кривая *3*) значительно отличается от волны Толлмина–Шлихтинга с теми же параметрами (кривая *8*). Заметно сближение фазовых скоростей гармоник (кривые *2*, *3*) с фазовой скоростью основной волны при больших R вплоть до начала быстрого роста амплитуды последней. Этот рост сопровождается резким увеличением фазовой скорости основной волны, а также видимым на рис. 4 (где $\eta = \sqrt{u_\infty/(v_\infty x)}\int_0 (\rho/\rho_\infty)\,dy$ — переменная подобия пограничного слоя) смещением пика амплитуды к границе пограничного слоя и появлением второго пика.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Петров Г. В.** Акустическое возбуждение волны Толлмина–Шлихтинга в сжимаемом пограничном слое на шероховатой пластине // Теплофизика и аэромеханика. — 2005. — Т. 12, № 2. — С. 209–218.
2. **Качанов Ю. С., Левченко В. Я.** Резонансное взаимодействие возмущений при переходе к турбулентности в пограничном слое // ИТПМ РАН, Препринт № 10 – 82. — Новосибирск, 1982. — 55 с.
3. **Herbert T.** Analysis of the subharmonic route to transition in boundary layers // AIAA Paper. — No. 84–0009, 1984.
4. **Kachanov Y. S.** Physical mechanisms of laminar-boundary-layer transition // Annu. Rev. Fluid Mech. — 1994. — Vol. 26. — P. 411–482.
5. **Володин А. Г., Зельман М. Б.** Трехволновое резонансное взаимодействие возмущений в пограничном слое // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. — 1978. — № 5. — С. 78–84.

Статья поступила в редакцию 21 ноября 2005 г.