

# ПЕРЕСМОТР КОНЦЕПТУАЛЬНОЙ МОДЕЛИ МЕХАНИЗМА ГОРЕНИЯ В ЖИДКОСТНОМ РАКЕТНОМ ДВИГАТЕЛЕ НА ОСНОВЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫСОКОИНФОРМАТИВНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ. I. ОБЗОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РАБОТ

В. В. Белый, Д. С. Жук, В. В. Соловьев\*

Институт нефтехимического синтеза им. А. В. Топчиева РАН, 117912 Москва

\* НПО ЭНЕРГОМАШ им. В. П. Глушко, 141400 Химки-1 Московской обл.

В процессе поиска источников нерегулярного, стохастического возбуждения вибрационного горения в жидкостных ракетных двигателях различных типов с применением ряда независимых высокоЗинформативных экспериментальных методов выявлена группа явлений (названная параметрической неустойчивостью), которая несовместима с традиционной концептуальной моделью механизма горения в данных объектах. Необходим пересмотр этой модели.

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе подводятся итоги многолетних исследований механизма горения в жидкостном ракетном двигателе (ЖРД) на уровне соответствующей концептуальной модели [1]<sup>1</sup>. Эти исследования получили заинтересованную поддержку со стороны В. П. Глушко (без чего они вообще не могли состояться).

Научный руководитель темы — В. В. Белый; Д. С. Жук и В. В. Соловьев — соруководители по ряду крупных ее разделов. В работе принимали участие сотрудники двух упомянутых организаций, а также Института проблем механики АН СССР и некоторых отраслевых НИИ и КБ. Результаты исследований опубликованы в некоторых ведомственных изданиях и лишь отдельные фрагменты напечатаны в общедоступных академических журналах (см. [12–16]).

В первой части статьи дана сводка основных экспериментальных результатов, полученных с применением ряда высокоЗинформатив-

ных методов. Эти результаты несовместимы с традиционной концептуальной моделью горения в ЖРД и, следовательно, указывают на необходимость ее переработки.

Хотя исследования по данной теме носили фундаментальный характер, интерес к ним не был чисто академическим. В период интенсивных работ по созданию ЖРД различной мощности и назначения практически в каждом конкретном случае возникала задача борьбы с динамической неустойчивостью рабочего процесса (имеются в виду различные формы вибрационного горения). Особое, «злокачественное» свойство этого явления состоит в том, что его возникновение нередко носит нерегулярный, стохастический характер при одном и том же комплексе контролируемых условий: конструкция двигателя (зафиксированная в соответствующей технической документации), суммарный расход топлива, исходная температура его компонентов, коэффициент избытка окислителя.

Было время, когда внезапное появление динамической неустойчивости всякий раз пытались объяснить какими-либо конкретными причинами; теперь признано, что статистическое начало органически присуще ЖРД как физико-химическим объектам. И, в частности, понимание этого факта лежит в основе термина «статистическая неустойчивость ЖРД», введенного американскими специалистами [2, с. 39].

Наиболее понятная причина статистической неустойчивости ЖРД — технологический

<sup>1</sup> Понятие «концептуальная модель» является одним из центральных в общей теории научного моделирования [1]. Воздерживаясь от подробного изложения работы [1], отметим, что построение концептуальной модели представляет собой процесс формирования некоторой системы представлений на основе первоначально разрозненных, «неорганизованных» результатов наблюдений — системы, пусть даже не раскрывающей причинно-следственных связей. В качестве примера в [1] приведена система Коперника. Математическое моделирование в этой области стало возможным лишь с открытием законов Ньютона.

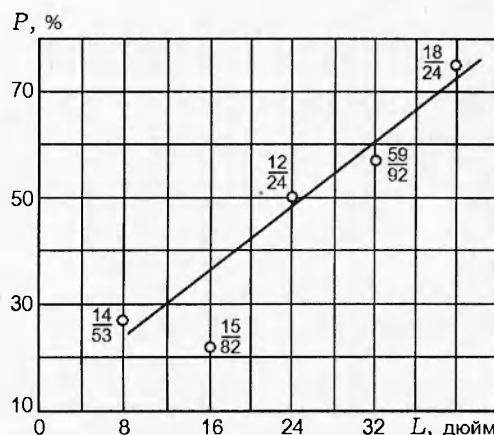


Рис. 1. Эмпирическая вероятность возбуждения вибрационного горения в одном экземпляре ЖРД в зависимости от длины цилиндрической части камеры сгорания:

по оси ординат отложено отношение числа экспериментов, в которых возникали вибрации, к их общему числу; топливо — смесь азотной кислоты и углеводородного горючего; дроби над кривой — число опытов с вибрациями, отнесенные к полному числу опытов [3, фиг. VI.25]

разброс производства серийных двигателей — явно не исчерпывает проблему: неоднократно отмечалось статистическое поведение в отношении динамической устойчивости отдельного экземпляра ЖРД при многочисленных его испытаниях без следов разрушения конструкции. Один из любопытных примеров показан на рис. 1, который воспроизведен из [3, фиг. VI.25].

Существенно, что упомянутый стохастизм никак не вытекал из традиционной концептуальной модели механизма горения в ЖРД, построенной еще на заре развития этой отрасли техники и приобретшей силу стереотипа мышления не для одного поколения специалистов. И в новейшем среди изданных в России учебников эта модель представлена в ее «первозданном» виде [4, с. 216].

Не вызывает сомнений та часть традиционной модели, которая объясняет уникально высокую интенсивность горения на единице объема реактора наличием рециркуляции газов в зоне у форсунок — рециркуляции, которая переносит горячие продукты сгорания вверх по основному потоку и обеспечивает прогрев и поджигание капель поступающего топлива. А вот на существенный вопрос: каким образом формируются рециркуляционные потоки (их называют еще противотоками) — да-

вался, как теперь ясно, ошибочный ответ, основанный, в сущности, на аналогии с газовым или водоструйным эжекторами, рабочий процесс в которых динамически устойчив (с точностью до относительно малых широкополосных турбулентных пульсаций) и целиком определяется условиями на входе и выходе из эжектора [5].

Такая концептуальная модель полностью (с точностью до турбулентных пульсаций) снимает в данном приложении проблему существования и единственности стационарного процесса горения в ЖРД: все как-будто определяет комплекс контролируемых условий.

Чтобы указать источник стохастичности в части возбуждения динамической неустойчивости ЖРД, большинство исследователей в России и за рубежом не стали пересматривать традиционную концептуальную модель горения в ЖРД, а решили дополнить ее еще одной (также традиционной) моделью. Существуют нелинейные динамические системы, устойчивые к слабым возмущениям, однако способные переходить в режим автоколебаний под действием сильных возмущений (так называемые «жесткие системы»). Применить такие представления к ЖРД позволяли два обстоятельства. Во-первых, здесь динамическая неустойчивость горения нередко возникает под воздействием возмущений от импульсных устройств [2]. Во-вторых, в камерах сгорания ЖРД всегда содержится широкополосный случайный шум конечной интенсивности.

Этот способ рассуждений также приобрел силу стереотипа; на нем основано подавляющее большинство публикаций в научных изданиях по данной теме (см., например, [2, 6]).

К настоящему времени в России и за рубежом выполнено большое число экспериментов по импульльному возбуждению ЖРД. На рис. 2 условно показаны основные разновидности осциллограмм пульсаций внутрикамерного давления, встречающиеся на практике при испытаниях ЖРД импульсным методом. Концепции жесткого возбуждения хотя бы не противоречат осциллограммы типа изображенной на рис. 2, а: автоколебания развиваются сразу же за подачей импульса (момент времени  $t_0$ ) от уровня, достигаемого за счет воздействия импульса в начальный момент. Все другие примеры несовместимы с концепцией жесткого возбуждения, причем в них можно усмотреть параметрические эффекты с характерными временами, которые на практике могут многократ-

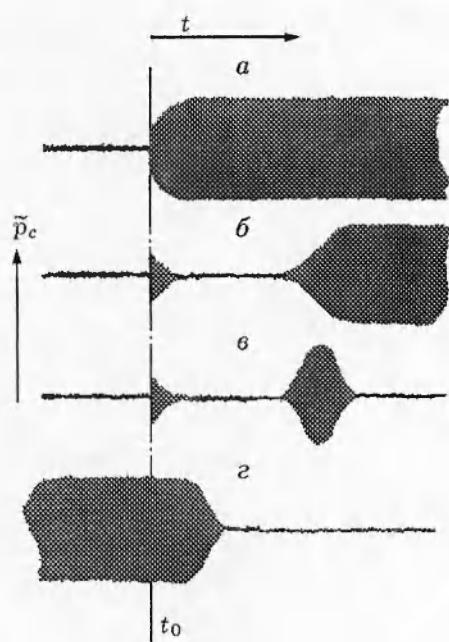


Рис. 2. Основные разновидности осциллограмм пульсаций внутrikамерного давления, встречающиеся при испытаниях ЖРД импульсным методом

но превышать известные характерные времена рабочего процесса ЖРД.

Оказалось также, что вибрационное горение в ЖРД можно вызвать не только импульсным методом, но и методом направленного вдува газа (НВГ) [2, с. 792]. При этом вообще не возникает сколько-нибудь ощутимых выбросов внутrikамерного давления. Особо отмечается факт медленного (в масштабах известных характерных времен процесса) развития неустойчивости при испытаниях ЖРД методом НВГ. Однако никто не пытался интерпретировать этот факт.

В литературе, в частности в [2], указаны и некоторые другие экспериментальные данные, несовместимые с традиционной концептуальной моделью динамически устойчивого горения в ЖРД, однако речь идет только о констатации фактов без обсуждения их природы.

#### ОБЗОР РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫСОКОИНФОРМАТИВНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Авторы настоящей статьи впервые усомнились в справедливости традиционной концептуальной модели механизма динамически

устойчивого горения в ЖРД при проведении экспериментального исследования, первоначально не связанного с обсуждаемой здесь темой. В 1955 г. была поставлена задача раскрыть парадокс, заключающийся в том, что в ЖРД с вытеснительной системой подачи (т. е. при сравнительно невысоких значениях внутrikамерного давления) наблюдалось существенное влияние химических свойств топлива на низкочастотную устойчивость горения, в то время как ввиду высокой температуры газов (3000 К и выше) процесс явно должен протекать не в кинетической, а в диффузационной области.

Выполнение такой работы в части выбора подходящей брутто-кинетической характеристики процесса горения было подготовлено предшествующим развитием теории динамической неустойчивости ЖРД, прежде всего, ее низкочастотной формы с обратной связью по расходу топлива [6]. Здесь все сложности описания процесса горения в ЖРД были обойдены использованием одного брутто-кинетического параметра — времени запаздывания горения  $\tau_b$ . Более того, американские исследователи во главе с Л. Крокко как будто бы разработали методику измерения названного параметра [7]. Именно эту методику первоначально предполагалось воспроизвести для выполнения упомянутого исследования.

Для этой работы<sup>2</sup> был создан лабораторный ЖРД с внутренним диаметром секционированной камеры сгорания 45 мм при минимальной длине 150 мм, в котором можно было применять форсуночные головки различного типа. Все эксперименты выполняли при одном и том же расходе окислителя (0,1 кг/с) и стехиометрическом соотношении расходов компонентов топлива. В качестве топлив с близкими физическими, но существенно разными химическими свойствами использовали концентрированную азотную кислоту (окислитель) и ряд ракетных горючих, самовоспламеняющихся с азотной кислотой и не самовоспламеняющихся. Крайние места в списке горючих занимали несимметричный диметилгидразин (НДМГ) и авиационный керосин Т-1. Давление в камере сгорания изменяли подбором сопла с необходимой площадью критического сечения при одновременном согласованном выборе давления подачи топлива.

<sup>2</sup> Исследование выполнили В. В. Белый, А. И. Грицук, Д. С. Жук, Л. В. Бренев, С. Джалаев, А. М. Савкин. Работа завершена в 1960 г.

Первые же эксперименты показали, что методика [7], вообще говоря, несостоятельна. Дело в том, что в ее основу была положена выдвинутая Л. Крокко [8, 9] концептуальная модель внутрикамерной низкочастотной неустойчивости горения в ЖРД. Эта модель основана на представлении о взаимодействии низкочастотных колебаний давления в камере сгорания с «чувствительной частью» времени запаздывания. Математически модель оформлялась в виде соответствующего уравнения, справедливость которого не была подтверждена экспериментально. Тем не менее авторы методики [7] использовали это уравнение для получения конечного результата — измерения параметра  $\tau_b$ . В ходе экспериментов мы убедились в неадекватности теории низкочастотной внутрикамерной обратной связи [8, 9] реальному положению вещей.

Сохранив основной принцип методики (измерение реакции внутрикамерного давления на относительно малые возмущения, накладываемые на расход топлива), мы изменили форму вводимых возмущений расхода топлива, что позволило применить иной способ обработки экспериментальных результатов, при котором достоверность конечных данных зависела только от состоятельности одного достаточно общего предположения, поддающегося проверке в каждом эксперименте.

Еще одна особенность усовершенствованной методики состояла в том, что она позволяла характеризовать брутто-кинетику горения в каждом случае не параметром  $\tau_b$  — временем запаздывания горения, а более информативно: кривой выгорания во временном представлении  $\psi(\tau, t)$  — безразмерной степенью сгорания (газификации) малой порции топлива, поступившей из форсунок в момент  $t - \tau$ , к моменту текущего времени эксперимента  $t$ . В рамках теории внутрикамерной низкочастотной неустойчивости ЖРД [8] время  $\tau_b$ , как нетрудно показать, это параметр функции  $\psi$ , который определяется выражением

$$\tau_b(t) = \int_0^t \frac{\partial \psi(t, \tau)}{\partial \tau} d\tau.$$

Для  $\tau_b$  при постоянном расходе топлива сохраняет силу изящная формула Л. Крокко [8]:  $\mu_b = -d\tau_b/dt$ , где  $\mu_b(t)$  — безразмерные колебания мгновенной скорости горения:

$$\mu_b(t) = \frac{\dot{m}_b(t) - \bar{m}_b}{\bar{m}_b},$$

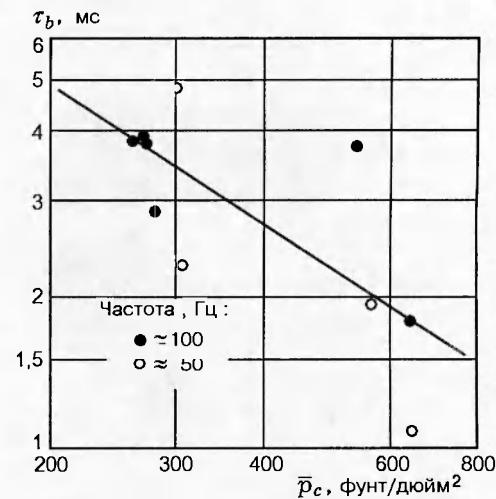


Рис. 3. Зависимость  $\tau_b(p_c)$ :

[займствовано из [9, фиг. IV]]

причем  $\dot{m}_b(t)$  — абсолютное значение массовой скорости сгорания, чертой сверху здесь и далее обозначены средние по времени значения соответствующих величин. Сохраняет силу также динамическое уравнение для низкочастотной области при постоянном расходе топлива:

$$\theta_g \frac{d\varphi}{dt} + \varphi = \frac{d\tau_b}{dt}. \quad (1)$$

где  $\theta_g$  — время пребывания газов в камере сгорания<sup>3</sup>,  $\varphi(t)$  — безразмерное значение колебания давления в камере:

$$\varphi(t) = \frac{p_c(t) - \bar{p}_c}{\bar{p}_c},$$

где  $p_c(t)$  — мгновенное значение давления в камере сгорания,  $\bar{p}_c$  — среднее по времени давление в камере.

С помощью такой усовершенствованной методики главная цель работы была достигнута. Однако одновременно выяснились обстоятельства, имеющие прямое отношение к обсуждаемой здесь теме.

(а) В работе [7] результаты измерений оказались подверженными статистическому разбросу, соизмеримому (в среднеквадратичном) с осредненными значениями измеряемой величины (рис. 3). Авторы [7] объяснили такой разброс инструментальными причинами.

<sup>3</sup> Величину  $\theta_g$ , равную отношению массы темодинамически равновесных продуктов сгорания в объеме камеры к расходу топлива, нетрудно рассчитать.

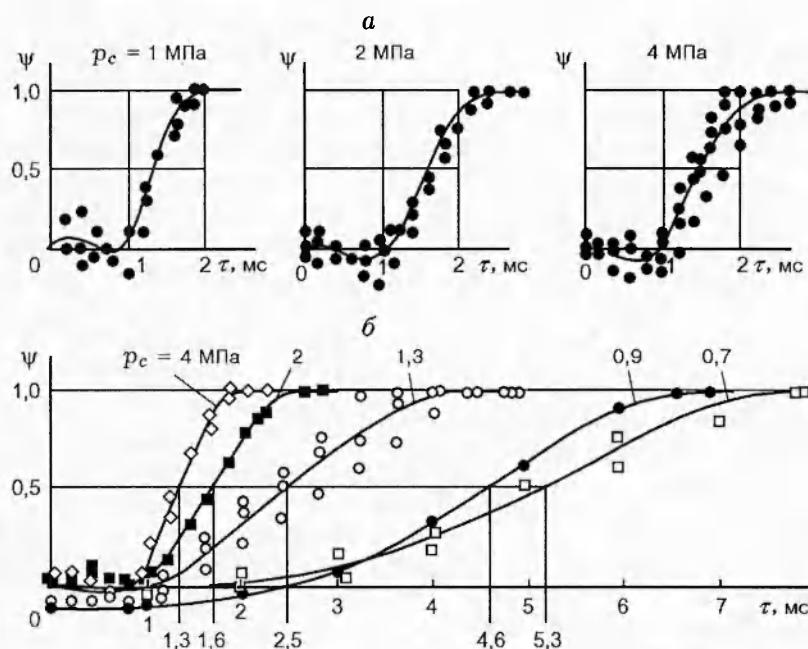


Рис. 4. Эмпирические кривые выгорания для азотнокислотного топлива с горючими НДМГ (а) и керосином Т-1 (б) при разных значениях внутрикамерного давления: расход топлива всюду один и тот же

В обсуждаемом здесь исследовании инструментальные ошибки были минимизированы. Был выявлен и изучен количественно источник оставшихся статистических ошибок измерений кривых выгорания. Оказалось, что этот источник — собственные шумы в камере сгорания. Для снижения ошибок применили наиболее совершенный метод осреднения результатов в пределах каждого огневого эксперимента — метод когерентного накопления. Более чем в 90 % случаев реальный статистический разброс результатов измерений соответствовал ожидаемому.

Чтобы судить о достигнутой в большинстве экспериментов статистической точности измерений кривых выгорания, мы сочли целесообразным привести здесь соответствующий пример (рис. 4) для двигателя, содержащего одну центробежную двухкомпонентную форсунку с внутренним смешением<sup>4</sup>; кривые относятся к горючим НДМГ и Т-1 при различных

уровнях полного давления в камере (а следовательно, при различных плотностях продуктов сгорания, их энталпиях на единицу объема, скоростях движения и др.)<sup>5</sup>.

Однако часть результатов грубо выпадала по уровню статистических ошибок из теоретически ожидаемого, причем всегда в одну сторону — двух-, трехкратного завышения оценки величины  $\tau_b$ . Такие результаты явно не принадлежали соответствующей генеральной совокупности. Разделяя в то время детерминистский подход к вопросу о механизме горения в ЖРД, авторы пытались объяснять этот феномен отдельными нарушениями работоспособности экспериментальной установки. Подобные результаты «выбраковывали», и всякий раз установку, включая эксперимен-

<sup>5</sup> В результате осреднения по сотням оценок кривых выгорания статистически достоверно установлено, что на начальных участках этих кривых значения  $\psi$  заходят в отрицательную область. Это понятно, если учесть, что вновь поступившая из форсунок порция топлива сначала отнимает тепло от газов, т. е. порождает «отрицательную газификацию». Отметим также, что до настоящей публикации кривые выгорания в ЖРД приводили только в абстрактном виде — без экспериментальных данных.

<sup>4</sup> Путем длительной отработки элементов конструкции этой форсунки удалось обеспечить абсолютную акустическую устойчивость горения в данном модельном ЖРД на всех горючих в диапазоне внутрикамерных давлений 1–4 МПа.

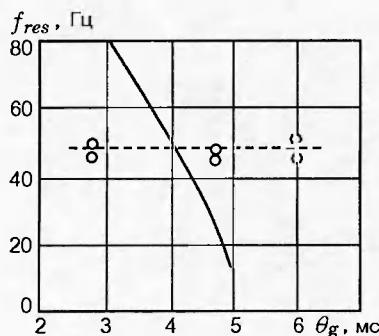


Рис. 5. Зависимость частоты собственных низкочастотных «внутрикамерных» колебаний от времени пребывания газов в камере сгорания:  
сплошная линия — теория, штриховая — эксперимент

тельный ЖРД, перебирали. Но в подавляющем большинстве подобных ситуаций никаких реальных признаков аварийного состояния установки обнаружено не было. Лишь со временем завершения работы авторы вынуждены были прийти к заключению, что в данном ЖРД при фиксированном комплексе контролируемых условий могут стохастически реализоваться разные динамически устойчивые режимы горения с разными кривыми выгорания. (На заключительном этапе работ по данной теме иным методом были получены экспериментальные данные, окончательно подтвердившие это мнение — см. ниже.)

Так впервые пришли к постановке проблемы единственности процесса горения в ЖРД при данном комплексе контролируемых условий.

(б) Экспериментальная установка для этой работы позволяла измерять собственные частоты системы недалеко от границы внутрикамерной низкочастотной неустойчивости методом малых возмущений. Была изучена зависимость этих частот от термодинамической константы двигателя — времени пребывания газов в камере сгорания  $\theta_g$ . При этом величину  $\theta_g$  изменяли только за счет длины камеры сгорания. Результаты, в которых использованы эмпирические данные о  $\tau_b$  и собственных частотах  $f_{res}$ , а также расчетные данные для тех же условий, полученные по теории [8, 9], сопоставлены на рис. 5. Как видно, расхождение имеет принципиальный характер.

Нетрудно доказать, что очевидный из рис. 5 факт независимости собственных частот от времени  $\theta_g$  в условиях этих экспери-

ментов несовместим с концептуальной моделью Л. Крокко относительно механизма внутрикамерной низкочастотной неустойчивости ЖРД — в той части, которая касается определяющей роли воздействия колебаний давления (или других алгебраически связанных с ним параметров газа) на время запаздывания<sup>6</sup>.

Поиски альтернативного механизма внутрикамерной низкочастотной обратной связи, не вступающего в противоречие с экспериментальной зависимостью рис. 5, привели к следующему предварительному выводу, оказавшему влияние на всю дальнейшую работу по теме: всё как будто бы становится на место, если заменить «активное начало» в цепи обратной связи — колебания давления — иным действующим фактором: колебаниями мгновенной скорости горения  $\dot{\tau}_b(t)$  [8, 9], которые способны каким-то образом воздействовать на существенно непотенциальное, существенно трехмерное поле скорости движения газов в зоне горения и тем самым на мгновенное значение величины  $\tau_b$ . Тогда, по крайней мере, понятно, почему параметр  $\theta_g$  не влияет на собственную частоту системы (если, конечно, длина камеры сгорания превышает некоторое минимальное значение). А наблюдавшиеся колебания давления есть всего лишь побочное следствие колебаний  $\dot{\tau}_b(t)$ .

Попутно отметим, что в отличие от концептуальной модели Л. Крокко, где активный фактор (внутрикамерное давление) есть обычная переменная, практически одинаковая всюду в камере сгорания, рассмотренная альтернативная модель не может быть математизирована одним обычным дифференциальным уравнением с запаздывающим аргументом.

Сказанное в п. (б) привело к мысли, что *поле рециркуляционных потоков в ЖРД, столь существенных с точки зрения брутто-кинетики процесса, при заданном режиме на входе определяется не одним только эжекционным эффектом, но и собственно горением*.

Именно результаты исследования, отраженные в пп. (а) и (б), легли в основу дальнейших работ по обсуждаемой теме.

Учитывая многообразие схем ЖРД («жидкость — жидкость», «газ — жидкость»,

<sup>6</sup> Поскольку этот принципиальный результат не был опубликован в общедоступных изданиях, до сего времени в литературе, включая наиболее современные учебники [4, с. 257], отражена ошибочная концепция Л. Крокко о механизме внутрикамерной низкочастотной неустойчивости ЖРД.

«газ — газ»), их конструкций и условий функционирования, экспериментальную часть исследования выполняли широким фронтом, причем во всех случаях (особенно применительно к натурным ЖРД большой мощности) наибольших усилий требовало преодоление трудностей методического характера. Только благодаря такому преодолению удалось установить существование при горении в ЖРД особого класса явлений, названных авторами «параметрическая неустойчивость ЖРД» (в отличие от неустойчивости динамической — см. выше). Дадим соответствующее общее определение.

*Параметрическая неустойчивость горения в ЖРД — это практически не проявляющиеся на осцилограммах внутрикамерного давления изменения параметров пространственно-временного распределения процесса горения (при данном комплексе контролируемых условий), соизмеримые со средними значениями тех же параметров.*

Нет ничего удивительного в том, что параметрическая неустойчивость оказалась вне поля зрения инженеров-испытателей ЖРД: они судят о характере протекания рабочего процесса преимущественно с помощью средств измерения давления или связанных с ним вибраций конструкции. Выявление параметрической неустойчивости ЖРД возможно лишь теми методами, которые позволяют прямо или косвенно обнаружить вариации пространственно-временной распределенности параметров горения.

Последнее утверждение едва ли может вызвать недоумение применительно к одной из обнаруженных форм параметрической неустойчивости ЖРД, а именно к той, при которой та или иная пространственно-временная картина горения стохастически возникает с момента запуска двигателя и далее остается неизменной при стационарном комплексе контролируемых условий. Ясно, что внутрикамерное давление в этом случае не будет изменяться в множестве экспериментов, если только полнота сгорания всегда практически одна и та же. Однако, как показали наши исследования (см. ниже), такая форма параметрической неустойчивости не единственная: бывает, что при стабильном комплексе контролируемых условий структура пламени и его динамические свойства стохастически изменяются во времени. Как же может быть, что такие изменения не проявляются на осцилограммах давления? Чтобы от-

ветить на этот вопрос, обратимся к уравнению (1), справедливость которого не подлежит сомнению<sup>7</sup>, и найдем частотно-амплитудную характеристику, которая связывает амплитуду вынужденных колебаний безразмерного давления в камере сгорания  $|\varphi(j\omega)|$  с заданной амплитудой колебаний  $\bar{\tau}_{ba}$  на той же частоте:

$$|\varphi(j\omega)| = \frac{\omega \bar{\tau}_{ba}(\omega)}{\sqrt{1 + \omega^2 \theta_g^2}},$$

где  $\omega$  — круговая частота. Из этой формулы следует, что величина  $|\varphi(j\omega)|$  стремится к нулю даже при наибольшем возможном амплитудном значении колебаний времени запаздывания горения  $\tau_b$  с уменьшением произведения  $\omega \tau_b$  по сравнению с единицей.

Этот в общем-то тривиальный теоретический результат не заслуживал бы упоминания, если бы экспериментальные исследования (см. ниже) не показали, что «нестационарные» формы параметрической неустойчивости горения в ЖРД осуществляются с характерными временами, которые соответствуют инфразвуковым частотам и, следовательно, всегда имеет место неравенство  $\omega \tau_b \ll 1$  (напомним, что величины  $\tau_b$  и  $\theta_g$  порядка  $10^{-3}$  с).

Сказанного достаточно, чтобы понять, почему различные формы параметрической неустойчивости не были обнаружены инженерами-испытателями ЖРД. Но непонятно, отчего данная группа явлений не была выявлена в многочисленных исследовательских лабораториях в России и за рубежом (за исключением, естественно, организаций-соисполнителей данной темы), где применяли достаточно информативные экспериментальные методы.

Однако дело обстоит не совсем так. В этом отношении имеются отдельные исключения, среди которых следует назвать работу [10]. Ее авторы обнаружили возможность существования двух режимов горения практически с одной и той же полнотой процесса при неизменном комплексе контролируемых условий, правда, в камере со стабилизирующей решеткой, похожей скорее на воздушно-реактивный двигатель, чем на ЖРД. (Последнее обстоятельство породило иной принцип подхода к объяснению данного явления, чем излагаемый в настоящем сообщении.) Отметим также, что средством обнаружения двух режимов горения здесь служили термопары, вводимые во внутрикамерную среду.

<sup>7</sup> Здесь еще не раскрыт механизм внутрикамерной обратной связи.

Однако видна и еще одна причина почти полного отсутствия в основном потоке научной литературы сведений о параметрической неустойчивости горения в ЖРД. С начала 50-х годов был выполнен ряд методических разработок для лабораторных исследований пространственно-временного распределения горения в ЖРД. Однако в большинстве случаев авторы не отдавали себе отчета в том, что изучают существенно стохастический объект, для которого вопрос о статистических ошибках измерений должен ставиться по-особому: необходимо различать, в какой мере наблюдаемый разброс результатов обусловлен именно ошибками, а в какой — стохастичностью самого объекта. Последнее тем более существенно, что исследователи параметров пространственно-временного распределения горения в ЖРД столкнулись со статистическим разбросом экспериментальных данных, соизмеримым с осредненными значениями измеряемых величин. Вероятно, сказанное имеет отношение к работе [7]. Еще один пример: в экспериментальном исследовании [11], направленном на изучение пространственной распределенности горения в лабораторном ЖРД, автор также упоминает о значительном разбросе экспериментальных данных, но не обсуждает его источники и, приводя соответствующие осредненные кривые, изображает их вообще без экспериментальных точек.

При выполнении исследований в рамках обсуждаемой темы наибольших затрат времени и средств потребовало решение экспериментально-методических вопросов. Исполнителям темы чрезвычайно повезло в том отношении, что в составе группы все годы ее существования работал уникально одаренный лаборант-механик Алексей Михайлович Савкин. Благодаря ему удалось преодолеть многие трудности, которые сначала казались непреодолимыми. Авторы сохраняют благодарную память об этом замечательном человеке, недавно ушедшем из жизни.

Разработанные и использованные методы делятся на две группы. К первой группе относятся методы, обеспечивающие получение информации о пространственном и (или) временном распределении процесса горения, причем непрерывно по ходу огневого эксперимента.

**M1. Фотометрический метод.** Обеспечивает регистрацию во времени не только локальных интенсивностей горения, но и доста-

точно быстрое (до  $10^2$  кадр/с) их циклическое сканирование по длине камеры сгорания. Метод удалось реализовать применительно к лабораторным ЖРД схем «газ — жидкость» [12] и «газ — газ»<sup>8</sup>, на топливах, продукты сгорания которых прозрачны в видимой области спектра.

**M2. Микроволновый метод.** Локальная регистрация и циклическое сканирование по длине камеры посредством СВЧ-интерферометра ( $\lambda = 3$  см) сверхзвуковых электронных концентраций в малом серийном ЖРД (камера с радиопрозрачными окнами) на топливе НДМГ и азотный тетроксид (АТ) [13].

**M3. Метод восстановления переменной составляющей времени запаздывания горения  $\tau_b$  из магнитограмм давления в камере.** Основан на преобразовании низкочастотного компонента внутрикамерных шумов ЖРД любой мощности со стабильным режимом подачи топлива посредством линейного интегрального преобразования шумов

$$\theta_g \varphi(t) + \int_{t_0}^t \varphi(\eta) d\eta = -\tau_b(t) + \text{const},$$

которое получается интегрированием по текущему времени уравнения (1). Экспериментальное обоснование дано в [12].

В основе двух приводимых ниже методов лежит бесспорное положение общей теории вибрационного горения: в области динамической устойчивости собственные частоты и соответствующие им декременты затухания свободных колебаний в системе суть функционалы от пространственно-временного распределения процесса горения. Спонтанные (при фиксированном комплексе контролируемых условий) изменения параметров  $\delta_i$ ,  $f_i$  ( $\delta_i$  — логарифмический декремент затухания на собственной частоте  $f_i$ )косвенно свидетельствуют о параметрической неустойчивости процесса горения и, более того, могут служить (в первую очередь, отношение  $\sigma_\delta/\delta$ , где  $\sigma_\delta$  — среднеквадратичное отклонение параметра  $\delta$  от его среднего значения  $\delta$ ) мерой статистического запаса динамической устойчивости системы. Это в равной степени относится не только к акустическим, но и к низкочастотным формам собственных колебаний в ЖРД.

**M4. Пассивный (по собственным шумам ЖРД) метод наблюдения изменений декре-**

<sup>8</sup>Работа В. В. Белого, В. В. Буличева, Р. Д. Дулатова, В. В. Соловьева, А. М. Савкина; завершена в 1990 г.

мента затухания с применением автокорреляционного и некоторых других преобразований внутрикамерных шумов [14, 15]. Основное достоинство метода — возможность применения для любых ЖРД, снабженных малоинерционными датчиками внутрикамерных шумов. Недостаток — сравнительно высокая (порядка единиц секунд) инерционность непрерывных измерений декрементов затухания.

*M5. Метод вынужденных резонансных колебаний с автоподстройкой частоты.* Теоретические основы метода сформулированы в [16]. Реализация метода происходила поэтапно: сначала применительно к турбулентной газовой горелке<sup>9</sup>; далее — для изучения стохастического поведения рабочего процесса в серийном ЖРД малой тяги — по изменениям  $\delta_i$ ,  $f_i$  в низкочастотной области<sup>10</sup>; наконец, для регистрации декрементов затухания на акустических частотах камер сгорания ЖРД малой и средней мощности схем «жидкость — жидкость» и «газ — газ»<sup>11</sup>. Основное достоинство — сравнительно низкая инерционность измерений (порядка  $10^{-2}$  с). Недостаток — трудности технологического характера при реализации метода применительно к ЖРД большой мощности.

В некоторых исследованиях удалось одновременно применить две и более методические схемы из данного перечня.

Объем экспериментальной информации, накопленной за время выполнения темы, слишком велик, чтобы изложить его в журнальной статье. Здесь мы ограничимся обобщенными данными — в виде соответствующей системы

<sup>9</sup>Исполнители — В. В. Белый, И. Хегай, 1972 г. В качестве возбудителя колебаний давления в камере сгорания использовали электродинамический громкоговоритель с мембранным излучателем.

<sup>10</sup>Исполнители — В. В. Белый, Ю. П. Конин, А. В. Штейнман, 1974 г. В качестве возбудителя колебаний использовали разработанный авторами пневмометриггер с двумя устойчивыми состояниями, управляемый электрическими импульсами. Частотный диапазон работоспособности  $0 \div 300$  Гц.

<sup>11</sup>Исполнители — И. В. Бакинов, В. В. Белый, Е. П. Болотный, В. В. Буличев, Р. Д. Дулатов, Д. С. Жук, И. В. Россихин, В. В. Соловьев А. М. Савкин, 1984 г. На разных этапах работы в качестве источников акустических возмущений использовали проточный термофон, а также быстрорегулируемый газовый пульсатор (оригинальные разработки). Последняя разработка (в ее конкретном аппаратурном исполнении) позволяла, в принципе, выполнять эксперименты с камерами сгорания ЖРД объемом  $\approx 10$  л.

классификации — и приведем лишь отдельные примеры, которые, как нам представляется, заслуживают внимания.

Итак, в результате систематических экспериментальных исследований ЖРД разных схем, мощности и конструкций выявлены четыре формы параметрической неустойчивости горения.

(PIOS)<sup>12</sup>. Параметрическая неустойчивость в режиме запуска. После подачи команды на запуск ЖРД (независимо от способа воспламенения) в камере сгорания возникает переходный процесс, осложненный рядом стохастических явлений, который как бы заканчивается с установлением расчетного расхода топлива и уровня давления в камере. Однако, как выяснилось, этот переходный процесс в действительности может завершиться далеко не однозначно в отношении пространственно-временного распределения горения, а следовательно, и его динамической устойчивости к слабым возмущениям. Впервые это обнаружили в экспериментах, о которых было сказано выше. Но в них (как и в работе [10], выполненной значительно позднее) названная неоднозначность — это фактически двузначность. В лабораторном исследовании [12] обнаружили четыре качественно различающиеся формы горения в модельном ЖРД схемы «газ — жидкость» с одной форсункой при фиксированном комплексе контролируемых условий. Одна из этих форм сопровождалась возбуждением акустической неустойчивости горения на частоте первой продольной моды, которая существовала менее 10 с и исчезала параллельно с переходом кривой распределения интенсивности горения по длине камеры к наиболее эмпирически вероятному ( $\approx 90\%$ ) ее виду. В этих же экспериментах [12] впервые обнаружили форму параметрической неустойчивости горения в ЖРД, которую в дальнейшем будем обозначать символом RW.

Инженер-конструктор или испытатель ЖРД наверняка уловит связь PIOS с известным явлением акустической неустойчивости ЖРД в режиме запуска.

(PIRW). Случайные блуждания (random walk) параметров пространственно-временного распределения процесса горения с характерными временами порядка  $0,1 \div 1$  с. В работе [12] впервые были обнаружены изредка возникавшие с момента запуска интенсивные стохастические вариации структуры пламени с харак-

<sup>12</sup>Аббревиатура от английского «parametric instability on start».

терным временем порядка 1 с, которые непосредственно (в пределах точности измерений) не проявлялись в осциллографмах внутрикамерного давления. Поскольку в исследовании [12] для регистрации полного давления в камере использовали малоинерционный охлаждаемый датчик индуктивного типа (серийно выпускающийся датчик ДДИ-21 с преобразователем ИВП-2, разработка Н. С. Карягина), магнитограммы переменной составляющей давления, также впервые, были обработаны по методике МЗ. Выявленная переменная составляющая величины  $\tau_b$  была сопоставлена с результатами регистрации локальной интенсивности горения в тех же экспериментах. В итоге установлен факт четкой корреляции результатов регистрации двумя независимыми методами, который отмечен в [12].

С параметрической неустойчивостью RW столкнулись и в отдельных экспериментах в [13], причем и здесь характерное время случайных вариаций структуры пламени было порядка 1 с. Чтобы получить независимое подтверждение существования при горении в ЖРД внутрикамерных процессов со столь большими характерными временами, в работе [13] выполнили серию активных экспериментов, в ходе которых расход одного из компонентов топлива несколько раз на протяжении каждого эксперимента изменяли примерно в два раза посредством быстродействующего электрогидравлического клапана. Внутрикамерное давление реагировало на такие переключения практически безынерционно. Однако показания СВЧ-интерферометра (локальные измерения) при каждом переключении режима подачи имели экспонентоподобный вид, всякий раз с постоянной времени порядка 1 с.

Исследования [12, 13] были выполнены с малыми ЖРД схем «газ — жидкость» и «жидкость — жидкость» соответственно. У исполнителей не могло не возникнуть подозрения, что обнаруженные эффекты специфичны именно для малых двигателей с небольшим числом форсунок. Чтобы внести ясность в этот вопрос, в конце 60-х годов мы обратились за помощью к академику А. М. Исаеву, который занимался, в частности, созданием ЖРД средней мощности с вытеснительной системой подачи. Этот выдающийся конструктор и ученый проявил живой интерес к результатам работ [12, 13], и в руководимом им КБ было проведено три испытания одного типа серийных ЖРД средней мощности длительностью по 30 с по схеме, кото-

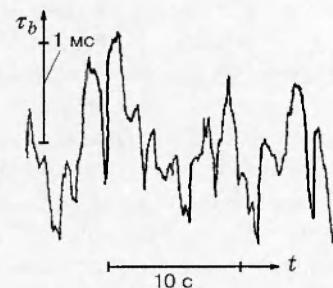


Рис. 6. Результат «восстановления» переменной составляющей времени запаздывания горения  $\tau_b(t)$  в одном из испытаний натурного ЖРД средней мощности:

среднее значение  $\tau_b$  неизвестно

рая обеспечивала анализ результатов методом МЗ. И в частности, компоненты топлива в каждом испытании подавали от запертых в ресиверных емкостях газовых подушек без каких-либо регуляторов расхода топлива<sup>13</sup>. Эксперименты выполнены в номинальном для данного ЖРД режиме подачи топлива, при котором двигатель абсолютно устойчив динамически.

Основной итог исследования состоял в том, что и в данном случае была обнаружена параметрическая неустойчивость горения RW со следующими количественными показателями: характерное время случайных блужданий величины  $\tau_b$  составило  $\approx 0,5$  с; среднеквадратичное отклонение величины  $\tau_b$  от ее среднего значения — около 0,3 мс. (Обе приведенные величины получены центрированием  $\tau_b(t)$  на интервале ее наблюдения ( $\approx 30$  с в каждом эксперименте) с последующей оценкой автокорреляционной функции. Среднеквадратичная статистическая точность составила  $\approx 10\%$ .) Фрагмент одной из полученных осциллографм блужданий времени  $\tau_b$  показан на рис. 6, где приведены также масштабы по обеим осям.

Очевидно, что случайные блуждания параметра  $\tau_b$  должны сопровождаться коррелированными с ними более или менее значительными случайными колебаниями декрементов затухания для собственных частот системы. При условии, что размах таких колебаний для декремента  $\delta_n$  соизмерим с его средним по времени значением, вероятность пересечения величиной  $\delta_n$  уровня  $\delta = 0$  в ту и другую сторо-

<sup>13</sup> В аппаратурном обеспечении исследования принимал активное участие создатель отечественных индуктивных датчиков давления для ЖРД Н. С. Карягин. Со стороны ИНХС АН СССР работали В. В. Белый и А. П. Рябцев.

ны может, вообще говоря, стать существенной. В такой ситуации следует ожидать хаотически распределенных во времени вспышек динамической неустойчивости на частоте  $f_n$ .

В связи со сказанным следует отметить, что хаотические вспышки и затухания акустической неустойчивости горения в ЖРД хорошо известны инженерам-испытателям; за ними закрепилось жargonное название «распушонки».

(PIRD). Случайный дрейф (*random drift*) декремента затухания для собственной частоты системы. Характерные времена порядка десятков — сотен секунд. Эту разновидность параметрической неустойчивости наблюдали при исследованиях некоторых мощных ЖРД (метод М4, см. [15]), а также в лабораторных условиях — в экспериментах с серийными микроЖРД, способными непрерывно функционировать на протяжении многих сотен секунд (методом М5 в низкочастотной области). В отдельных опытах было видно, как за счет данной формы параметрической неустойчивости происходило пересечение величиной  $\delta(t)$  уровня  $\delta = 0$  при фиксированном комплексе контролируемых условий. Это, естественно, сопровождалось возбуждением динамической неустойчивости.

(PISD). Параметрическая неустойчивость к сильным возмущениям (*strong disturbances*). Обнаружение этой разновидности параметрической неустойчивости горения в ЖРД позволило внести некоторую (хотя и не полную) ясность в понимание странной реакции ЖРД на создаваемые искусственно возмущения — 1) импульсные (см. рис. 2) и 2) методом НВГ. Выполнение соответствующего исследования стало возможным в результате создания метода М5 для акустических форм собственных колебаний в ЖРД с применением проточного термофона или быстрорегулируемого газового пульсатора. В первом случае объектом изучения был стандартный микроЖРД с расходом топлива (НДМГ + АТ) 15 г/с; штатная камера сгорания была заменена удлиненной до 100 мм (с целью увеличения акустической добротности) с тем же внутренним диаметром (20 мм). Во втором случае использовали экспериментальный ЖРД, который применяли для изучения кривых выгорания еще в конце 50-х годов (см. выше), также работающий на топливе НДМГ + АТ. В обоих случаях в процессе огневого эксперимента в камеру сгорания вблизи среза форсунки вводили импульсные возмущения от стандартного пиропатрона на прес-

сованном черном порохе ( $\approx 2$  г). В первом случае порох удаляли, оставляя только детонирующее электрозапальное устройство. Гармонические возмущения с резонансной (первая продольная акустическая мода) частотой вводили вблизи сопла. Поскольку на качественном уровне результаты оказались одинаковыми, проиллюстрируем их только на втором примере.

Сначала была выполнена серия опытов без включения импульсного устройства на топливе НДМГ + АТ при давлении в камере 3,3 МПа. От программного реле запускали модельный ЖРД. Электронная система автоподстройки частоты (САПЧ) практически сразу же настраивалась на акустическую частоту (первая продольная мода) функционирующей камеры сгорания. Примерно через 2 с от момента запуска разрывали обратную связь в САПЧ. Частота возмущений от пульсатора уходила из области резонанса, и датчик пульсаций давления в камере фиксировал только естественный внутрикамерный шум. Показания датчиков полного давления в камере, его пульсаций, а также датчика прерываний потока газа пульсатором регистрировали на магнитную ленту. После опыта их переписывали посредством многоканального чернильного самописца. При этом полное давление в камере регистрировали непосредственно, а другие параметры — через малоинерционные детекторы. Два из них — линейный детектор огибающей узкополосного шума и частотный детектор. Для того, чтобы непрерывно контролировать автоподстройку частоты возмущений, создаваемых пульсатором, в резонанс с акустической частотой камеры сгорания, сигналы датчиков пульсаций давления в камере и прерываний потока газа через пульсатор подавали на малоинерционный фазовый детектор, который входил в состав САПЧ. В один из сигнальных каналов вводили (в процессе воспроизведения магнитной записи на самописец) фазовый сдвиг на  $90^\circ$  посредством фазовращателя. Благодаря этому при условии нормального функционирования системы на выходе фазового детектора был максимальный по уровню сигнал. В случае же срыва режима автоподстройки показания фазового детектора совершили хаотические колебания около нулевого уровня.

Несколько десятков опытов выполнили по схеме без импульсных возмущений, причем общий итог оказался нетривиальным. Как правило, сразу после запуска двигателя в камере возникали резонансные колебания давления с

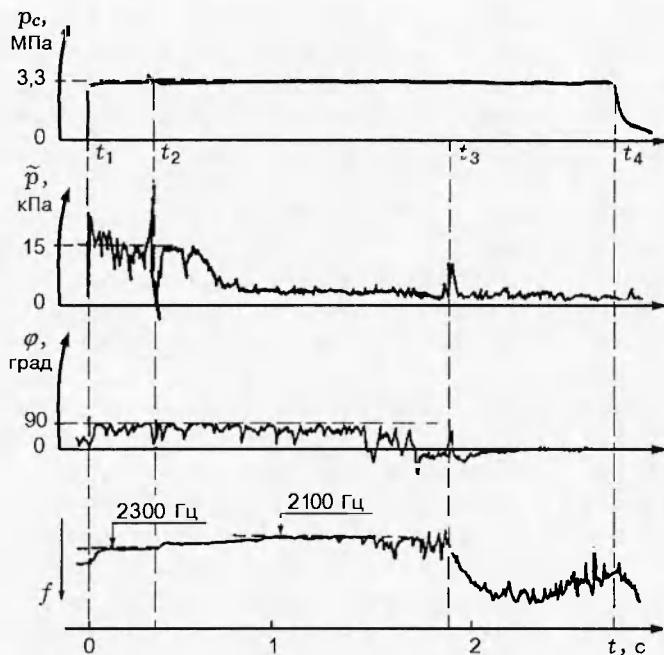


Рис. 7. Результаты обработки одного эксперимента методом вынужденных акустических резонансных колебаний с автоподстройкой частоты при включении импульсного возмущения:

$t_1$  — момент запуска модельного ЖРД,  $t_2$  — момент взрыва пиропатрона,  $t_3$  — момент разрыва обратной связи в САПЧ,  $t_4$  — момент выключения двигателя

амплитудой на порядок величины более высокой, чем уровень внутrikамерных шумов; однако в отдельных опытах ( $\approx 10\%$ ) поведение системы существенно выпадало из отмеченной картины: на протяжении всего опыта амплитуда лежала практически на уровне шумов. Естественное, казалось бы, объяснение — выход системы из режима автоподстройки, начиная с момента запуска. Однако это ни разу не подтвердилось при анализе результатов с применением фазового детектора (см. выше). Отметим, что частота резонансных колебаний в экспериментах с пониженным их уровнем была примерно на 200 Гц ( $\approx 10\%$ ) ниже.

Еще один важный результат: в опытах того и другого типа на участках магнитных записей, где САПЧ была выключена, осуществляли анализ внутrikамерных шумов методом М4. В экспериментах «генеральной серии» спектр содержал четкий пик вблизи расчетной акустической частоты камеры (оценка декремента затухания, выполненная методами М4, М5, дала практически одно и то же значение:  $\delta \approx 0,3 \pm 0,06\%$ ). Во втором случае этот пик практически (в пределах точности спектрального анализа) отсутствовал.

С учетом сказанного ранее стало ясно, что результаты этой серии опытов (без импульсных возмущений) представляют собой независимое подтверждение факта реализации в данном объекте исследования параметрической не-

устойчивости горения класса OS.

После этого приступили к экспериментам с одновременным включением импульсных возмущений.

Для экспериментов «генеральной серии» результаты оказались хорошо воспроизводимыми в большом количестве (порядка десятков) опытов. О характере результатов позволяет судить серия синхронных осциллографов, полученная в одном из экспериментов и представленная на рис. 7. Сверху вниз даны записи полного давления в камере сгорания, амплитуды пульсаций давления, показания фазового и частотного детекторов.

Подрыв пиропатрона приводит к временному нарушению работоспособности САПЧ вследствие перегрузок в усилителе датчика пульсаций давления. Затем, судя по показаниям фазового детектора, работоспособность системы восстанавливается, причем амплитуда резонансных колебаний в камере сначала достигает прежнего (до воздействия импульса) уровня. Далее на протяжении  $\approx 0,3$  с наблюдается падение амплитуды до уровня, соизмеримого с уровнем внутrikамерного шума. Показания фазового детектора свидетельствуют, что и после падения амплитуды система автоподстройки частоты некоторое время продолжает непрерывно поддерживать режим резонансных колебаний, несмотря на неблагоприятное соотношение сигнал/шум. Показания ча-

стотного детектора имеют следующие особенности. Импульс сначала приводит к небольшому скачкообразному снижению частоты. Затем частота уменьшается медленно и достигает в конце переходного процесса значения  $(2100 \pm 20)$  Гц<sup>14</sup>. То есть по основным показателям (резонансная частота и декремент затухания) импульсное воздействие переводит горение из одного стационарного режима в другой, причем оба режима с разными вероятностями могут реализоваться сами по себе с момента запуска двигателя. Особого внимания заслуживает факт медленного (десятые доли секунды) перехода с режима на режим после импульсного воздействия. В тех редких случаях, когда с момента запуска амплитуда резонансных колебаний давления в камере лежала на уровне шумов, импульс не приводил к изменениям наблюдаемой картины.

В упомянутых выше экспериментах по схеме [16] с применением иного модельного ЖРД и проточного термофона в качестве возбудителя колебаний результаты экспериментов оказались во многом похожими на только что описанные: и здесь импульсные возмущения вызывали переход в режим горения с повышенным декрементом затухания для первой продольной акустической моды камеры сгорания; только характерное время перехода было больше — порядка 1 с.

Представляется весьма вероятным, что в основе странного поведения некоторых ЖРД под воздействием импульсных возмущений (см. рис. 2), а также в экспериментах с использованием метода НВГ<sup>15</sup> лежит параметрическая неустойчивость класса SD.

## ВЫВОДЫ

1. С применением специальных высокинформативных методов при горении топлива в ЖРД различных схем и конструкций обнаружена группа явлений, названная «параметрическая неустойчивость». В частности, выявле-

<sup>14</sup>Заметим, что расчетная частота первой продольной акустической моды для данной камеры сгорания, наполненной только термодинамически-равновесными продуктами сгорания названного топлива, составляет 2500 Гц.

<sup>15</sup>В упомянутых выше экспериментах методом М5 с применением быстрорегулируемого газового пульсатора на модельных ЖРД схемы «газ — газ» наблюдали переключения режима горения не только при вдуве, но и при сбросе газа из камеры сгорания через электропневмоклапан.

ны нестационарные стохастические процессы с характерными временами, на несколько порядков превышающими обычные в теории ЖРД характерные времена.

2. Существование параметрической неустойчивости несовместимо с традиционной концептуальной моделью механизма горения в ЖРД и может быть главной причиной нерегулярного, статистического возбуждения вибрационного горения.

Новая концептуальная модель, совместная с экспериментальными данными, рассмотрена во второй части этой работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Schmidt B. Informatik und allgemeine Modelltheorie — eine Einleitung // Angewandte Informatik. 1982. N 1. S. 35–42.
2. Неустойчивость горения в ЖРД / Под ред. Д. Т. Харрье., Ф. Г. Рирдона. М.: Мир, 1975.
3. Нестационарное распространение пламени / Под ред. Г. Х. Маркштейна. М.: Мир, 1968.
4. Основы теории и расчета жидкостных ракетных двигателей / Под ред. В. М. Кудрявцева. М.: Высш. шк., 1993. Кн. 1.
5. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. М.: Наука, 1969.
6. Натаанзон М. С. Неустойчивость горения. М.: Машиностроение, 1986.
7. Crocco L., Grey J., Matthews G. B. Preliminary measurements of the combustion time lag in a monopropellant rocket motor // Fifth Symp. (Intern.) on Combustion. New York, 1955. P. 164.
8. Crocco L. Aspects of combustion instability in liquid propellant rockets // J. Amer. Rocket Soc. 1951. V. 21, N 6. P. 163–178.
9. Крокко Л., Чжен Синь-и. Теория неустойчивости горения в жидкостных ракетных двигателях. М.: Изд-во иностр. лит., 1958.
10. Дубинкин Б. Н., Натаанзон М. С., Чамьян А. Э. О двух режимах горения в камере сгорания с зоной рециркуляции // Физика горения и взрыва. 1978. Т. 14, № 6. С. 3–11.
11. Burrows M. C. Radiation processes related to oxygen/hydrogen combustion at high pressures // Tenth Symp. (Intern.) on Combustion. 1965. P. 207–215.
12. Белый В. В., Дулатов Р. Д., Жук Д. С., Соловьев В. В. Фотометрическое исследование структуры и стабильности пламени в модельном ЖРД на топливе газообразный кислород — жидкий аммиак // Физика горения и взрыва. 1985. Т. 21, № 4. С. 62–69.

13. Абульханов А. Р., Белый В. В., Либронич В. Б. Экспериментальная оценка времени релаксации пространственной структуры пламени при горении самовоспламеняющегося жидкого топлива в проточной камере // Докл. АН СССР. 1974. Т. 215, № 6. С. 1352–1355.
14. Белый В. В., Рябцев А. П., Соловьев В. В., Хижун А. Ф. Некоторые статистические алгоритмы диагностики узкополосных колебаний в проточных камерах сгорания. I. Теория // Физика горения и взрыва. 1985. Т. 21, № 1. С. 64–71.
15. Белый В. В., Котиков Н. Ф., Рябцев А. П. и др. Некоторые статистические алгоритмы диагностики узкополосных колебаний в проточных камерах сгорания. II. Примеры реализации // Физика горения и взрыва. 1985. Т. 21, № 2. С. 32–39.
16. Белый В. В., Диментберг М. Ф. Применение регулируемой обратной связи для идентификации и оценки запаса устойчивости стохастических объектов // Докл. АН СССР. 1967. Т. 177, № 5. С. 1030–1033.

*Поступила в редакцию 18/VIII 1997 г.*

---