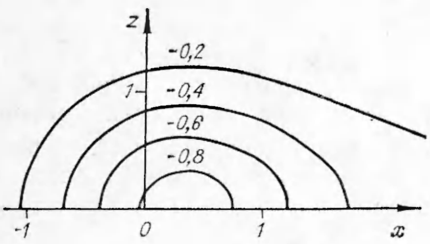

Рис. 5

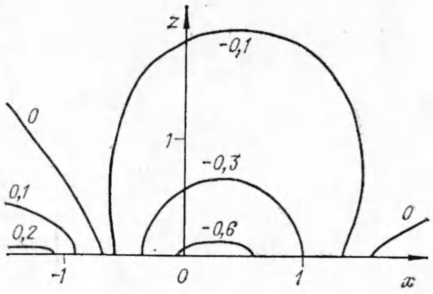

Рис. 6

Численные решения здесь получены для неровности $f(x, z) = \exp(-x^2 - z^2)$. Распределения возмущения давления $P(x, 0)$ повторяют в принципе кривые, представленные на рис. 1, т. е. здесь также возникает передача возмущений вверх по потоку.

На рис. 5 и 6 представлены изобары для неровностей предельного типа $b_1 \ll c_1$ и $b_1 \gg c_1$ соответственно. В первом случае выпуклая неровность в дозвуковом потоке вызывает разрежение во всем поле течения. В случае неширокпх неровностей распространение возмущений давления носит сложный эллиптический характер, аналогично представленному на рис. 6.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Боголепов В. В.** Общая схема режимов пространственных локальных течений // ПМТФ.— 1986.— № 6.
2. **Боголепов В. В., Нейланд В. Я.** Обтекание малых неровностей на поверхности тела сверхзвуковым потоком вязкого газа // Тр. ЦАГИ.— 1971.— Вып. 1363.
3. **Smith F. T.** A three dimensional boundary layer separation // J. Fluid Mech.— 1980.— V. 99.— P. 1.
4. **Боголепов В. В., Липатов И. И.** Исследование пространственных локальных ламинарных течений // ПМТФ.— 1985.— № 1.
5. **Боголепов В. В.** Исследование предельных решений для случая обтекания малых неровностей на поверхности тела сверхзвуковым потоком вязкого газа // Тр. ЦАГИ.— 1977.— Вып. 1812.

Поступила 28/IV 1986 г.

УДК 532.517.4

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ХАРАКТЕРИСТИК ТУРБУЛЕНТНОСТИ В КАНАЛЕ С ИНТЕНСИВНЫМ ВДУВОМ

Ф. Ф. Спиридонов

(*Бийск*)

Вопросам распределения характеристик течений в каналах со вдувом посвящено достаточно большое число работ (см., например, [1]). Теоретический анализ соответствующего решения уравнений Навье—Стокса для ламинарного режима течения впервые проведен в [2]. Дальнейшие экспериментальные исследования [3—7] показали, что и при турбулентном режиме течения профили продольной и поперечной компонент вектора скорости хорошо описываются предельными (бесконечно большое число Рейнольдса вдува) зависимостями из [2]. Этот эффект, свидетельствующий о высокой устойчивости течения, может быть объяснен ламинаризацией потока при его разгоне вследствие распределенного вдува в канал [8]. Применение модели Прандтля для описания распределения характеристик турбулентности в канале со вдувом [9] приводит к зависимостям, не согласующимся с указанным фактом.

В данной работе предпринята попытка построения приближенной полуэмпирической теории для описания характеристик течения, основанной на $(k - \varepsilon)$-модели турбулентности. Путем численного интегрирования уравнений гидродинамики с $(k - \varepsilon)$-моделью турбулентности проведены расчеты параметров течения в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса вдува. Результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными.

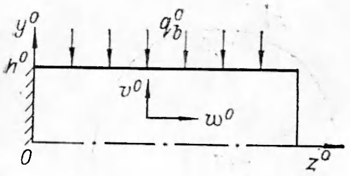

Рис. 1

1. Рассматривается стационарное течение вязкой несжимаемой жидкости в плоском канале (рис. 1) на достаточно большом удалении от левой непроницаемой стенки. Через верхнюю проницаемую стенку канала осуществляется вдув жидкости плотности ρ^0 с постоянной скоростью q_b^0. Уравнения, описывающие течение, и граничные условия в безразмерной форме принимают вид

$$(1.1)\qquad w\frac{\partial w}{\partial z}+v\frac{\partial w}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial z}+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial w}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial w}{\partial y}\right),$$

$$w\frac{\partial v}{\partial z}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial y}+\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial v}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mathrm{Re}}\frac{\partial v}{\partial y}\right),\quad \frac{\partial w}{\partial z}+\frac{\partial v}{\partial y}=0,$$

где w, v — осредненные значения компонент вектора скорости $\mathbf{q}$ вдоль осей z и y (см. рис. 1);

(1.2) $y=0$: $v=0=\partial w/\partial y$; $y=1$: $v=-1$, $w=0$; $z=0$: $w=v=0$.

На правой границе условия не ставятся, поскольку исследуется автомодельное решение системы (1.1). В качестве масштабов длины, скорости и давления в (1.1), (1.2) используются: h^0 — полуширина канала, q_b^0 и и $\rho^0 q_b^{02}$, $\mathrm{Re}=\rho^0 q_b^0 h^0/\mu^0$ — характерное для задачи число Рейнольдса вдува, μ^0 — вязкость жидкости ($\mu^0=\mu_л^0+\mu_т^0$, $\mu_л^0$ и $\mu_т^0$ — ламинарная и турбулентная составляющие).

Известно [2], что в предельном случае $\mathrm{Re}\to\infty$ решение задачи (1.1), (1.2) имеет вид

$$(1.3)\qquad w=\frac{\pi}{2}z\cos\frac{\pi}{2}y,\quad v=-\sin\frac{\pi}{2}y,$$

$$p=p_0-\left(\frac{\pi^2}{4}z^2+v^2\right)/2.$$

В действительности, как показано в [10], при $\mathrm{Re}\geqslant 100$ (интенсивный вдув) решение (1.3) достаточно хорошо аппроксимирует точное решение задачи (1.1), (1.2). Экспериментально этот факт подтвержден в [3—7].

Поставим задачу о распределении характеристик турбулентности в рассматриваемом течении при $\mathrm{Re}\to\infty$, основываясь на использовании (k — ε)-модели турбулентности [11] и зависимостях (1.3). Общее уравнение переноса в этом случае в безразмерной форме запишем как

$$(1.4)\qquad \frac{\partial}{\partial z}(w\varphi)+\frac{\partial}{\partial y}(v\varphi)-\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\Gamma_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma_\varphi\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)\right]=S_\varphi,$$

где

$$(1.5)\qquad S_\varphi=\begin{cases}G-\varepsilon, & \varphi\equiv k,\\ c_1G\dfrac{\varepsilon}{k}-c_2\dfrac{\varepsilon^2}{k}, & \varphi\equiv\varepsilon,\end{cases}$$

$$G=c_\mu\frac{k^2}{\varepsilon}\left\{2\left[\left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2+\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)^2\right]+\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2\right\},$$

$$\Gamma_\varphi=c_\mu k^2/(\varepsilon\sigma_\varphi),\ \sigma_k=1,\ \sigma_\varepsilon=1{,}3.$$

В качестве масштабов кинетической энергии турбулентности k и скорости ее диссипации ε выбраны q_b^{02} и h^0/q_b^{02} соответственно. Для констант приняты стандартные значения: $c_\mu=0{,}09$, $c_1=1{,}44$, $c_2=1{,}92$. Предполагая, что вблизи стенки, через которую осуществляется интенсивный вдув, конвективные члены в системе (1.4) доминируют над диффузионными и изменение характеристик по нормали к стенке происходит гораздо более интенсивно, чем вдоль нее ($\partial\varphi/\partial z\ll\partial\varphi/\partial y$), после незначительных преобразований из системы (1.4) получим

$$\frac{k^2}{\varepsilon v}\frac{\partial}{\partial y}(kv) = c_\mu\left(\frac{k^2}{\varepsilon}\right)^2\frac{g}{v} - \frac{k^2}{v}, \tag{1.6}$$
$$\frac{k^3}{\varepsilon^2 v}\frac{\partial}{\partial y}(\varepsilon v) = c_1 c_\mu\left(\frac{k^2}{\varepsilon}\right)^2\frac{g}{v} - c_2\frac{k^2}{v} \quad (g = \varepsilon G/(c_\mu k^2)).$$

Вычитая из первого уравнения системы (1.6) второе и перегруппировывая члены, приходим к соотношению

$$(kv)^{c_2}\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\varepsilon v}{(kv)^{c_2}}\right] = -ckvf; \tag{1.7}$$

$$c = c_\mu(c_2 - c_1),\ f = g/v. \tag{1.8}$$

Выражение (1.7), определяющее взаимосвязь между переменными k и ε при известных функциях $v = v(z, y)$ и $f = f(z, y)$, может рассматриваться как нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных, если имеется информация о поведении любой из указанных переменных. К сожалению, в данном случае такая информация в аналитическом виде отсутствует. Однако в первом приближении она может быть получена следующим образом. Пользуясь некоторым допустимым произволом при выборе констант модели турбулентности при описании конкретных классов течений, положим $c_2 = 1$. Это позволяет перейти от (1.7) к модельному уравнению

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\varepsilon}{k}\right) = -cf, \tag{1.9}$$

где величина c скорректирована на новое значение c_2 согласно первому из соотношений (1.8). Уравнение (1.9) формально можно проинтегрировать по y, что приводит к

$$\varepsilon = ckF(z, y); \tag{1.10}$$

$$F(z, y) = \int\limits_y^1 f(z, y_1)\,dy_1. \tag{1.11}$$

При интегрировании полагалось $(\varepsilon/k) = 0$ при $y = 1$. Теперь из первого уравнения системы (1.6) нетрудно получить соотношение $\frac{\partial}{\partial y}\left[\ln\left(\frac{kv}{F^{-c_\mu/c}}\right)\right] = -cF/v$, интегрирование которого приводит к выражению для кинетической энергии турбулентности

$$k = \alpha(z)\frac{F^{-c_\mu/c}}{v}\exp(-c\Phi),\quad \Phi = \int\limits_y^1\frac{F(z, y_1)}{v(z, y_1)}dy_1 \tag{1.12}$$

($\alpha(z)$ — произвольная функция интегрирования).

С учетом (1.12) вместо (1.10) запишем

$$\varepsilon = -c\alpha(z)\frac{F^{c_\mu/c+1}}{v}\exp(-c\Phi). \tag{1.13}$$

Отметим, что выражение для функции $\alpha = \alpha(z)$ нельзя найти в рамках данной теории, однако в принципе $\alpha(z)$ может быть определена согласованием теории с известными экспериментальными данными.

2. Воспользуемся решением (1.3) для получения распределения k и ε в рассматриваемом течении. Оценка членов в выражении для G в (1.5) приводит к виду функции g: $g \approx \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2$. Следовательно, $f = -\left(\frac{\pi}{2}\right)^4\cdot$ $\cdot z^2\sin\frac{\pi}{2}y$. Интегрированием этого выражения из (1.11) находим

$$F = \left(\frac{\pi}{2}\right)^3 z^2\cos\frac{\pi}{2}y. \tag{2.1}$$

Дальнейшее интегрирование приводит к

$$\Phi = \ln \left(\sin \frac{\pi}{2} y \right)^{\beta(z)}. \tag{2.2}$$

Значит, вместо выражений (1.12), (1.13) с учетом (2.1), (2.2) имеем

$$k = -\alpha(z) \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 W^4 u^2 V^{\gamma(z)}; \tag{2.3}$$

$$\varepsilon = c\alpha(z) \left(\frac{\pi}{2} \right)^3 W^6 u^3 V^{\gamma(z)}. \tag{2.4}$$

Кроме того, для турбулентной кинетической вязкости $\nu_т = c_\mu k^2/\varepsilon$ с учетом этих зависимостей получаем выражение

$$\nu_т = \frac{c_\mu}{c} \alpha(z) \frac{\pi}{2} W^2 u V^{\gamma(z)}. \tag{2.5}$$

Здесь $W = \frac{\pi}{2} z$ — максимальная в сечении канала продольная скорость; $u = \cos \frac{\pi}{2} y$ — профиль продольной скорости; $V = |v| = \sin \frac{\pi}{2} y$ — модуль профиля поперечной скорости; $\beta(z) = W^2$; $\gamma(z) = -(cW^2 + 1)$.

Согласно одному из принятых допущений, $W \gg 1$. Учитывая, что в качестве модельного значения принято $c_2 = 1$, изменим знак у коэффициента c, вернувшись к исходному значению $c_2 = 1{,}92$. Такая корректировка практически не изменяет самой величины коэффициента $c = c_\mu(c_2 - c_1)$. Тогда вместо (2.3)—(2.5) запишем

$$k = -\alpha(z) \left(\frac{\pi}{2} \right)^2 W^4 u^2 V^{\delta(z)}; \tag{2.6}$$

$$\varepsilon = c\alpha(z) \left(\frac{\pi}{2} \right)^3 W^6 u^3 V^{\delta(z)}; \tag{2.7}$$

$$\nu_т = \frac{c_\mu}{c} \alpha(z) \frac{\pi}{2} W^2 u V^{\delta(z)}, \quad \delta(z) = c(W^2 - 1). \tag{2.8}$$

Для определения зависимости $\alpha = \alpha(z)$ воспользуемся наиболее полными экспериментальными данными [7, 8]. Рассмотрим максимальный безразмерный уровень пульсаций скорости, определяемый по соотношению (2.6):

$$k_m^{1/2} = \frac{\pi}{2} W^2 \sqrt{-\alpha(z)}\, u(y_m)\, V^{\delta(z)/2}, \tag{2.9}$$

где y_m — расстояние от плоскости симметрии канала до экстремума функции $k^{1/2}(y, z)$.

Поскольку из условия экстремума $(\partial k^{1/2}/\partial y)_{y=y_m} = 0$ следует $y_m = \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} [\sqrt{(cW^2 - 1)/2}]$ или с учетом того, что $W \gg 1$,

$$y_m \approx \frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} (\sqrt{c/2}\, W), \tag{2.10}$$

то, учитывая (2.10), для $k_m^{1/2}$ получаем вместо (2.9) упрощенное выражение

$$k_m^{1/2} = \frac{\pi}{2} W \sqrt{-2\alpha(z)/c}. \tag{2.11}$$

Анализ результатов обработки экспериментальных данных из [7, 8] показывает, что

$$k_m^{1/2} \approx 0{,}05W. \tag{2.12}$$

Сравнение зависимостей (2.11) и (2.12) приводит к $\alpha = \mathrm{const} = -\frac{2c}{\pi^2} \cdot 10^{-2}$.

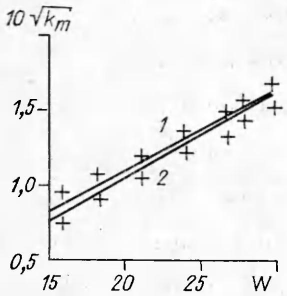

Рис. 2

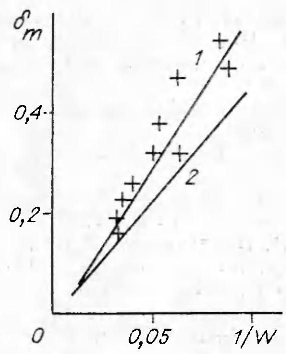

Рис. 3

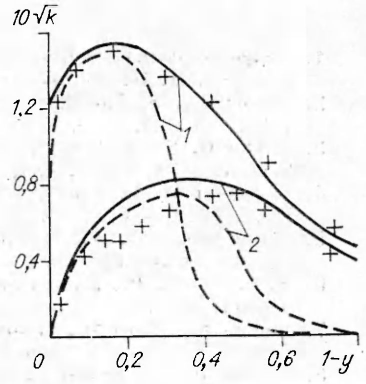

Рис. 4

На рис. 2, 3 представлены результаты расчета зависимостей $k_m^{1/2} = f_1(W)$ и $\delta_m = f_2(W)$ (сплошные линии) с использованием полученного значения α (линии *2*). Здесь $\delta_m = 1 - y_m$, крестики — экспериментальные результаты. Видно удовлетворительное соответствие теоретической зависимости экспериментальным данным для $W > 30$.

На рис. 4 построены теоретические профили энергии турбулентности (штриховые линии) в двух сечениях канала: $z = 19{,}3$ и 10 (линии *1* и *2*), крестики — данные из [8]. Из графиков видно, что теоретические кривые удовлетворительно согласуются с экспериментальными результатами вблизи стенки канала ($y = 1$) вплоть до экстремума величины $k^{1/2}$. При $y \to 0$ результаты существенно различаются, что объясняется, видимо, грубостью теоретической модели: неучет диффузии, пренебрежение продольными градиентами переменных по сравнению с поперечными и т. д. Тем не менее модель качественно описывает эффект ламинаризации течения в канале со вдувом [8] и эволюцию профиля энергии турбулентности вниз по потоку: максимум k становится все более выраженным и перемещается к стенке канала.

3. Проведены численные расчеты параметров течения с использованием метода [12]. Уравнения гидродинамики в переменных функция тока — завихренность вместе с уравнениями стандартной ($k - \varepsilon$)-модели турбулентности [11] интегрировались численно при соответствующих граничных условиях в прямоугольной области (см. рис. 1) на неравномерных сетках от 31×21 до 51×31 на ЭЦВМ БЭСМ-6. Характерное число Рейнольдса изменялось в диапазоне $100 \leqslant \mathrm{Re} \leqslant 3000$. Отмечена неустойчивость процесса вычислений величин k и ε в относительно длинных каналах. Предположительная причина этого — то обстоятельство, что модель [11] рассчитана на описание полностью развитых турбулентных течений. Поэтому в дальнейшем использовалась модифицированная форма ($k - \varepsilon$)-модели из [13], позволяющая учесть возможную ламинаризацию потока за счет его разгона вследствие распределенного массоподвода со стенок канала. В этом случае неустойчивость вычислительного процесса не наблюдалась. Профили компонент вектора скорости, полученные расчетом, хорошо согласуются с зависимостями (1.3). Для сравнения с опытными и теоретическими результатами расчетные зависимости $k_m^{1/2} = k_m^{1/2}(W)$ и $\delta_m = \delta_m(W)$ нанесены на рис. 2, 3 линиями *1*. Расчетные профили $k^{1/2} = k^{1/2}(y)$ представлены на рис. 4 (сплошные линии). Как видно из графиков, расчетные данные лучше согласуются с опытными, чем теоретические. Тем не менее представляется, что, несмотря на ограниченность предложенной теории, полученные аналитические зависимости (2.6)—(2.8) удовлетворительно описывают распределение характеристик турбулентности в пристенной зоне течения и могут применяться при построении гидродинамических моделей реальных процессов, например, типа рассмотренных в [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. **Гидродинамика** течения в пористых трубах и каналах со вдувом. Библиогр. указ. / Под ред. П. П. Луговского.— Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1978.
2. **Berman A. S.** Laminar flow in channels with porous walls // J. Appl. Phys.— 1953.— V. 24, N 9.
3. **Taylor G.** Fluid flow in regions bounded by porous surfaces // Proc. Roy. Soc. Ser. A.— 1956.— V. 234, N 1199.
4. **Wageman W. E., Guevara F. A.** Fluid flow through a porous channel // Phys. Fluids.— 1960.— V. 3, N 6.
5. **Свириденков А. А., Ягодкин В. И.** О течении в начальных участках каналов с проницаемыми стенками // Изв. АН СССР. МЖГ.— 1976.— № 5.
6. **Калинина С. В., Луговской П. П., Миронов Б. П.** Гидродинамика течения в проницаемом канале с двухсторониим вдувом // ПМТФ.— 1981.— № 6.
7. **Ямада К., Гото М., Исикава Н.** Моделирование эрозионного горения в двигателях на твердом топливе // РТК.— 1976.— Т. 14, № 9.
8. **Pennel W. T., Eckert E. R. G., Sparrow E. M.** Laminarization of turbulent pipe flow by fluid injection // J. Fluid Mech.— 1972.— V. 52, N 3.
9. **Yuan S. W.** Turbulent flow in channel with porous wall // J. Math. Phys.— 1959.— V. 38, N 3.
10. **Morduchow M.** On laminar flow through a channel or tube with injection: application of method of averages // Quart. Appl. Math.— 1957.— V. 14, N 4.
11. **Launder B. E., Spalding D. B.** The numerical computation of turbulent flows // Comput. Meth. Appl. Mech. and Engng.— 1974.— V. 3, N 2.
12. **Госмен А. Д., Пан В. М. и др.** Численные методы исследования течений вязкой жидкости.— М.: Мир, 1972.
13. **Лэм К., Бремхорст К.** Модифицированная форма (k — ε)-модели для расчета пристенной турбулентности // ТОИР.— 1981.— № 3.

Поступила 19/VI 1986 г.

УДК 533.6.011

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ТЕПЛОПЕРЕНОС ПРИ ОТРАЖЕНИИ УДАРНОЙ ВОЛНЫ В УДАРНОЙ ТРУБЕ

В. П. Провоторов, В. В. Рябов

(*Жуковский*)

В последние годы ударные трубы нашли широкое применение при исследовании термо- и газодинамических процессов в высокотемпературных потоках и химической кинетики. В [1, 2] анализировалась возможность диагностики теплового пограничного слоя вблизи торца ударной трубы с целью установления зависимости теплопроводности высокотемпературного газа от температуры. Существует также принципиальная возможность использования данных по структуре течения за отраженной ударной волной (УВ) для изучения процессов теплопередачи к каталитически активной поверхности.

Основные преимущества метода, при котором используется отраженная УВ, следующие: 1) температура за отраженной УВ приблизительно вдвое больше, чем за падающей (по оценкам для совершенного газа); 2) газ за отраженной УВ практически покоится в лабораторной системе координат.

Существенные ограничения этого метода — в основном неоднородность термодинамического состояния рабочего газа и малые времена наблюдения ($\sim$100 мкс). Другие ограничения метода связаны с наличием вязкого пограничного слоя на боковой стенке: пространственная неоднородность параметров за падающей УВ, приводящая к зависимости параметров газа перед отраженной УВ от времени, сложный характер взаимодействия отраженной УВ с пограничным слоем на боковой стенке ударной трубы, искривленность падающей УВ. Подробные исследования влияния теплового пограничного слоя, образующегося на торцевой стенке, на движение отраженной УВ проведены в [3, 4].

Прежде чем перейти к непосредственному рассмотрению течения релаксирующего газа в тепловом пограничном слое у каталитической поверхности торца ударной трубы, необходимо тщательно проанализировать течение за отраженной УВ. Поле течения в этой области при наличии колебательной неравновесности в CO_2 изучалось в [5, 6]. Количественные оценки влияния неравновесных химических реакций в кислороде на структуру течения за отраженной УВ приведены в [7, 8]. Основная цель этих исследований — установление взаимной связи между гидродинамикой и химическими процессами. При этом использовалась простая химическая модель. Проведенные исследования показали, что учет процесса диссоциации приводит к необходимости отказа от традиционной схемы, когда давление за отраженной УВ полагается постоянным, не зависящим от времени. Этот установленный факт [7, 8] позволил авторам [9] получить экспериментально обоснованные значения констант скоростей диссоциации азота.