

МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ И УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В ДВУХФАЗНЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ С ФАЗОВЫМИ ПЕРЕХОДАМИ

Р. И. Нигматулин

(Москва)

Рассматривается односкоростная и однотемпературная модель движения двухфазного твердого тела, в котором каждая фаза занимает некоторую часть объема. Исследование ведется в лагранжевых переменных, что представляет определенные преимущества при решении одномерных нестационарных задач. Тензор напряжения для смеси разлагается на две части — гидростатическое давление, общее для обеих фаз, связанное с трехчленным уравнением состояния, и девиатор, который изменяется упруго до определенного значения, после которого остается постоянным. Предложено некоторое соотношение для кинетики фазовых превращений, определяемое характерным временем реакции.

Далее решается задача о нестационарном одномерном движении металла (железо), возникающего в результате удара пластины о мишень. Фазовые превращения ($\text{Fe}^{\alpha} \rightleftharpoons \text{Fe}^{\beta}$) за волной и их характерное время существенно влияют на затухание возмущения и на величину зоны, в которой эти переходы проходили полностью. Предложен метод определения коэффициента в соотношении для скорости фазового перехода по остаточному эффекту (упрочнение) после соударения.

1. Рассмотрим в лагранжевых координатах r^* движение двухфазной сплошной среды, в которой каждая фаза характеризуется своей истинной плотностью ρ_i и объемным содержанием α_i ($i = 1, 2$), причем

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1 \quad (1.1)$$

Пусть скорости, а соответственно, и перемещения обеих фаз совпадают. Выделим материальный объем V , ограниченный материальной поверхностью Σ . Рассматривая его состояние в моменты $\tau = 0$ и $\tau = t$ при отсутствии внешних объемных сил, можно записать интегральные уравнения сохранения масс первой и второй фаз

$$\begin{aligned} \int_V \rho_{10}(r) dV &= \int_V \left[\rho_1(r, t) I(r, t) + \int_0^t J_{12}(r, \tau) I(r, \tau) d\tau \right] dV \\ \int_V \rho_{20}(r) dV &= \int_V \left[\rho_2(r, t) I(r, t) - \int_0^t J_{12}(r, \tau) I(r, \tau) d\tau \right] dV \end{aligned} \quad (1.2)$$

Индекс 1 и 2 внизу относится соответственно к первой и второй фазам; индекс 0 внизу относится к начальному состоянию при $\tau = 0$; J_{12} — скорость фазового перехода, равная массе, перешедшей из первой фазы во вторую (или наоборот с обратным знаком) в единице объема смеси за единицу времени; $I(r, t)$ — степень расширения среды или якобиан преобразования от эйлеровых к лагранжевым координатам; ρ_i — средняя плотность i -й фазы

$$\rho_1 = \rho_1^0 \alpha_1, \quad \rho_2 = \rho_2^0 \alpha_2 \quad (1.3)$$

Складывая уравнения (1.2), имеем уравнение сохранения массы смеси

$$\int_V \rho_0(r) dV = \int_V \rho(r, t) I(r, t) dV \quad (\rho = \rho_1 + \rho_2) \quad (1.4)$$

(ρ — плотность смеси)

В рамках односкоростной и однотемпературной модели достаточно рассмотреть только уравнения движения и энергии всей смеси

$$\int_V \rho_0(r) [\mathbf{v}(r, t) - \mathbf{v}_0(r)] dV = \int_0^t \int_\Sigma \sigma_n^\circ d \sum d\tau \quad (1.5)$$

$$\int_V \left[(\rho_1 e_1 + \rho_2 e_2) I - (\rho_{10} e_{10} + \rho_{20} e_{20}) + \rho_0 \frac{v^2 - v_0^2}{2} \right] dV = \int_0^t \int_\Sigma \sigma_n^\circ \mathbf{v} d \sum d\tau$$

Здесь $\mathbf{v}$ — скорость среды, e_i — удельная внутренняя энергия i -й фазы, σ° — тензор напряжения Лагранжа [1] в рассматриваемой среде.

Используя теорему Гаусса — Остроградского, дифференцируя (1.2) и (1.5) по t , можно получить после некоторых преобразований следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{\rho_0}{\rho} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_1 \frac{\partial I}{\partial t} + \frac{\rho_0}{\rho} J_{12} = 0, \quad \frac{\rho_0}{\rho} \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \rho_2 \frac{\partial I}{\partial t} - \frac{\rho_0}{\rho} J_{12} = 0 \quad (1.6)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \nabla \cdot \sigma^\circ, \quad \frac{\rho_0}{\rho} \left[\rho_1 \frac{\partial e_1}{\partial t} + \rho_2 \frac{\partial e_2}{\partial t} + (e_2 - e_1) J_{12} \right] = (\sigma^\circ \cdot \nabla) \mathbf{v}$$

2. Дальнейшее рассмотрение должно быть связано с термодинамическими и механическими свойствами исследуемой среды. Эйлеров тензор напряжений σ^{kl} можно представить в виде суммы изотропной и девиаторной частей

$$\sigma^{kl} = -p \delta^{kl} + \tau^{kl} \quad (2.1)$$

Значение p будем брать из уравнений состояния, полагая, что обе фазы имеют одинаковое давление

$$p = p_1(\rho_1^\circ, T) = p_2(\rho_2^\circ, T) \quad (2.2)$$

Девиатор напряжений для смеси примем равным

$$\tau^{kl} = \alpha_1 \tau_1^{kl} + \alpha_2 \tau_2^{kl} \quad (2.3)$$

Причем девиатор напряжений i -й фазы τ_i^{kl} полагаем изменяющимся упруго до предела текучести τ_i^* , после которого он должен сохранять постоянное значение. Тогда можно записать следующее уравнение для составляющих девиатора в главных осях

$$\frac{\partial \tau_i^{kl}}{\partial t} = 2\mu_i \left(\epsilon_i^{kl} + \frac{1}{3\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) \delta^{kl} \quad (\tau_i^{kl} \leq \tau_i^*) \quad (2.4)$$

где ϵ_i^{kl} — тензор скоростей деформаций. Отметим, что при ударном нагружении до давлений порядка сотен килобар девиатор, несмотря на его малость по сравнению с гидростатическим давлением, может оказать влияние на затухание возмущения.

Здесь не будут рассматриваться вопросы, связанные с использованием лагранжева тензора напряжений, так как полученные уравнения ниже будут применены для решения одномерных нестационарных задач, где указанные вопросы не представляют затруднений.

Удельную внутреннюю энергию и давление твердого или жидкого вещества обычно представляют в виде суммы трех составляющих [2-4], которые соответственно описывает упругие свойства холодного тела, гармонические колебания атомов в решетке и тепловое возбуждение электронов

вместе с ангармоническими эффектами колебаний атомов

$$e(\rho^\circ, T) = e_p + e_T + e_{ea}, \quad p(\rho^\circ, T) = p_p + p_T + p_{ea}$$

$$e_p = \int_{\rho_{00}^\circ}^{\rho^\circ} \frac{p_p(\rho^\circ)}{\rho^{\circ 2}} d\rho^\circ \quad \left(p_p(\rho^\circ) = \rho^{\circ 2} \frac{de_p}{d\rho^\circ} \right) \quad (2.5)$$

$$e_T = cT, \quad p_T = \gamma(\rho^\circ) \rho^\circ e_T, \quad e_{ea} = B(\rho^\circ) T^2, \quad p_{ea} = \Gamma(\rho^\circ) \rho^\circ e_{ea}$$

Здесь $\gamma(\rho^\circ)$ — коэффициент Грюнайзена (для гармонических колебаний атомов), $c = \text{const}$ — теплоемкость атомов, $\Gamma(\rho^\circ)$ — аналог коэффициента Грюнайзена, связанный с ангармоническими эффектами и возбуждением электронов. Функция $p_p(\rho^\circ)$, от которой зависят $B(\rho^\circ)$, $\Gamma(\rho^\circ)$ и $\gamma(\rho^\circ)$ определяется из эксперимента. В [4] для определения уравнения состояния металлов и ионных кристаллов используется и разрабатывается так называемый метод потенциалов, очень удобный для применений. Потенциальные составляющие для внутренней энергии и давления имеют вид

$$e_p(\rho^\circ) = 3Ab^{-1} \exp b(1 - x^{1/3}) - 3Kx^{-1/3} \quad (x = \rho^\circ / \rho^\circ)$$

$$p_p(\rho^\circ) = Ax^{-2/3} \exp b(1 - x^{1/3}) - Kx^{-4/3} \quad (2.6)$$

Здесь A , K , b , ρ_0° — фиксированные для каждого металла или каждой его фазы величины. Для коэффициента Грюнайзена можно принять линейную аппроксимацию

$$\gamma(\rho^\circ) = \alpha - \beta \rho^\circ / \rho_0^\circ \quad (2.7)$$

справедливую для многих металлов и их фаз в довольно широком диапазоне плотностей.

Приближение постоянной теплоемкости для e_T существенно уменьшает объем вычислений и в то же время имеет достаточную точность при $T > \theta$, где θ — дебаевская температура вещества, и для задач, связанных с ударным нагружением, вполне оправдано.

Та часть внутренней энергии, которая связана с квадратом температуры, становится существенной, когда давление в ударной волне превышает 1 мбар ($T > 10000^\circ \text{K}$). Имеются различные точки зрения [2-4] на вычисление e_{ea} и p_{ea} .

Возможность фазовых переходов приводит к необходимости согласования уравнений состояния фаз для внутренних энергий, чтобы правильно учесть энергетические переходы. Введем оператор

$$E_i(\rho_i^\circ, T) = e_{pi}(\rho_i^\circ) + c_i T + B_i(\rho_i^\circ) T^2 \quad (2.8)$$

Тогда нормированные уравнения для внутренних энергий фаз можно записать в виде

$$e_1(\rho_i^\circ, T) = E_1(\rho_i^\circ, T) + e_{01}, \quad e_2(\rho_2^\circ, T) = E_2(\rho_2^\circ, T) + e_{02} \quad (2.9)$$

$$(e_{01} = \text{const}, e_{02} = E_1(\rho_{1s0}^\circ, T_0) + l_e(T_0) - E_2(\rho_{2s0}^\circ, T_0) + e_{01} = \text{const})$$

причем плотности фаз на линии насыщения ρ_{1s}° и ρ_{2s}° определяются из уравнений

$$p_1(\rho_{1s0}^\circ, T_0) = p_s(T_0), \quad p_2(\rho_{2s0}^\circ, T_0) = p_s(T_0) \quad (2.10)$$

где $p_s(T)$ — давление фазового перехода или линия равновесия двух фаз, а p_i имеют вид

$$p_i(\rho_i, T) = p_{pi}(\rho_i^\circ) + \gamma_i(\rho_i^\circ) \rho_i^\circ c_i T + B_i(\rho_i^\circ) \Gamma(\rho_i^\circ) \rho_i^\circ T^2 \quad (2.11)$$

При известных уравнениях состояния фаз (2.11) и линии насыщения $p_s(T)$, исходя из уравнения Клапейрона — Клаузиуса, можно определить

$$l_e(T) = \left(\frac{1}{\rho_{2s}^0} - \frac{1}{\rho_{1s}^0} \right) \left(T \frac{dp_s}{dT} - p_s \right) \quad (2.12)$$

Вообще говоря, функция $p_s(T)$ и уравнения состояния фаз (2.9) и (2.11) не являются независимыми и они должны быть согласованы, чтобы на всей кривой насыщения выполнялось соотношение Клапейрона — Клаузиуса.

Кинетика фазовых переходов в твердых телах при высоких давлениях исследована не достаточно подробно с количественной точки зрения. Поэтому целесообразно в качестве первого приближения исходить из общего положения термодинамики необратимых процессов. Предварительно разобьем J_{12} на два слагаемых

$$J_{12} = j_{12} - j_{21} \quad (2.13)$$

каждое из которых может быть только неотрицательным ($j_{12} \geq 0, j_{21} \geq 0$), причем одно из них в каждой точке обязательно равно 0. Если фазовых переходов нет, то $j_{12} = j_{21} = 0$. Далее j_{12} будет давать скорость перехода из первой фазы во вторую, а j_{21} — из второй фазы в первую. Будем считать, что фазовый переход (например $1 \rightarrow 2$, если $\rho_1 > 0$) идет тем быстрее, чем больше термодинамический потенциал вещества в первой фазе превышает термодинамический потенциал вещества во второй фазе при тех же давлении и температуре (аналогично и для перехода $2 \rightarrow 1$, если $\rho_2 > 0$), т. е.

$$\begin{aligned} j_{12} &= F_{12} [\varphi_1(p, T) - \varphi_2(p, T)] \quad (\rho_1 > 0, \varphi_1 > \varphi_2), \\ j_{12} &= 0 \quad (\rho_1 = 0 \text{ или } \varphi_1 \leq \varphi_2) \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned} j_{21} &= F_{21} [\varphi_2(p, T) - \varphi_1(p, T)] \quad (\rho_2 > 0, \varphi_2 > \varphi_1), \\ j_{21} &= 0 \quad (\rho_2 = 0 \text{ или } \varphi_2 \leq \varphi_1) \end{aligned}$$

Заметим, что

$$\varphi_1(p_s(T), T) = \varphi_2(p_s(T), T) \quad (2.15)$$

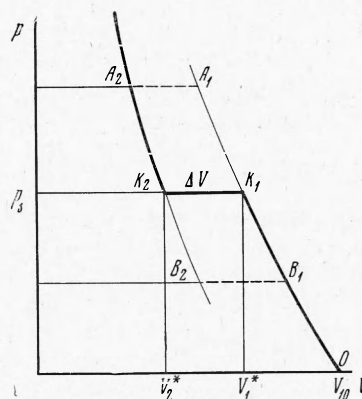
Рассмотрим pV -диаграмму (фиг. 1), где нанесены изотермы, соответствующие первой фазе OK_1A_1 и второй фазе $B_2K_2A_2$, относящиеся к одной температуре.

Вдоль изотермы имеем $d\varphi = Vdp$ ($\varphi = e + pV - Ts$, где s — энтропия, V — удельный объем). Отсюда видно, что разность термодинамических потенциалов в точках A_1 и A_2 , а также B_1 и B_2 равна соответственно площади $K_1K_2A_2A_1$ и $K_1K_2B_2B_1$ или

$$\varphi(A_1) - \varphi(A_2) \approx (p - p_s)\Delta V, \quad \varphi(B_2) - \varphi(B_1) \approx (p_s - p)\Delta V$$

Тогда соотношения (2.13) примут вид

$$\begin{aligned} j_{12} &= F_{12}\Delta V (p - p_s) \quad (\rho_1 > 0, p > p_s) \\ j_{12} &= 0 \quad (\rho_1 = 0 \text{ или } p \leq p_s) \\ j_{21} &= F_{21}\Delta V (p_s - p) \quad (\rho_2 > 0, p_s > p) \\ j_{21} &= 0 \quad (\rho_2 = 0 \text{ или } p_s \leq p) \end{aligned} \quad (2.16)$$



Фиг. 1

Исходя из характерного времени перехода, можно оценить величины коэффициентов F_{12} и F_{21} . Отметим, что аналогичное рассмотрение для кинетики фазовых переходов применительно к парожидкостным смесям проведено в работе [5].

3. Запишем систему дифференциальных уравнений (1.6) для одномерного плоского движения ($v_1 = v(r)$, $v_2 = v_3 = 0$), переходя к переменным ρ_1° , ρ_2° , α , v , T , p , τ^{11} , r , где r — лагранжева координата в направлении движения. При этом учтем, что

$$\partial I / \partial t = \partial v / \partial r \quad (3.1)$$

а составляющие лагранжева σ° и эйлера σ тензоров напряжений связаны между собой следующими соотношениями:

$$\sigma^{\circ 11} = \sigma^{11}, \quad \rho \sigma^{\circ 22} = \rho \sigma^{\circ 33} = \rho_0 \sigma^{22} = \rho_0 \sigma^{33} \quad (3.2)$$

Тогда система (1.6) примет вид

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{\rho} \frac{\partial \rho_1^\circ}{\partial t} + \frac{\rho_1^\circ}{\rho} \frac{\partial \alpha}{\partial t} &= b_1 = - \frac{\rho_1}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{J_{13}}{\rho} \\ \frac{1-\alpha}{\rho} \frac{\partial \rho_2^\circ}{\partial t} - \frac{\rho_2^\circ}{\rho} \frac{\partial \alpha}{\partial t} &= b_2 = - \frac{\rho_2}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{J_{13}}{\rho} \\ a_{31} \frac{\partial \rho_1^\circ}{\partial t} + a_{32} \frac{\partial \rho_2^\circ}{\partial t} + a_{33} \frac{\partial T}{\partial t} &= b_3 = \frac{\sigma^{11}}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial r} - (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \frac{J_{13}}{\rho} \\ a_{41} \frac{\partial \rho_1^\circ}{\partial t} + a_{42} \frac{\partial \rho_2^\circ}{\partial t} + a_{43} \frac{\partial T}{\partial t} &= 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \sigma^{11}}{\partial r} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Здесь

$$\begin{aligned} a_{31}(\rho_1^\circ, \rho_2^\circ, \alpha, T) &= \frac{\rho_1}{\rho} \left(\frac{\partial E_1}{\partial \rho_1^\circ} \right)_T, \quad a_{32}(\rho_1^\circ, \rho_2^\circ, \alpha, T) = \frac{\rho_2}{\rho} \left(\frac{\partial E_2}{\partial \rho_2^\circ} \right)_T \\ a_{33}(\rho_1^\circ, \rho_2^\circ, \alpha, T) &= \frac{\rho_1}{\rho} \left(\frac{\partial E_1}{\partial T} \right)_{\rho_1^\circ} + \frac{\rho_2}{\rho} \left(\frac{\partial E_2}{\partial T} \right)_{\rho_2^\circ}, \quad a_{41}(\rho_1^\circ, T) = \left(\frac{\partial p_1}{\partial \rho_1^\circ} \right)_T \\ a_{42}(\rho_2^\circ, T) &= - \left(\frac{\partial p_2}{\partial \rho_2^\circ} \right)_T, \quad a_{44}(\rho_1^\circ, \rho_2^\circ, T) = \left(\frac{\partial p_1}{\partial T} \right)_{\rho_1^\circ} - \left(\frac{\partial p_2}{\partial T} \right)_{\rho_2^\circ} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Четвертое уравнение (3.3) получено после дифференцирования по t уравнения (2.2) (равенство давлений фаз). Складывая первые два уравнения (3.3), получаем уравнение неразрывности смеси

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial r} \quad (3.5)$$

Для рассматриваемого случая уравнение (2.4) относительно составляющей девиатора τ_i^{11} с учетом (3.5) имеет вид

$$\frac{\partial \tau_i^{11}}{\partial t} = \frac{4}{3} \mu \frac{\rho}{\rho_0} \frac{\partial v}{\partial r} \quad (\tau_i^{11} \leq \tau_i^*) \quad (3.6)$$

Система (3.3) совместно с (3.4), (2.1), (3.6) при заданных уравнениях состояния фаз (2.9), (2.14), линии равновесия фаз $p_s(T)$ и коэффициентов F_{12} и F_{21} в уравнениях кинетики фазовых переходов (2.16) является замкнутой в области непрерывного движения двухфазного сжимаемого твердого тела. Отметим, что в случае отсутствия одной из фаз ($\alpha \equiv 0$ или $\alpha \equiv 1$) система (3.3) автоматически переходит в систему уравнений движения соответствующей однофазной среды.

В рамках описанной модели рассмотрена задача о плоском ударе пластины толщиной l_1 (ударник), имеющей бесконечные размеры в направлении, перпендикулярном к движению, о полупространство или слой толщины $l - l_1$ (мишень, находящаяся справа). Пусть слева от точки $r = 0$ и справа от точки $r = l$ известны напряжения (граничные условия)

$$\sigma^{11}(0, t) = \sigma_0(t), \quad \sigma^{11}(l, t) = \sigma_l(t) \quad (3.7)$$

В простейшем случае $\sigma_0(t) \equiv \sigma_l(t) \equiv 0$. При $t = 0$ известно невозмущенное состояние (начальные условия) системы

$$\rho_{10}^0, \rho_{20}^0, \quad \alpha_0 \equiv 1, \quad T_0, \quad \tau_0^{11} \equiv 0$$

а также

$$v_0(r) \equiv v_0 \quad (0 \leq r \leq l_1), \quad v_0(r) \equiv 0 \quad (l_1 \leq r \leq l) \quad (3.8)$$

Для решения поставленной задачи использовался так называемый метод прямых или метод частиц с применением псевдовязкости.

Для расчета упруго-пластических течений в эйлеровых переменных этот метод с соответствующими ссылками рассмотрен в [6].

В системе координат (r, t) на оси r в области течения возьмем точки $r_0, r_1, \dots, r_{n-1}, r_n$ ($r_0 = -r_1, r_0 < 0; r_n = l + l - r_{n-1}, r_{n-1} < l$) и проведем прямые $r = r_j$ ($j = 0, 1, \dots, n$), что соответствует разбиению системы на n материальных частиц. Предполагая существование достаточно гладкого решения, будем определять значения искомых функций в точках $r = r_j$, а производные по r заменим разностными отношениями

$$\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_j = \frac{v_{j+1}(t) - v_{j-1}(t)}{r_{j+1} - r_{j-1}}, \quad \left(\frac{\partial \sigma^{11}}{\partial r}\right)_j = \frac{\sigma_{j+1}^{11}(t) - \sigma_{j-1}^{11}(t)}{r_{j+1} - r_{j-1}} \quad (3.9)$$

причем граничные условия (3.7) сносим соответственно на $r = r_0$ и $r = r_n$. В результате система шести дифференциальных уравнений с частными производными (3.3) и (3.6) перейдет в систему $6n$ обыкновенных дифференциальных уравнений по времени, которые совместно с начальными условиями при $t = 0$ дают задачу Коши, решение которой на ЭВМ не представляет особых затруднений.

В тех случаях, когда в области течения имеются ударные волны, то решение задачи должно быть с разрывом, на котором должны выполняться условия Гюгонио. Чтобы использовать выписанный метод для таких задач, Рихтмайер и Нейман предложили вводить псевдовязкость, с учетом которой тензор напряжений имеет вид

$$\sigma_j^{11} = -p_j + \tau_j^{11} - \Phi_j \quad (3.10)$$

$$\Phi_j = \rho_0 a_0^{2-n} C_n |v_{j+1} - v_j|^n \quad (v_{j+1} - v_j < 0), \quad \Phi_j = 0 \quad (v_{j+1} - v_j \geq 0)$$

и обычно используют линейную ($n = 1, C_1 \approx 1$) и квадратичную ($n = 2, C_2 \approx 2$) псевдовязкости.

Отметим, что напряжение в точке, разделяющей ударник и мишень не может быть растягивающим, поэтому, начиная с момента времени t_1 (после прохождения ударной волны), когда

$$\sigma^{11}(l_1, t_1) = -p(l_1, t_1) + \tau^{11}(l_1, t_1) = 0$$

добавится еще одно граничное условие

$$\sigma^{11}(l_1, t) = 0 \quad (t \geq t_1) \quad (3.11)$$

что соответствует независимому движению мишени и ударника (отход или отскок ударника). Аналогичная ситуация может возникнуть после откола (нарушение сплошности внутри образца). Но вопрос о начале откола [7] является довольно сложным и в данной работе не затрагивается, хотя математически в данной схеме учет откольных явлений не представляет затруднений.

4. Рассмотренная выше модель и схема расчета использовались для исследования нестационарного движения, когда материалом ударника и мишени является железо, в котором за ударной волной достаточной интенсивности происходит превращение $\text{Fe}^\alpha \rightarrow \text{Fe}^\epsilon$, а в разгрузке $\text{Fe}^\epsilon \rightarrow \text{Fe}^\alpha$. В невозмущенном состоянии имеется только первая (Fe^α) фаза ($\alpha_0 \equiv 1, \rho_0 = 7860 \text{ кг/м}^3$). Коэффициенты уравнений состояния (2.5) — (2.7) имеют следующие значения [4]:

для Fe^α

$$A = 9.9743 \cdot 10^5 \text{ бар}, \quad K = 10.1639 \cdot 10^5 \text{ бар}, \quad b = 7.0985$$

$$c = 4.45 \cdot 10^2 \text{ м}^2/\text{сек}^2 \text{ град}, \quad \gamma_1 = 2.04 - 0.36 \rho_1^0 / \rho_0,$$

для Fe^ϵ

$$A = 9.4389 \cdot 10^5 \text{ бар}, \quad K = 10.740 \cdot 10^5 \text{ бар}, \quad b = 7.7845$$

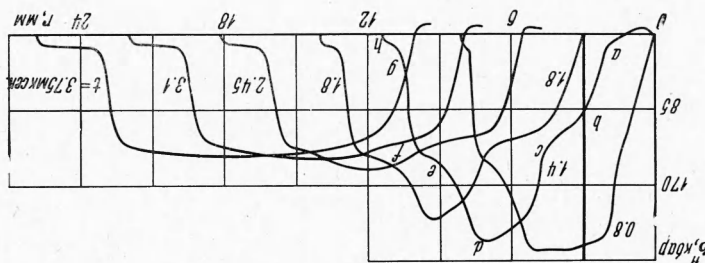
$$c = 4.45 \cdot 10^2 \text{ м}^2/\text{сек}^2 \text{ град}, \quad \gamma_2 = 2.45 - 0.77 \rho_2^0 / \rho_0$$

Кривую фазового равновесия $p_s(T)$ между Fe^α и Fe^ϵ можно представить в виде

$$p_s(T) = K_0 [0,0901 - 0,0152 (T/T_0) + 0,0021 (T/T_0)^2]$$

$$(4.1) \quad (K_0 = 16,953 \cdot 10^3 \text{ бар}, T_0 = 300^\circ \text{ К})$$

Эта зависимость соответствует кривой, которая получена Кауфманом [8] в результате обработки статических и динамических экспериментов различных авторов и на фазовой диаграмме железа, находящейся ниже но температуре так называемой тройной точки ($p = 110 \text{ бар}, T = 800^\circ \text{ К}$). Некоторые асепты, связанные с рассматриваемым



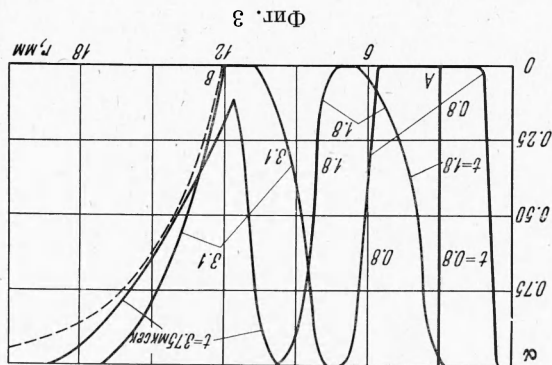
Фиг. 2

фазовым переходом в железе, рассмотрены в [2-4] со ссылками на работы С.А. Новикова, А.Т. Иванова и др., А. Бочана, Л. Эрмана и др., в которых в основном для стационарного случая рассмотрены ряд особенностей ударных волн в твердых телах, тепловые фазовые превращения, в частности образование многоволновой структуры и ударных волн разряжения.

Безусловно, характеризующие сопротивление среды динамическому сдвигу, при этом, за исключением дуги данных, одинаковым для обеих фаз

$$\mu_1 = \mu_2 = 0,906 \cdot 10^8 \text{ бар}, \tau_1^* = \tau_2^* = 4,79 \cdot 10^3 \text{ бар}.$$

На фиг. 2 и 3 в качестве примера показаны соответственно эпюры напряжений σ_{11} и σ_{22} в различные моменты времени при ударе пластиной ($l_1 = 3 \text{ мм}$) мишени со скоростью $v_0 = 1325 \text{ м/сек}$. При этом для коэффициентов скоростей фазовых переходов



Фиг. 3

было принято $\tau_{12}^* = \tau_{21}^* = 6,45 \text{ сек/м}^2$. Кривая, соответствующая $t = 1,4 \text{ мксек}$ (фиг. 2), отмечена буквами, причем hg — ударный фронт, gf — скачок, переходящий первую фазу в неравновесное состояние (имеет конечную толщину из-за невязкости), ed — зона релаксации или волна фазового превращения, на которой происходит фазовый переход $\text{Fe}^\alpha \rightarrow \text{Fe}^\epsilon$ (ее толщина определяется величиной τ_{12}^*), dcb — волна разряжения, переходящая вторую фазу в неравновесное состояние, ba — волна разряжения, на которой происходит переход $\text{Fe}^\epsilon \rightarrow \text{Fe}^\alpha$ (если $\tau_{21}^* \rightarrow \infty$, ba превращается в скачок разряжения); ao — носилучающая волна разряжения. Наличие девиатора приводит к более раннему началу ослабления ударной волны, чем в чисто гидродинамической модели, так как ударная волна разряжения имеет большую скорость, чем эластическая волна разряжения. Конечное время, необходимое для фазового перехода и образующаяся многоволновая структура ударной волны также

приводят к тому, что волна, на которой заканчивается переход $Fe^{\alpha} \rightarrow Fe^{\epsilon}$ начинает затухать существенно раньше, чем это следует из простейших соображений, связанных с ударной адиабатой. Кроме того, в момент соударения амплитуда скачка соответствует ударному сжатию первой фазы, на котором реализуется весь перепад массовой скорости (в данном случае $v_0/2$). По мере удаления от места соударения амплитуда этого скачка стремится к своему стационарному значению, когда на нем реализуется лишь часть перепада, а остальная — на волне фазового превращения.

Заметим, что если скорость удара v_0 пластиной из того же материала и достаточной толщины превышает 1625 м/сек, то структура всей ударной волны стремится к стационарной конфигурации до прихода волны разгрузки. Если $650 < v_0 < 1625$ м/сек, то такой стационарной конфигурации не существует, так как скачок gf имеет большую скорость, чем волна ed , но каждая из этих волн стремится к своей стационарной амплитуде до прихода волны разгрузки.

5. Расчеты с различными значениями коэффициента F_{12} для скорости фазового перехода $1 \rightarrow 2$ (см. (2.16)) показывают, что глубина δ зоны, в которой фазовые переходы происходили полностью (AB на фиг. 3), при прочих равных условиях существенно зависит от принятого значения F_{12} , а кривая $\alpha_{\min}(r)$ (пунктирная линия на фиг. 3) круто идет вверх из точки B . Это создает возможность определения F_{12} по остаточному эффекту, для чего нужно после соответствующего эксперимента определить действительную глубину этой зоны δ .

В связи с этим отметим явление «упрочнения взрывом» железа и малоуглеродистой стали, когда после прохождения ударной волны достаточной интенсивности происходит существенное увеличение характеристик прочности (например, твердости) материала [9]. Анализ кривых, твердости по глубине мишени показывает, что при достаточно больших скоростях удара имеется три зоны упрочнения: первая — зона существенного упрочнения, в которой твердость фактически постоянна по глубине; вторая — узкая зона умеренного упрочнения, в которой твердость резко падает по глубине, и третья — зона слабого упрочнения, в которой твердость постепенно понижается по глубине. Глубина первой зоны определяется скоростью удара.

Эти факты позволяют предположить, что упрочнение в первой и второй зонах связано с фазовым переходом $Fe^{\alpha} \rightleftharpoons Fe^{\epsilon}$, а в третьей зоне — с пластическими деформациями на ударной волне, давление которой уже меньше давления, соответствующего фазовому переходу. Причем в первой зоне фазовые переходы происходят полностью, а во второй — частично. В таком случае для определения глубины зоны AB , очевидно, достаточно каждый раз определять глубину δ_e зоны, в которой твердость после упрочнения постоянна, в зависимости от скорости удара и при фиксированной толщине ударника. Если удастся подобрать такое значение F_{12} , что $\delta(v_0) \equiv \delta_e(v_0)$, то это подтвердит указанную природу упрочнения, предложенное соотношение для кинетики фазовых переходов (2.16), а также даст реальное значение F_{12} .

Поступила 25 VII 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Прагер В. Введение в механику сплошных сред. М., Изд-во иностр. лит. 1963.
2. Зельдович Я. В., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., «Наука», 1966.
3. Альтшуллер Л. В. Применение ударных волн в физике высоких давлений. Усп. физ. н., 1965, т. 85, вып. 2.
4. Жарков В. Н., Калинин В. А. Уравнения состояния твердых тел при высоких давлениях и температурах. М., «Наука», 1968.
5. Нигматулин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде с фазовыми переходами. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5.
6. Уилкинс М. Л. Расчет упруго-пластических течений. Сб. «Вычислительные методы в гидродинамике», М., «Мир», 1967.
7. Скидмор И. Ударные волны в твердых телах. Механика. Сб. перев. и обз. ин. период. лит., 1968, № 4.
8. Кауфман Л. Фазовые равновесия и превращения в металлах под давлением. Сб. «Твердые тела под высоким давлением», М., «Мир», 1966.
9. Козорезов К. И., Скугорова Н. Ф. Упрочнение сталей ударными волнами. Физика и химия обработки материалов, 1969, № 2.