В данном случае, используя коэффициент самовлияния, можно установить добывную возможность разведочной скважины, т. е. ее производительность после достаточно долгого периода эксплуатации. Это особенно важно для тех разведочных скважин, которые расположены на необстроенных площадях, не имеющих необходимых емкостей для сбора нефти, так что установить их добывную возможность путем пуска в длительную эксплуатацию нельзя. Обычно в таких случаях пользуются формулой

$$q_i = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta p_i}{\ln (r_1/r_2)}$$

Здесь q_i — потенциальная производительность скважины, Δp_i — депрессия, при которой она будет эксплуатироваться, kh/μ—гидропроводность пласта, r_1 / r_2— радиусы контура питания и скважины, соответственно. Для определения гидропроводности при этом пользуются подходящим экспресс-методом, отношение радиусов находят из косвенных соображений, содержащих большой элемент произвола. При таком подходе формула Дюпюи может дать самое отдаленное представление относительно добывной возможности скважины. При использовании коэффициента влияния всех этих недостатков можно избежать. В самом деле, добывная возможность скважины может быть определена по формуле

$$q_i = \Delta p_i \, / \, a_{ii}$$

В частности, для данной разведочной скважины добывная возможность равна

$$q_i = 348 \text{ *см* /*сек*} = 30 \text{ *м*}^3/\text{*сутки*} \text{ при } \Delta p_i = 20 \text{ *ат*}.$$

За недостатком опытных данных примеры определения коэффициентов взаимовлияния (в строгом смысле этого слова) здесь не приводятся.

Как видно, предлагаемый способ определения коэффициентов влияния в достаточной степени прост и может быть рекомендован к применению на промыслах.

Поступила 22 IV 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Диткин В. А., Прудников А. П. Операционное исчисление. Изд-во «Высшая школа», 1966.
2. Баренблатт Г. И., Желтов Ю. П., Кочина И. Н. Об основных представлениях теории фильтрации однородных жидкостей в трещиноватых породах. ПММ, 1960, т. 24, вып. 5.

ОБ УЧЕТЕ ХАРАКТЕРНЫХ ОСОБЕННОСТЕЙ ПЛАСТА И НАСЫЩАЮЩЕГО ПЛАСТ ФЛЮИДА В ПРОЦЕССАХ ФИЛЬТРАЦИИ В ДЕФОРМИРУЕМЫХ КОЛЛЕКТОРАХ

Р. Г. Исаев (Грозный)

В настоящее время открыты и разрабатываются многие месторождения нефти, приуроченные к трещиноватым коллекторам. Характерным для них является, с одной стороны, их деформируемость, а с другой — анизотропность фильтрационных свойств. Следовательно, одной из основных, и, пожалуй, важных задач следует считать изучение фильтрации в анизотропных трещиноватых породах с учетом их деформируемости.

Рассматривается зависимость между двумя важнейшими характеристиками пород— тензором проницаемости и тензором фиктивных напряжений, а в общем случае анизотропной по упругим свойствам породе еще и с тензором модулей упругости.

Показано, что эти зависимости будут по форме нелинейными и лишь при малом изменении давления могут заменяться линейными, которые широко используются в литературе.

Из полученных уравнений как частные случаи следуют формулы для проницаемости в изотропном деформируемом или анизотропном недеформируемом пласте.

Из работ Феррандона [1], Шейдеггера [2], а также из работ Е. С. Ромма [3] известно, что тензор проницаемости недеформируемой трещиноватой среды имеет вид

$$k_{rs} = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{N} m_{*i} b_i^2 (\delta_{rs} - \alpha_{ri} \alpha_{si}) \qquad (r, s = 1, 2, 3) \tag{1}$$

Здесь $m_{*i} = a\Gamma_i b_i$ — трещинная пористость i-й системы трещин; Γ_i, b_i — густота и раскрытие i-й системы трещин; δ_{rs} — компоненты единичного тензора; α_{ri}, α_{si} — направляющие косинусы.

Вполне понятно, что в случае изменения пластового давления в жидкости, насыщающей трещиноватый пласт, проницаемость k_{rs} будет изменяться как вследствие изменения m_{*i}, так и вследствие изменения раскрытия b_i.

Из уравнения (1) поэтому следует:

$$\frac{dk_{rs}}{k_{rs}} = \frac{dm_*^\circ}{m_*^\circ} + 2\frac{\Sigma\lambda_i db_i}{\Sigma\lambda_i b_i}, \quad \lambda_i = \xi_i\varphi_i(\delta_{rs} - \alpha_{ri}\alpha_{si}) \tag{2}$$

$$\frac{dm_*^\circ}{m_*^\circ} = \frac{d\left[\Sigma m_{*i}\xi_i^2(\delta_{rs} - \alpha_{ri}\alpha_{si})\right]}{\Sigma m_{*i}\xi_i^2(\delta_{rs} - \alpha_{ri}\alpha_{si})} \qquad \left(\xi_i = \frac{b_i}{b_0}\right)$$

Здесь $\xi_i = b_i / b_0$ — поправка на неоднородность раскрытия разных трещин; φ_i — поправка на неоднородность пористости трещин разных систем; Σ означает суммирование по индексу i; это условие принято во всем дальнейшем.

Преобразование (2) выполним, вводя отношение

$$\frac{dV_*}{V_*} = \frac{d(\Sigma n_i b_i l_i a_i)}{\Sigma n_i b_i l_i a_i} \tag{3}$$

Здесь n_i, l_i, a_i — соответственно, число, длина и ширина трещин раскрытости b_i.

Следуя Фетту [4], выразим ширину и длину трещины в виде функции раскрытости в некоторой степени α и β, т. е.

$$l_i = c_1 b_i^\alpha, \qquad a_i = c_2 b_i^\beta$$

Тогда уравнение (3) принимает вид

$$\frac{dV_*}{V_*} = \frac{\Sigma n_i C(\alpha+\beta+1) b_i^{\alpha+\beta} db_i}{\Sigma n_i C b_i^{\alpha+\beta+1}} = (\alpha+\beta+1)\frac{\Sigma\eta_i\xi_i^{\alpha+\beta} db_i}{\Sigma\eta_i\xi_i^{\alpha+\beta} b_i} \tag{4}$$

Здесь α, β — структурные коэффициенты; η_i — поправка на неоднородность числа трещин i-системы на неоднородность c_i и т. д.

Положим, что

$$\eta_i\xi_i^{\alpha+\beta} = \nu\lambda_i^\gamma \qquad (\nu, \gamma = \text{const}) \tag{5}$$

Тогда из (4) имеем

$$\frac{dV_*}{{}_*} = (\alpha+\beta+1)\frac{\Sigma\lambda_i^\gamma db_i}{\Sigma\lambda_i^\gamma b_i} = (\alpha+\beta+1)\,\theta^{\gamma-1}\frac{\Sigma\lambda_i db_i}{\Sigma\lambda_i b_i} \tag{6}$$

$$\theta^{\gamma-1} = \frac{\Sigma\lambda_i^\gamma db_i}{\Sigma\lambda_i db_i} \bigg/ \frac{\Sigma\lambda_i^\gamma b_i}{\Sigma\lambda_i b_i}$$

Для коэффициента трещинной пористости, имеем

$$m_* = V_* / V \tag{7}$$

где V_* — объем трещин; V — объем пласта; следовательно

$$\frac{dm_*}{m_*^\circ} = \frac{dV_*}{V_*} - \frac{dV}{V} \quad \text{или} \quad \frac{dV_*}{V_*} = \frac{dm_*}{m_*(1-m_*)} \tag{8}$$

Комбинируя (8) и (6), получаем

$$\frac{\Sigma\lambda_i db_i}{\Sigma\lambda_i b_i} = \frac{1}{(1+\alpha+\beta)\,\theta^{\gamma-1}}\,\frac{dm_*}{m_*(1-m_*)} \tag{9}$$

Подставляя (9) в уравнение (2), получаем

$$\frac{dk_{rs}}{k_{rs}} = \frac{dm_*^\circ}{m_*^\circ} + \frac{2}{(1+\alpha+\beta)\,\theta^{\gamma-1}}\,\frac{dm_*}{m_*(1-m_*)} \tag{10}$$

Первые члены в правой части можно преобразовать

$$\frac{dm_*^\circ}{m_*^\circ} = \frac{d\left[\Sigma m_{*i}\lambda_i / \varphi_i\right]}{\Sigma m_{*i}\lambda_i / \varphi_i} = \frac{dm_*\Sigma\lambda_i}{m_*\Sigma\lambda_i} = \frac{dm_*}{m_*}$$

Уравнение (10) принимает вид

$$\frac{dk_{rs}}{k_{rs}} = \frac{dm_*}{m_*} + \frac{2}{(1+\alpha+\beta)\,\theta^{\gamma-1}}\frac{dm_*}{m_*(1-m_*)} \tag{11}$$

Производя интегрирование выражения (11), получаем при $\theta=1$

$$\frac{k_{rs}}{k_{rs_0}} = \left(\frac{m_*}{m_{*0}}\right)\left(\frac{m_* - m_*m_{*0}}{m_{*0} - m_*m_{*0}}\right)^{\vartheta} \quad \left(\vartheta = \frac{2}{1+\alpha+\beta}\right) \tag{12}$$

Обычно в трещиноватых коллекторах $m_{*0} \gg m_{*0}m_*$, поэтому пренебрегая произведением $m_*\, m_{*0}$, из (12) находим

$$k_{rs} = k_{rs_0}\left(\frac{m_*}{m_{*0}}\right)^{\vartheta} \quad \left(\vartheta = \frac{3+\alpha+\beta}{1+\alpha+\beta}\right) \tag{13}$$

Здесь k_{rs_0} и m_{*0} — проницаемость и пористость при $P = P_0$. Легко видеть, что если $\alpha = 0$, $\beta = 0$, т. е. $l_i = c_1$, $a_i = c_2$ и постоянны, что отвечает трещинам постоянной ширины и длины, идущим через весь пласт, то

$$k_{rs} = k_{rs_0}\left(\frac{m_*}{m_{*0}}\right)^3 \tag{14}$$

Учитывая, что в изотропной по упругим свойствам среде [5,6]

$$\frac{m_*}{m_{*0}} = 1 + c\,(P - P_0) + d_{rs}\Delta\sigma_{rs}^f \tag{15}$$

где c, d_{rs}— коэффициенты упругих связей, после подстановки в (13) получаем

$$k_{rs_0} = k_{rs}[1 + c(P - P_0) + d_{rs}\Delta\sigma_{rs}^f]^{\vartheta} \tag{16}$$

Для среды, анизотропной по упругим свойствам, имеем соответственно

$$k_{rs} = k_{rm_0}[\delta_{ms} + c_{ms}(P - P_0) + d_{klms}\;\Delta\sigma_{kl}^f]^{\vartheta} \tag{17}$$

Здесь c_{ms}, d_{klms} — коэффициенты упругих связей, соответственно с 9 и 45 компонентами (тензор симметричен по двум индексам).

Уравнение (17) можно представить в следующей общей форме:

$$K = K_0\,[I + C(P - P_0) + D\Delta\Psi^f]^{\vartheta} \tag{18}$$

Если принять, что тензор суммарного напряженного состояния T_{kl}, возникающего от действия внешней нагрузки, есть величина постоянная, то уравнение (17) принимает вид

$$k_{rs} = k_{rm_0}[\delta_{ms} + c_{ms}(P - P_0) - d_{klms}\delta_{kl}(P - P_0)]^{\vartheta} \tag{19}$$

или

$$k_{rs} = k_{rm_0}[\delta_{ms} - \lambda_{ms}(P_0 - P)]^{\vartheta}, \qquad \lambda_{ms} = d_{klms}\delta_{kl} - c_{ms}. \tag{20}$$

Как видно из (20), полученная в этом случае зависимость согласовывается с формулой Тиллера [7], о которой писал Шейдеггер [6], если учесть, что $\sigma_{kl} = T_{kl} - P\delta_{kl}$.

Заметим далее, что без нарушения общности (20) можно получить зависимость для проницаемости в деформируемом трещиноватом, изотропном по упругим и фильтрационным свойствам коллекторе в виде $k = k_0[1 - \lambda(P_0 - P)]^3$, что совпадает с формулами в [9].

Достоинства зависимости типа (20) очевидны, так как увязываются такие важнейшие характеристики коллектора, как анизотропность фильтрационных и упругих свойств коллектора.

Чтобы получить аналогичную зависимость для пористого коллектора, примем в качестве исходной модель Маршалла [10], для которой с учетом ориентировки цилиндрических пор (каналов) введем поправочный коэффициент. Тогда получаем

$$k_{rs} = \frac{m^2}{8N^2}\,\Sigma\,(2i - 1)\,r_i^2\,(\delta_{rs} - \alpha_{ri}\alpha_{si}) \tag{21}$$

Напомним, что здесь Σ — суммирование по индексу i.

Повторяя рассуждения, аналогичные предшествующим, после промежуточных преобразований и представления длины пор в модели в виде $l_i = cr_{i\alpha}$ получаем

$$\frac{k_{rs}}{k_{rs_0}} \approx \left(\frac{m}{m_0}\right)^{\varepsilon} \cong [1 + c\,(P - P_0) + d_{rs}\Delta\sigma_{rs}^f]^{\varepsilon} \tag{22}$$

для анизотропного по упругим свойствам пористого коллектора

$$k_{rs} = k_{rm}, [\delta_{ms} - \lambda_{ms}(P_0 - P)]^{\varepsilon} \qquad \left(\varepsilon = 2\frac{3+\alpha}{2+\alpha}\right) \tag{23}$$

Заметим, что зависимость Маршалла была использована В. М. Добрыниным в работе [11] при установлении зависимости между проницаемостью и давлением для изотропного по фильтрационным и упругим свойствам пористого коллектора.

Обобщая сказанное выше, можно заметить, что между тензором проницаемости, коэффициентами упругих связей и давлением флюида реализуется, как правило, нелинейная зависимость.

Представление указанных зависимостей при помощи линейной аппроксимации является во многих случаях лишь грубым приближением, допустимым при изучении малых интервалов измерения проницаемости. В случае изменения проницаемости в более широком диапазоне следует пользоваться нелинейными зависимостями.

Закон фильтрации в деформируемом анизотропном трещиноватом коллекторе на основании (20) можно записать в виде

$$\mathbf{v} = -\frac{\mathrm{K}_0 [\mathrm{I} - \Lambda (P_0 - P)]^{\vartheta}}{\mu} \operatorname{grad} P \tag{24}$$

Если спроектировать на оси декартовых координат, то получим (для v_y и v_z аналогично)

$$v_x = -\left\{\frac{k_{xx},[1 - \lambda_{xx}(P_0 - P)]^{\vartheta}}{\mu}\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{k_{xy},[1 - \lambda_{xx}(P_0 - P)]^{\vartheta}}{\mu}\frac{\partial P}{\partial y} + \right.$$
$$\left. + \frac{k_{xz},[1 - \lambda_{xx}(P_0 - P)]^{\vartheta}}{\mu}\frac{\partial P}{\partial z}\right\} \tag{25}$$
$$\lambda_{xx} = (d_{xxxx}\delta_{xx} - c_{xx}) + (d_{yyxx}\delta_{yy} - c_{xx}) + (d_{zzxx}\delta_{zz} - c_{xx})$$

Если за оси координат выбраны главные оси тензора проницаемости k_0, выражение (25) принимает вид

$$v_x = -\frac{k'_{xx},[1 - \lambda_{xx}(P_0 - P)]^{\vartheta}}{\mu}\frac{\partial P}{\partial x} \tag{26}$$

и аналогично для v_y и v_z. Здесь $k'_{xx},$ — главное значение тензора $\mathbf{K}_0$.

Уравнение неразрывности фильтрационного потока принимает тогда в главных осях $\mathbf{K}_0$ вид

$$\nabla_i\left\{\frac{k'_i,\rho}{\mu}[1 - \lambda_{ii}(P_0 - P)]^{\psi}\nabla_i P\right\} = \frac{\partial (m_*\rho)}{\partial t}, \quad (i = 1, 2, 3) \tag{27}$$

Поступила 18 IX 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Ferrandon J. Les lois de lecoulement de filtration. Genie Civil., 1948, vol. 125, No. 24.
2. Scheidegger A. E. Directional permeability of porous media to homogeneous fluids. Geophys. Pura Appl., 1954, vol. 28.
3. Ромм Е. С. Фильтрационные свойства трещиноватых горных пород, М., «Недра», 1966.
4. Fatt I. The Network Model of Porous Media. J. Petr. Technol., 1956, vol. 8, No. 7.
5. Щелкачев В. Н. Разработка нефтеводоносных пластов при упругом режиме. М., Гостоптехиздат, 1959.
6. Крылов А. П., Баренблатт Г. И. Об упруго-пластическом режиме фильтрации. Изв. АН СССР, ОТН, 1955, № 2.
7. Tiller F. M. The role of porsity in filtration. Chem. Eng. Progr., 1955, vol. 51, No. 6.
8. Шейдеггер А. Э. Физика течения жидкостей через пористые среды, М., Гостоптехиздат, 1960.
9. Исаев Р. Г. О притоке сжимаемой жидкости в скважину из трещиноватого коллектора, Изв. вузов. Нефть и газ, 1963, № 6.
10. Marshall T. J. Relation Between Permeability and sizc Distribution of Pores, J. Soil. Sci., 1958, vol. 9, No. 1.
11. Добрынин В. М. Физические свойства нефтегазовых коллекторов в глубоких скважинах. М., «Недра», 1965.