

зоне величины $\delta_q (\delta_q < 5,6 \cdot 10^{-2} \text{ см})$. Кривая ABC является границей области I , в которой объемное кипение не играет роли.

Автор выражает благодарность М. Н. Когану и Н. К. Макашеву за полезные обсуждения.

Поступила 17 IV 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Батанов В. А., Бункин Ф. В., Прохоров А. М., Федоров В. Б. Испарение металлических мишеней под действием интенсивного оптического излучения. — ЖЭТФ, 1972, т. 63, вып. 2.
2. Prokhorov A. M., Batanov V. A., Bunkin F. V., Fedorov V. B. Metal evaporation under powerful optical radiation. — «IEEE J. of Quantum Electronics», 1973, vol. QE — 9, N 5.
3. Анисимов С. И. Испарение металла, поглощающего лазерное излучение. — ЖЭТФ, 1968, т. 54.
4. Анисимов С. И., Имас Я. И., Романов Т. С., Ходыко Ю. В. Действие излучения большой мощности на металлы. М., «Наука», 1970.
5. Рыкалин Н. Н., Углов А. А. Процессы объемного парообразования при воздействии луча лазера на металлы. — ТВТ, 1971, т. 9, № 3.
6. Кондратьев В. Н. О механизме испарения при взаимодействии мощных потоков энергии с веществом. — ПМТФ, 1972, № 5.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. М., «Наука», 1964.
8. Батанов В. А., Федоров В. Б. Вымывание жидкой фазы — новый механизм формирования кратера при плоском развитом испарении металлической мишени лазерным лучом. — «Письма в ЖЭТФ», 1973, т. 17, вып. 7.
9. Виленская Г. Г., Немчинов И. В. Численный расчет движения и нагрева излучением ОКГ плазмы, образовавшейся при вспышке поглощения в парах твердого тела. — ПМТФ, 1969, № 6.
10. Казновский С. П., Селиванов Ю. Ф., Субботин В. И., Шаньгин Н. Н. Сила, действующая на растущий паровой пузырь вследствие реактивной отдачи испаряющихся молекул. — ТВТ, 1976, т. 14, № 5.
11. Кей Дж., Лэби Т. Таблицы физических и химических постоянных. М., Физматгиз, 1962.
12. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. — В кн.: Собр. избранных трудов. Т. 3, гл. 7. М., Изд-во АН СССР, 1959.

УДК 538.4+538.311

ЭЛЕКТРОМАГНИТ С ХОЛЛОВСКИМ ВОЗБУЖДЕНИЕМ

А. М. Трубачев

(Новосибирск)

Корбино в 1911 г. показал, что если диск с током, текущим к оси, поместить в магнитное поле, параллельное оси диска, то из-за ЭДС Холла первоначально прямая линия электрического тока сворачивается в спираль. Это приводит к увеличению длины линии тока, а тем самым и к увеличению сопротивления диска. Эффект изменения сопротивления диска в магнитном поле использован в [1] для переключения тока в цепи индуктивного накопителя энергии.

Если носители электрического тока движутся от края диска к оси, то появление азимутального холловского тока сопровождается усилением магнитного поля внутри диска по сравнению с внешними [2].

Такие же процессы происходят и в гидромагните [3—5], в котором для усиления магнитного поля используется радиальное течение проводящей жидкости в аксиальном магнитном поле.

В упомянутых работах не рассматривается переходный процесс установления стационарного магнитного поля. Для создания магнитного поля и особенно для целей коммутации существенное значение имеет время включения подобного устройства. Поэтому в данной работе рассмотрены нестационарные задачи усиления магнитного поля при протекании электрического тока в поперечном магнитном поле. При этом получено усиление поля и время установления стационарного состояния. Обе величины экспоненциально зависят от магнитного числа Рейнольдса. Для гидромагнита выяснилось, что устанавливающееся магнитное поле существенно отличается от полученного в [4, 5]. Расхождение результата объясняется тем, что граничные условия в [4, 5] были выбраны произвольно.

1. Рассмотрим несколько задач, связанных с возбуждением холловского тока, усиливающего магнитное поле, приложенное к устройству. На фиг. 1 показана схема, приводящая к усилению магнитного поля в плоской геометрии. Ток I_0 протекает в проводящей среде от плоскости C_1 к A_1 и от C_2 к A_2 . Магнитное поле перпендикулярно плоскости фиг. 1. Холловский ток, возникающий в левой части схемы, замыкается таким же холловским током справа. Схема для осесимметричного случая приведена на фиг. 2. Здесь ток I_0 радиален, а холловский ток азимутален. Задача сводится к решению системы уравнений

$$(1.1) \quad \operatorname{rot} \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{E} = -\partial \mathbf{B} / \partial t, \quad \mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + (1/en)[\mathbf{j} \times \mathbf{B}]), \\ \operatorname{div} \mathbf{j} = 0,$$

где для всех величин приняты обычные обозначения.

Физический интерес представляют следующие начальные и граничные условия:

1. Схема подключена к внешнему источнику постоянного тока так, что ток протекает от внешней границы C к внутренней A . Вначале поле B_z всюду равно нулю. В момент $t = 0$ на внешней границе включается поле $B_z|_C = B_0$ и в дальнейшем остается постоянным. На границе C поле непрерывно. Поле в полости однородно и зависит только от времени. Граничное условие на внутренней поверхности A следует из первого, второго и третьего уравнений системы (1.1)

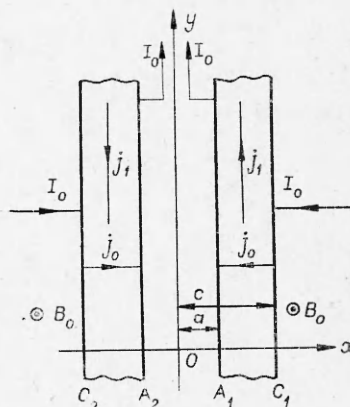
$$(1.2) \quad \operatorname{rot} \mathbf{B}|_A = \mu_0 \sigma(\mathbf{E} + (1/en)[\mathbf{j} \times \mathbf{B}])|_A.$$

Сформулированная задача описывает работу переключателя тока в цепи индуктивного накопителя энергии. Управление осуществляется постоянным внешним магнитным полем.

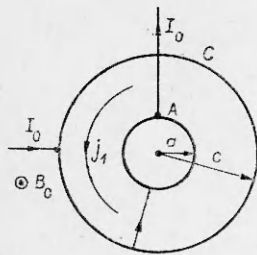
2. Поле в начальный момент всюду равно $B_z = B_0$. В момент времени $t = 0$ включается ток I_0 , который в дальнейшем остается постоянным. Граничное условие на внутренней поверхности прежнее (1.2). Эта постановка задачи описывает работу схемы по усилению магнитного поля за счет работы внешнего источника постоянного тока.

3. Так как в [4, 5] предполагалось, что на внешней границе поле равно нулю, имеет смысл специально рассмотреть задачу 2 при условии $B_z|_C = 0$.

В дальнейшем взаимодействие тока I_0 со своим собственным магнитным полем не рассматривается, так как это взаимодействие при удачном расположении токоподводя-



Фиг. 1



Ф и г. 2

щих шин может приводить только к поляризации проводящей среды вдоль оси z .

2. Решения сформулированных задач могут быть получены классическим методом преобразования Лапласа [6]. Так, задача 1 в плоском случае имеет решение

$$(2.1) \quad B_z = B_0 e^{2\alpha(c-x)} \times \left[1 - e^{-\alpha(c-x)} \sum_{i=1}^{\infty} e^{-\frac{\alpha^2 - p_i}{\mu_0 \sigma} t} \times \right. \\ \left. \times \frac{2\sqrt{p_i}}{\alpha^2 - p_i} \frac{\text{sh} \sqrt{p_i}(c-x)}{\frac{\alpha(1+\alpha a) + ap_i}{[\alpha(1+\alpha a) - ap_i]^2 - p_i} - (c-a)} \right],$$

где p_i — последовательные нетривиальные корни уравнения

$$(2.2) \quad \text{th} \sqrt{p}(c-a) = \sqrt{p}/[\alpha(1+\alpha a) - ap].$$

Комбинация $2\alpha(c-a) = (c-a)\mu_0 \sigma j_0 / en$, где j_0 — плотность тока, текущего от C к A , представляет собой отношение времени диффузии поля на толщину $(c-a)$ ко времени движения носителя от C к A , т. е. магнитное число Рейнольдса Re_m .

Для осесимметричного случая решение задачи 1 имеет вид

$$(2.3) \quad B_z = B_0 \left(\frac{c}{r}\right)^{2v} \left[1 + \left(\frac{r}{c}\right)^v \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{\frac{pt}{\mu_0 \sigma}} \frac{dp}{p} \times \right. \\ \times \frac{\left[K_{v-1}(a\sqrt{p}) + \frac{a\sqrt{p}}{2} K_v(a\sqrt{p}) \right] I_v(r\sqrt{p}) +}{\left[K_{v-1}(a\sqrt{p}) + \frac{a\sqrt{p}}{2} K_v(a\sqrt{p}) \right] I_v(c\sqrt{p}) +} \\ \left. \frac{+ \left[I_{v-1}(a\sqrt{p}) - \frac{a\sqrt{p}}{2} I_v(a\sqrt{p}) \right] K_v(r\sqrt{p})}{+ \left[I_{v-1}(a\sqrt{p}) - \frac{a\sqrt{p}}{2} I_v(a\sqrt{p}) \right] K_v(c\sqrt{p})} \right],$$

где I_v , I_{v-1} и K_v , K_{v-1} — функции Бесселя мнимого аргумента; величина $2v = \mu_0 \sigma j_0 c / en = \text{Re}_m$ по-прежнему имеет смысл магнитного числа Рейнольдса; j_0 — плотность радиального тока на внешней границе.

Похожую структуру имеют и решения задачи 2.

Для анализа установившегося состояния гидромагнита приведем решение задачи 3 в плоском случае. Для наглядности принято $a = 0$, или, что то же самое, граница A непроницаема для магнитного поля

$$(2.4) \quad B_z = B_0 e^{\alpha(c-x)} \sum_{i=1}^{\infty} e^{-\frac{\alpha^2 - p_i}{\mu_0 \sigma} t} \frac{\sqrt{p_i} \text{sh} \sqrt{p_i}(c-x)}{\alpha - c(\alpha^2 - p_i)} \left[1 - \frac{2\alpha}{\sqrt{\alpha^2 - p_i}} e^{-\alpha c} \right],$$

где p_i — корни уравнения (2.2) при $a = 0$. Решение осесимметричной задачи 3 не приводится из-за его громоздкости.

3. Структура полученных решений для задач 1 и 2 имеет одинаковый вид: каждое из них содержит ряд, экспоненциально затухающий со временем, и слагаемое, не зависящее от времени. Решение задачи 3 такого слагаемого не имеет.

Анализ решений при малых магнитных числах Рейнольдса приводит к выводу, что поля и времена их установления практически не меняются по сравнению с обычными задачами диффузии поля в проводник.

Ситуация сильно изменяется при больших магнитных числах Рейнольдса ($Re_m \gg 1$). В этом случае уравнение (2.2) имеет бесконечный набор отрицательных корней $p_i < 0$ и один корень $p \sim \alpha^2$. Члены ряда (2.1) при $p_i < 0$ слабо отличаются от соответствующих членов ряда в обычной задаче диффузии поля без учета эффекта Холла, поэтому они исчезают за время порядка времени свободной диффузии поля в образец. Используя это, можно при достаточно больших временах представить решение (2.1) в виде

$$B_z \approx B_0 e^{Re_m \left(1 - \frac{x}{c}\right)} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right],$$

где

$$(3.1) \quad \tau \approx \frac{\mu_0 \sigma c^2}{Re_m^2} e^{Re_m}$$

— характерное время установления поля. Здесь для простоты использовано приближение $a/c \ll 1$. Это же время характеризует установление поля и в задачах 2 и 3 для плоской геометрии.

Подобная ситуация имеет место и в осесимметричной задаче. В подынтегральном выражении (2.3) имеется особая точка $|p| \rightarrow 0$ при $Re_m \rightarrow \infty$, которая и определяет скорость изменения поля внутри устройства. Используя асимптотическое разложение функций Бесселя при больших значениях индекса, из (2.3) можно получить

$$B_r \approx B_0 \left(\frac{c}{r}\right)^{Re_m} \left[1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right],$$

где

$$(3.2) \quad \tau \approx \frac{\mu_0 \sigma c^2}{Re_m^2} \left(\frac{c}{a}\right)^{Re_m}.$$

Стационарное распределение поля между цилиндрами A и C в задачах 1 и 2 имеет вид

$$(3.3) \quad B_z = B_0 \left(\frac{c}{r}\right)^{Re_m}$$

для любых магнитных чисел Рейнольдса.

Установившееся значение магнитного поля в задаче 3 равно нулю, что следует из (2.4), а время релаксации при $Re_m \gg 1$ определяется соотношениями (3.1) или (3.2) в зависимости от геометрии.

Таким образом, показано, что усиление магнитного поля происходит в том случае, если поле на внешней границе отлично от нуля. При равен-

стве нулю поля на внешней границе усиления нет, а время релаксации определяется соотношениями (3.1) или (3.2) для $Re_m \gg 1$.

4. Решения задач, полученные в предыдущих пунктах, можно применить к анализу переходного процесса в гидромагните, если в магнитном числе Рейнольдса произвести замену $j_0/en = u_0$, где u_0 — скорость нормального течения жидкости на внешней границе.

Так, в осесимметричной задаче, если поле на внешней границе отлично от нуля, распределение поля в гидромагните задается соотношением (3.3). Если поле на внешней границе равно нулю, то и установившееся значение поля внутри гидромагнита будет нулевым в отличие от полученного в [4, 5]. Время достижения гидромагнитом стационарного состояния выражается теми же соотношениями, что и в устройстве типа диска Корбино.

5. В дополнение к задачам 1—3 рассмотрим задачу о концентрации магнитного поля при условии сохранения потока через гидромагнит. Это условие было использовано в [4, 5].

Внешняя граница гидромагнита выполнена из хорошего проводника, так что диффузией поля через нее за время сжатия можно пренебречь. Поле в гидромагните до начала сжатия $B_z = B_0$. Используя условие сохранения потока и распределение поля (3.3), получим

$$B_z = B_0 \left(\frac{c}{r} \right)^{Re_m} \frac{(Re_m - 2)a^{Re_m - 2}}{Re_m c^{Re_m - 2} - 2a^{Re_m - 2}}.$$

Из приведенной формулы видно, что максимально достижимое поле в центре гидромагнита в условиях сохранения потока $B_z = B_0(c/a)^2$ при $Re_m \rightarrow \infty$. Если же поле на границе поддерживается постоянным, то поле в центре гидромагнита $B_z = B_0(c/a)^{Re_m}$, т. е. усиление поля происходит более эффективно.

Автор выражает благодарность Е. И. Биченкову и Р. Л. Рабиновичу за обсуждения и советы по данной работе.

Поступила 9 II 1978

ЛИТЕРАТУРА

1. Kleinman D. A., Schawlow A. L. Corbino disk. — *J. Appl. Phys.*, 1960, vol. 31, N 12.
2. Айнол, Робсон, Турчи. Прерыватель на основе эффекта Холла для индуктивных цепей. — *«Приборы для научных исследований»*, 1977, вып. 4.
3. Kolm H., Mawardi O. Hydromagnet: a self-generating liquid conductor electromagnet. — *J. Appl. Phys.*, 1961, vol. 32, N 7.
4. Mawardi O. Flux concentration by hydromagnetic flow. — In: *High Magnetic Fields*. N. Y. — L., 1962.
5. Карасик В. Р. Физика и техника сильных магнитных полей. М., «Наука», 1964.
6. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., «Наука», 1973.