

УДК 536.24

## **Численное моделирование теплообмена в оребренном канале с нагреваемой стенкой: случаи смешанной конвекции для стационарного и нестационарного режимов течения**

**Х. Тюми, Р. Хеннике, А. Коричи**

*Университет Медиа, Медиа, Алжир*

E-mail: rabahh200@yahoo.fr

В работе представлены результаты численных исследований характеристик смешанной конвекции и теплообмена в канале с оребренной нагреваемой стенкой. Уравнения сохранения массы, импульса и энергии в совокупности с граничными условиями решаются методом конечных объемов с использованием программы с открытым кодом OpenFOAM®. Исследования проведены при различных комбинациях параметров, таких как числа Рейнольдса, Грасгофа и размер ребер. Данные расчетов представлены в виде зависимостей полей изолиний функции тока, полей изотерм, чисел Нуссельта и коэффициента сопротивления от чисел Рейнольдса, чисел Грасгофа и размеров ребер. Полученные результаты показали, что течение переходит из стационарного режима в нестационарный при относительно низком значении числа Рейнольдса. Нестационарный режим течения интенсифицирует теплообмен за счет возмущений в пристенной области. Увеличение скорости набегающего потока и размеров ребер приводит к существенной интенсификации теплообмена, но эта интенсификация малочувствительна к приросту интенсивности нагрева канала.

**Ключевые слова:** смешанная конвекция, нестационарный поток, ребра, численное моделирование, OpenFOAM.

### **Введение**

Процессы теплообмена часто наблюдаются в природных условиях и в промышленных установках, где они осуществляются благодаря переносу энергии по механизму теплоотдачи. Такие процессы имеют место, например, в компактных теплообменниках, коллекторах солнечной энергии, химических реакторах и в системах охлаждения электроники. Целью управления режимом теплообмена в подобных системах является снижение потерь тепла или усиление теплоотдачи, что остается предметом научных исследований на протяжении нескольких последних десятилетий. Из предыдущих работ следует, что для повышения интенсивности теплообмена можно использовать несколько методов: пассивные методы, осуществляющиеся путем возмущения пристенной области с помощью вихревых генераторов (с основным элементом в виде стержня, цилиндра, ребра и т.д.), и активные методы с использованием движущихся объектов или модуляции потоков [1–4].

В работе [5], насколько известно авторам, впервые были выполнены численные исследования конвективного теплообмена и течения жидкости в оребренном канале. В дальнейшем во многих работах рассматривались вопросы, связанные с использованием ребер в теплообменных устройствах. В работе [6] изучалась естественная конвекция в ламинарном течении в канале, образованном двумя параллельными пластинами с набором ребер, которые располагались со сдвигом по длине канала. Было обнаружено, что на конечном расстоянии от входа в канал течение становится полностью развитым и периодическим. Также было установлено, что значительное увеличение числа Нуссельта имеет место для жидкости с высоким числом Прандтля, такой как вода. Кроме того, оказалось, что теплопроводность стенок канала играет существенную роль в росте теплоотдачи.

В работе [7] экспериментально исследовалось течение воздуха в канале с десятью поперечными ребрами, расположенными попеременно на противоположных стенках. Ламинарное течение для такой конфигурации наблюдалось при числе Рейнольдса ниже 600. В работе [8] изучалось влияние сил плавучести на теплообмен и на картину течения в асимметричном режиме нагрева канала с рядом равноотстоящих одинаковых теплопроводных ребер. На оребренной стенке задавались тепловые граничные условия при доминирующем свойстве периодичности течения в его полностью развитой области. Результаты показали, что интенсивность и конфигурация вихрей зависят от числа Грасгофа, числа Рейнольдса и от геометрических параметров, включая расстояние между ребрами, их высоту и угол наклона канала. Авторы [9] исследовали конвективный теплообмен и гидродинамические характеристики потока в вертикальном канале с параллельными оребренными стенками с учетом вклада свободной конвекции в развивающееся течение. Их результаты подтвердили периодическое поведение течения после нескольких секций оребренности в области ниже входного отверстия. Было отмечено, что если нагрев стенки является достаточно интенсивным, то в канале с нисходящим течением может развиться противоположный градиент давления, а вблизи холодной стенки может возникнуть серия вихрей.

В работе [10] было обнаружено, что в дополнение к рециркуляции потока ниже каждого ребра вследствие эффекта плавучести возникают вихри вблизи холодной стенки с тенденцией к снижению теплопередачи. Было установлено, что основной вихрь за ребром на подогреваемой стенке увеличивается в размере при повышении числа Рейнольдса, в то время как вторичный вихрь, расположенный вблизи холодной стенки, подавляется. Это явление снижает теплоотдачу на горячей стенке и искажает развитие температурного профиля. Снижение теплоотдачи становится еще более выраженным при увеличении числа Прандтля. Таким образом, было показано, что геометрические параметры задачи влияют на теплопередачу и на трение на обеих стенках канала.

В работе [11] исследовалось влияние ребра на смешанную конвекцию при противоположном воздействии сил плавучести против пульсирующего вынужденного потока в вертикальном канале. Было изучено влияние частоты пульсаций, числа Прандтля и положения ребра при различных значениях числа Ричардсона ( $Ri$ ). Результаты продемонстрировали улучшение теплообмена при наличии ребра и пульсирующего потока. Было установлено, что интегральное число Нуссельта увеличивается при больших значениях числа Рейнольдса, амплитуды пульсаций и числа Прандтля. В работе [12] исследовалась чисто вынужденная конвекция между двумя параллельными пластинами с поперечными ребрами, расположенными асимметрично. Результаты показали, что относительное расположение рядов ребер является фактором, влияющим на поле течения,

особенно в случае ребер большого размера. В работе [13] рассматривалась интенсификация теплообмена за счет вставки поперечного ребра в канал с обратным уступом. Влияние размера ребра, его толщины и расстояния между ребром и обратным уступом на характеристики потока исследовалось для значений числа Рейнольдса в диапазоне от 100 до 500. Результаты показали, что размещение ребра в канале может увеличить интегральное число Нуссельта на 190 %. Кроме того, было установлено, что интенсивность теплопередачи и характер течения жидкости сильно зависят от положения ребра.

В работе [14] было показано, что увеличение чисел Рейнольдса и Прандтля приводит к росту числа Нуссельта вдоль изотермических стенок горизонтального канала с ребрами, расположенными в шахматном порядке. Авторы [15] представили численное исследование ламинарного потока в канале, оснащенном твердыми или пористыми ребрами. Было отмечено, что сплошные ребра приводят к более значительному улучшению теплообмена, чем пористые, однако они увеличивают коэффициент трения.

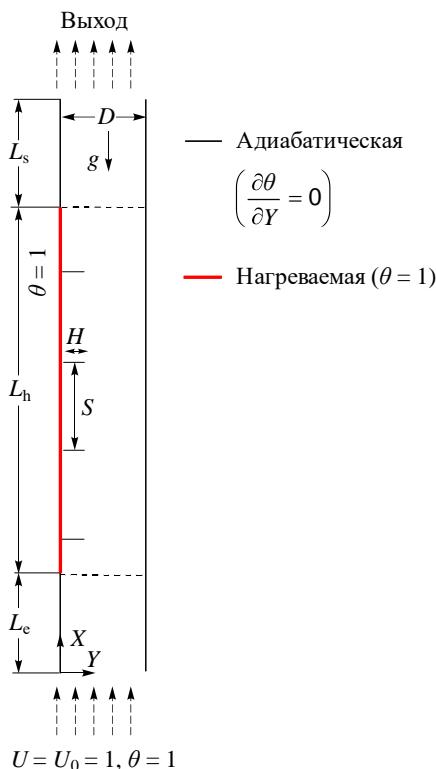
В работе [16] рассматривалось использование пористых и твердых перегородок, прикрепленных к двум стенкам в шахматном порядке. Результаты показали, что ребра вызывают отрыв/присоединение потока, и это влияет на эффективность локальной теплоотдачи. Также было обнаружено, что интенсивность теплоотдачи при использовании твердых перегородок намного выше по сравнению с пористыми перегородками. Авторы [17] провели численное исследование эффективности пористых ребер, которые обеспечивали увеличение коэффициента теплообмена до 300 %. В публикациях [18, 19] были представлены результаты численных исследований динамических и тепловых эффектов в зависимости от расположения перпендикулярных ребер в трехмерном канале. Авторы показали, что влияние трехмерности на коэффициент трения становится более заметным при высоких числах Рейнольдса.

Изучению конвективного теплопереноса в трехмерной постановке при течении в канале с одним ребром, расположенным вблизи входной области, посвящалось исследование [20]. Было показано, что длина зоны отрыва до ребра и длина зоны рециркуляции за ребром возрастают с ростом числа Рейнольдса или при увеличении размеров ребра. В более позднем исследовании [21] изучались гидродинамика и конвективный перенос тепла через канал с рядом ребер. Было показано, что препятствия типа ребра довольно неэффективны при высокой степени загромождения сечения канала.

Существуют также экспериментальные работы по оценке влияния ребер на теплообмен и гидродинамику, но их число значительно ниже, чем количество публикаций по численному моделированию. Эти работы вследствие экспериментальных ограничений представлены в рамках глобальных характеристик, таких как число Нуссельта или коэффициент трения. Так, экспериментальные исследования турбулентного течения с теплообменом в прямоугольном оребренном канале были выполнены авторами [22]. Они обнаружили, что увеличение размеров ребер влечет за собой увеличение потерь давления, а также повышение коэффициента теплообмена. В работе [23] были представлены результаты изучения гидродинамических и теплофизических характеристик течения в прямоугольном канале с периодическим шахматным размещением ребер. При этом на верхней и нижней стенках задавались граничные условия с однородными потоками тепла. Результаты эксперимента показали, что потери давления увеличиваются с ростом размера ребра. Также для заданной скорости потока глобальный и локальный коэффициенты теплоотдачи увеличиваются с ростом числа Рейнольдса. В работе [23] было показано, что коэффициент теплоотдачи и коэффициент трения увеличиваются с ростом расстояния между ребрами.

В исследовании [24] экспериментально изучались теплообмен и гидродинамика при течении в канале с периодическим расположением прямых ребер вдоль направления потока. Авторы отметили увеличение теплоотдачи по сравнению с результатами, полученными для гладкого канала. В работе [25] было показано, что наличие ребер на стенах канала существенно снижает теплоотдачу и интенсивность течения в режимах естественной конвекции, особенно при низких числах Рэлея. В работе [26] была проведена численная оценка роста теплоотдачи в вертикальном симметричном обогреваемом канале с ребрами в ламинарных режимах течения. Было установлено, что обогрев канала приводит к увеличению теплоотдачи примерно в 2,8 раза, если безразмерная высота ребра составляет 0,25. Данная безразмерная высота ребра обеспечивает хороший компромисс между ростом теплоотдачи и потерями на трение.

Из проведенного библиографического обзора видно, что большая часть работ посвящена исследованиям в установившихся режимах чисто вынужденных течений и лишь небольшое число работ имеют дело с режимом смешанной конвекции. В численных исследованиях обычно используются стационарные алгоритмы, которые подавляют все флуктуации (см. работы [8, 14, 15]). Наличие ребер в дополнение к силам плавучести вызывает сильные взаимодействия и переводит течение в переходный режим. Более того, нестационарное поведение и взаимодействие между силами плавучести и инерции делают моделирование трудоемкой задачей, требующей как аппаратных ресурсов, так и времени. Таким образом, настоящая работа — попытка авторов внести свой вклад в понимание нестационарных процессов при максимально приближенной к реальности постановке задачи. Целью является проведение моделирования нестационарной смешанной конвекции в вертикальном канале с ребрами, расположенными на нагретой стенке.



### Постановка задачи и исходные уравнения

На рис. 1 показана схема расчетной области, состоящей из двух параллельных пластин — стенок канала длиной  $L$  и шириной  $D = d/d = 1$ . На нагреваемой стенке установлено четыре равноудаленных (на расстоянии  $S = s/d = 1$ ) одинаковых ребра. Первое ребро расположено в сечении с координатой  $X = 5$ . Безразмерная высота ребер составляет  $H = h_b/d$ , и при высоте, равной ширине канала фактор загромождения, она будет равна единице. Гладкая стенка является адиабатической поверхностью. Длины входной и выходной областей в канале выбираются так, чтобы исключить нереалистичные граничные условия на входе, и чтобы зона рециркуляции находилась внутри расчетной области [27]. Все размеры расчетной

Рис. 1. Картина течения и граничные условия.

области представлены в безразмерном виде: длина нагретого участка  $L_h = 6D$ , она начинается на расстоянии  $L_e = 4D$  от входного сечения и заканчивается на расстоянии  $L_s = 12D$  до выходного сечения канала. Таким образом, общая длина канала составляет  $L = 22D$ . Предполагается, что ребра имеют нулевую толщину и выполнены из материала с высокой теплопроводностью, поэтому дополнительные граничные условия для температуры не требуются.

На входе в канал снизу задаются равномерные распределения скорости потока воздуха и температуры ( $U_0, \theta_0$ ), что отображено на рис. 1. Течение в канале происходит в режиме смешанной конвекции. Поток жидкости (воздух,  $\text{Pr} = 0,71$ ) считается ламинарным, несжимаемым и вязким (ニュートンовская жидкость). Все теплофизические свойства предполагаются постоянными, за исключением плотности воздуха в членах уравнения, описывающих архимедову силу (применяется приближение Буссинеска). Согласно сделанным предположениям, основные уравнения непрерывности, сохранения импульса и энергии можно сформулировать в безразмерном виде:

— сохранение массы:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0; \quad (1)$$

— сохранение импульса в направлении оси  $X$ :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) + \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2} \theta; \quad (2)$$

— сохранение импульса в направлении оси  $Y$ :

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = - \frac{\partial P}{\partial Y} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right); \quad (3)$$

— сохранение энергии:

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \frac{1}{\text{Pr} \text{Re}} \left( \frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right). \quad (4)$$

В этих уравнениях используются следующие безразмерные переменные:

$$X = \frac{x}{d}, \quad Y = \frac{y}{d}, \quad U = \frac{u}{u_0}, \quad V = \frac{v}{u_0}, \quad \tau = \frac{tu_0}{d}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_w - T_0}, \quad P = \frac{(p + \rho_0 q x)}{\rho_0 u_0^2} \quad (5)$$

и безразмерные параметры:

$$\text{Re} = \frac{u_0 d}{v}, \quad \text{Gr} = \frac{q \beta (T_w - T_0) d^3}{v^2}, \quad \text{Ri} = \frac{\text{Gr}}{\text{Re}^2}, \quad \text{Pr} = \frac{\mu}{k c_p}. \quad (6)$$

### Физические параметры

Численно полученные результаты расчетов полей скорости и температуры представлены безразмерными числом Нуссельта и коэффициентом трения. Интенсивность теплообмена оценивается с помощью локального числа Нуссельта и определяется как

отношение теплообмена по механизму конвекции к теплообмену по теплопроводности в газовой фазе. Число Нуссельта записывается следующим образом:

$$\text{Nu}_X = \frac{hd}{k} = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_w}{\frac{T_w - T_0}{k}} = -\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_w \frac{d}{T_w - T_0} = -\frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_w, \quad (7)$$

где  $h$  — коэффициент теплоотдачи, который вычисляется по градиенту температуры на нагреваемой стенке и имеет вид:

$$h = \frac{-k \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_w}{T_w - T_0}. \quad (8)$$

Среднее по площади стенки значение числа Нуссельта вычисляется как

$$\text{Nu} = \frac{1}{L_h} \int_0^{L_h} \text{Nu}_X dX. \quad (9)$$

Для случая нестационарного течения локальное число Нуссельта (с усреднением по времени) вычисляется по формуле

$$\overline{\text{Nu}}_X = \frac{1}{\tau_p} \int_0^{\tau_p} \text{Nu}_X d\tau. \quad (10)$$

Аналогично, среднее (по длине канала) число Нуссельта с усреднением по времени вычисляется согласно выражению

$$\overline{\text{Nu}} = \frac{1}{L_h} \int_0^{L_h} \overline{\text{Nu}}_X dX. \quad (11)$$

Коэффициент трения (сопротивления) определяется как

$$f = \frac{2\Delta p d}{\rho_0 u_0^2 l_h} = \frac{2\Delta p}{\rho_0 u_0^2 (l_h/d)} = \frac{2\Delta p}{\rho_0 u_0^2 L_h}, \quad (12)$$

где  $\Delta p$  — перепад давления вдоль нагретого участка стенки канала с длиной  $l_h$ , а  $L_h$  — безразмерная длина нагреваемого участка. Пульсации в потоке характеризуются с помощью числа Струхalia, которое записывается в виде:

$$\text{St} = \frac{f_r d}{u_0}, \quad (13)$$

где  $f_r$  — частота [Гц]. В уравнениях (1)–(13)  $u$  и  $v$  — компоненты скорости потока,  $x$  и  $y$  — декартовы координаты,  $p$  — давление,  $\rho$  — плотность,  $T$  — температура,  $T_w$  — температура стенки,  $d$  — ширина канала,  $\rho_0$ ,  $u_0$  и  $T_0$  — плотность, скорость и температура газа на входе в канал. Нижний индекс «0» относится к условиям на входе в канал, индекс « $w$ » — к условиям на нагреваемой стенке, а зона нагрева описывается координатами  $Y = 0$  и  $L_e < X \leq L_h$ .

## Границные условия

Моделирование проводилось при следующих граничных условиях:

— на входе ( $X = 0, 0 \leq Y \leq 1$ ):  $U = U_0 = 1, V = 0, \theta = 0$ ; (14)

— на выходе ( $X = L_e + L_h + L_s, 0 \leq Y \leq 1$ ):  $\frac{\partial U}{\partial X} = 0, \frac{\partial V}{\partial X} = 0, \frac{\partial P}{\partial X} = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0$ , (15)

— на адиабатической стенке ( $0 \leq X \leq L_e, Y = 0$  и  $Y = 1$ ), ( $0 < X - (L_e + L_h) \leq L_s, Y = 0$ ), ( $0 \leq X \leq L_e + L_h + L_s, Y = 1$ ):

$$U = V = 0, \frac{\partial \theta}{\partial X}; \quad (16)$$

— на стенке с нагревом ( $L_e < X \leq L_e + L_h, Y = 0$ ):  $U = V = 0, \theta = 1$ . (17)

На поверхности всех четырех ребер задается условие прилипания. Это условие генерируется с помощью утилиты create Baffles в рамках программного комплекса OpenFOAM, оно обеспечивает неразрывность теплового потока и задает условие нулевой скорости на поверхности ребер.

## Метод решения

Уравнения в частных производных (1)–(6) с соответствующими граничными условиями (14)–(17) разрешаются методом конечных объемов с применением открытого исходного кода OpenFOAM®, также в ходе вычислений для связи полей скорости и давления используется алгоритм PIMPLE, сочетающий черты алгоритмов SIMPLE и PISO, разработанные С. Патанкарой и описанные в работе [28], с применением доступного решателя buoyantBoussinesqPimpleFoam. Все основные уравнения дискретизируются с помощью неявной разностной схемы второго порядка для интегрирования по времени. Что касается дискретизации по пространству, то для градиентов, дивергенции и лапласовских членов в уравнениях используется разностная схема второго порядка точности.

## Валидация модели

Численная модель проверялась путем сравнения ее данных с результатами экспериментов, представленных в работе [29], которые были получены для случая изотермического ламинарного течения в канале с обратным уступом при аналогичных условиях. Дальнейшее подтверждение адекватности модели основывается на сравнении чисел Нуссельта в режимах смешанной конвекции в вертикальном канале с асимметричным нагревом, полученных в настоящей работе и в исследовании [30] при идентичных условиях. Данные на рис. 2a, 2b демонстрируют высокое качественное и количественное согласование, причем максимальное расхождение между результатами не превышает 0,5 %.

## Оптимальная расчетная сетка (подбор оптимальной сетки, оптимизация сетки)

Зависимость результатов расчетов от параметров сетки устанавливалась путем вычислений на сетках с различным количеством ячеек:  $330 \times 60, 440 \times 80, 550 \times 100$  и  $660 \times 120$  при  $Gr = 2 \cdot 10^5, Re = 1400$  и  $H = 0,25$ . Числа Нуссельта с усреднением по времени для различных сеток представлены в табл. 1. Видно, что относительная ошибка между двумя самыми мелкими сетками не превышает 5 %. Поэтому сетка размерностью  $550 \times 100$

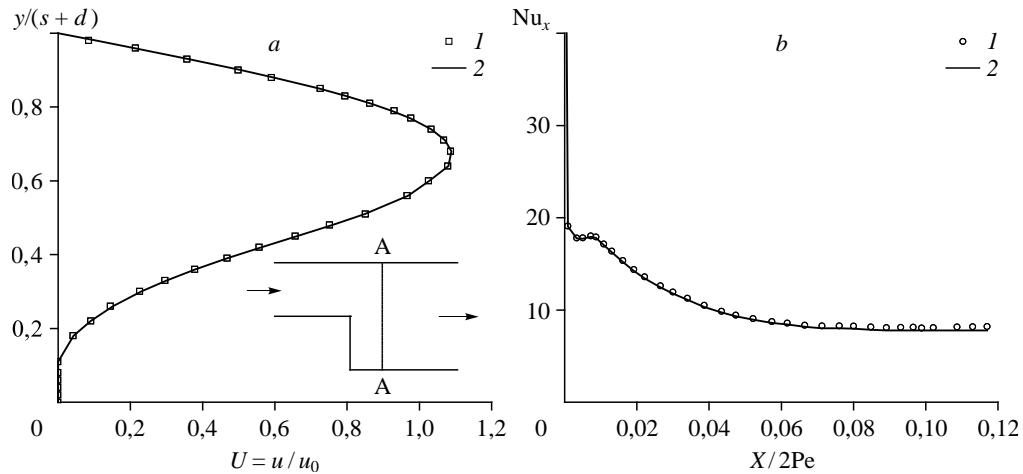


Рис. 2. Сравнение результатов моделирования с литературным данными.

*a* — скорость по потоку  $U = u/u_b$  как функция  $y/(s+d)$  для безразмерной координаты  $x/s = 2,55$  $(d = 1,06s$  — высота канала на входе,  $s$  — высота выступа, $u_b$  — входная скорость воздушного потока,  $Re = u_b d/v = 50$  аналогично [29];*b* — локальное число Нуссельта ( $Nu_x$ ) как функция  $x/(D_h Pe) = X/(2Pe)$ при параметрах  $Gr = 1,59 \cdot 10^5$  и  $Re = u_b d/v = 150$  ( $D_h = 2d$  аналогично [30]);*I* — данные настоящих расчетов (*a*, *b*), 2 — результаты экспериментов [29] (*a*) и [30] (*b*).

Таблица 1

## Влияние размера ячеек расчетной сетки на среднее число Нуссельта

с усреднением по времени для течения с параметрами потока

 $Re = 1400$ ,  $Gr = 2 \cdot 10^5$  при высоте ребра  $H = 0,25$ .

Число ячеек	$330 \times 60$	$440 \times 80$	$550 \times 100$	$660 \times 120$
Степень построения сетки, $i$	1	2	3	4
$\bar{Nu}$	11,32	13,72	14,72	15,43
Относительная погрешность <sup>*</sup> , %	30,50	17,50	6,80	4,60
$\log f$	0,05	0,08	0,10	0,12
St	0,2274	0,1883	0,1439	0,1030

<sup>\*</sup>Относительная погрешность определена как  $e (\varphi_i, \varphi_{i-1}) = |(\varphi_i - \varphi_{i-1})/\varphi_i|$ , где  $\varphi = Nu$ ,  $f$ , St или другой расчетной величине.

использовалась при вычислениях в рамках описанной геометрии. Для более точного расчета градиентов температуры, давления и скорости она сгущалась вблизи твердых стенок. Во избежание нежелательных резких изменений размера сетки коэффициент расширения между двумя соседними ячейками во всех случаях не превышал 1,02. Распределение ячеек сетки над нагретой частью канала показано на рис. 3. Для других зон канала используется сетка с адекватным размером ячеек. Ребра считаются очень тонкими, они созданы путем преобразования внутренних граней в две граничные грани (в два граничных условия) с помощью программы Create-Baffles, доступной в среде OpenFOAM® (для ребер канала прописан отдельный файл).

## Результаты и их обсуждение

## Общие особенности течения и теплообмена

Вычисления проводились при нестационарных условиях — до установления стационарного решения или осциллирующего нестационарного решения. Шаги по времени выбирались в соответствии с условием Куранта–Фридрихса–Леви (КФЛ) по числу

Куранта при самых высоких числах Рейнольдса ( $C < 1$ ) при  $\Delta\tau = 0,068$ . Поскольку ожидается периодическое нестационарное течение, условие КФЛ можно использовать в качестве ориентира для выбора шага по времени, чтобы не пропустить определенные колебания или переходные характеристики. Вычисления проводились для случая ламинарного течения при числах Рейнольдса в интервале от 200 до 1800 и при числах Грасгофа в диапазоне от  $10^4$  до  $2 \cdot 10^5$  для заданной геометрии канала при факторе загорождения  $H = 0,25$  (исходный вариант) и для факторов, равных 0,5 и 0,75. Численное моделирование выполнялось на компьютерной рабочей станции HP Z820 с процессором Intel Xeon 2× E5-2620.

### Стационарный случай

При условиях  $Re = 500$ ,  $Gr = 2 \cdot 10^5$  и  $H = 0,25$  течение является устойчивым, о чем свидетельствует эволюция во времени компоненты скорости  $u$  в контрольной точке ( $X = 9,5$ ,  $Y = 0,0625$ ) (см. рис. 4). Эта точка размещена вблизи стенки ниже по течению после всех ребер. Здесь параметры течения очень чувствительны к возмущениям в набегающем потоке. Начиная с состояния неподвижной среды,  $U$ -компоненты скорости достигает установившегося уровня примерно через 150 безразмерных временных шагов. При низких значениях чисел Рейнольдса и Грасгофа сценарий эволюции  $u$  почти такой же, но с небольшими отличиями по изменению скорости и времени выхода на стационарное решение. Поля скорости и температуры представлены далее в виде полей изолиний функции тока и изотерм во всем канале, а при необходимости отдельные зоны представлены в увеличенном масштабе.

На рис. 5 показана структура течения для трех выбранных чисел Рейнольдса (200, 500 и 900) при числе Грасгофа  $Gr = 8 \cdot 10^4$  и высоте ребер  $H = 0,25$ . Очевидно стационарное поведение потока. Изолинии функции тока остаются параллельными на протяжении всего канала за исключением области вблизи ребер, где наблюдаются зоны возвратного течения, вызванные скачком давления из-за изменения сечения потока.

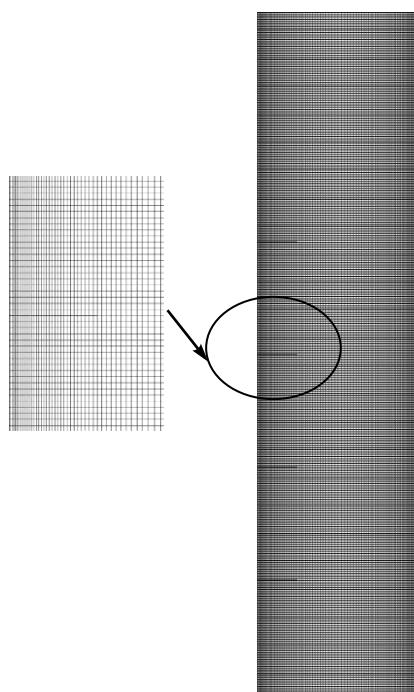


Рис. 3. Фрагмент сетки для зоны нагрева: расчетная сетка размером 550×100.

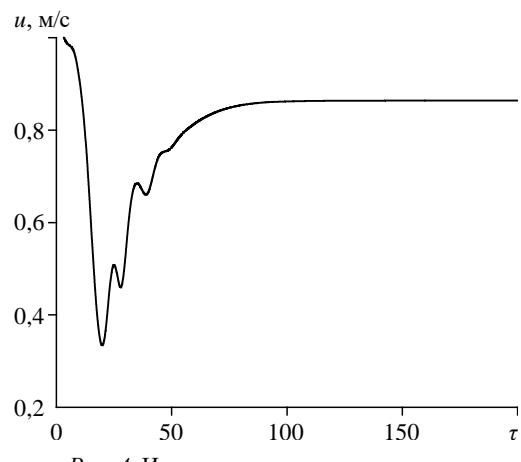


Рис. 4. Изменение скорости для точки ( $X = 9,5$ ,  $Y = 0,0625$ ) при  $Re = 500$  и  $Gr = 2 \cdot 10^5$ .

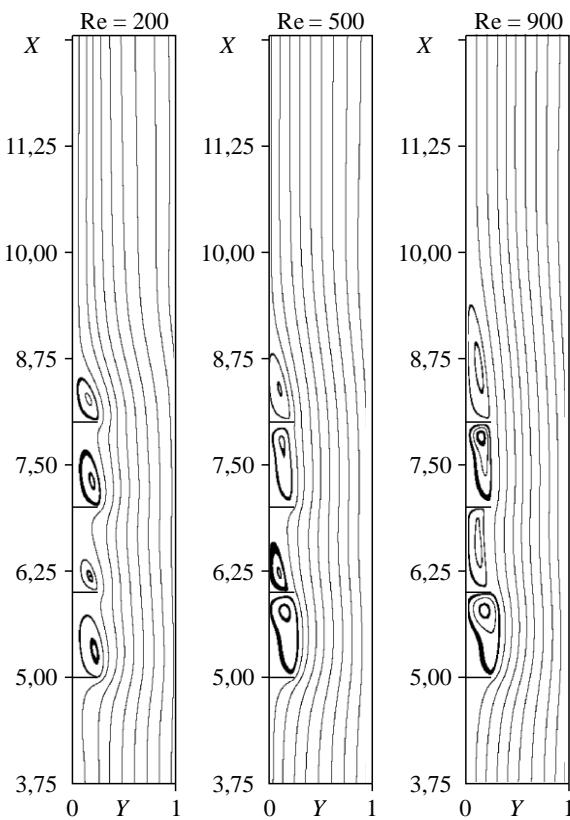


Рис. 5. Поля изолиний функции тока  
при различных числах Рейнольдса  
при  $Gr = 8 \cdot 10^4$  и высоте ребра  $H = 0,25$ .

При низком числе Рейнольдса ( $Re = 200$ ) вихри (в межреберном пространстве) имеют овальную форму, а при более высоких числах Рейнольдса они обтекаются основным течением и удлиняются. При увеличении числа Рейнольдса вихри удлиняются, особенно в области за последним ребром (из-за отсутствия пространственных ограничений). Для выбранного интервала числа  $Re$  и при постоянном числе Грасгофа структура течения зависит от силы плавучести, при этом поток жидкости обтекает ребро и затем проникает в межреберное пространство. По мере увеличения числа Рейнольдса преобладают инерционные силы, которые препятствуют проникновению основного потока в (межреберную) полость. Соответствующие поля изотерм представлены на рис. 6. Они показывают, что вставка ребер в канал существенно изменяет структуру течения и поле температуры в канале. Так, ребро, расположенное выше по течению (первое), нарушает профиль скорости набегающего потока, в то время как другие ребра взаимодействуют с зонами рециркуляции, где пограничные слои отсутствуют. Очень тонкий пограничный слой образуется при  $x < L_e$ , его постепенное восстановление начинается ниже по течению от зоны рециркуляции за последним ребром.

Вихри, образовавшиеся в зонах рециркуляции, состоят из одних и тех же частиц жидкости, поэтому они действуют как застойные зоны, аккумулирующие теплую жидкость. Из-за низкой скорости в этих областях тепло передается в основном за счет теплопроводности, что характеризуется низким числом Нуссельта (порядка единицы). Приближаясь ко второму, третьему и четвертому ребрам, изотермы сгущаются, образуя более

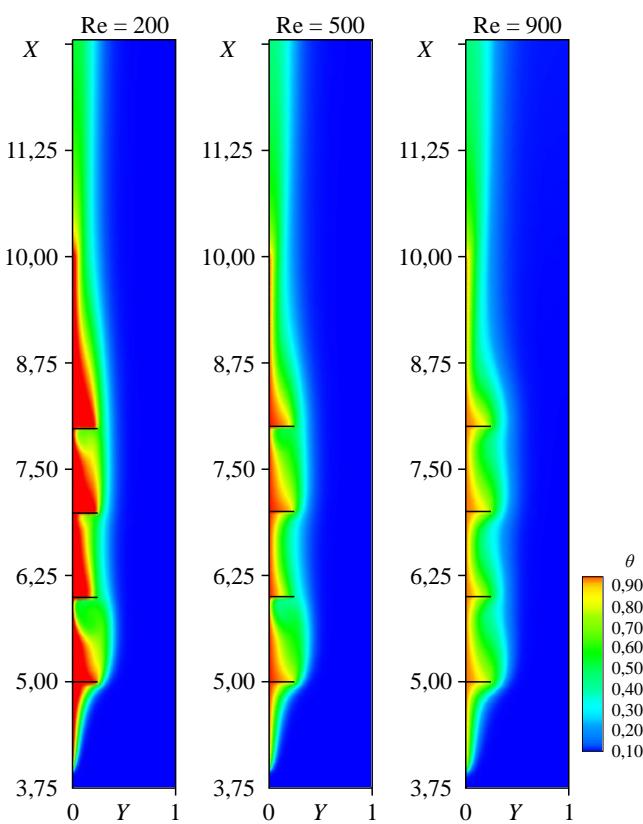


Рис. 6. Поля изотерм при различных числах Рейнольдса для потока с  $\text{Gr} = 8 \cdot 10^4$  и  $H = 0,25$ .

тонкие пристенные тепловые пограничные слои. Это приводит к увеличению числа Нуссельта (как показано ниже) и происходит из-за вращения против часовой стрелки в зонах рециркуляции, что, в свою очередь, приводит к слабому увлечению более холодной жидкости в зоне перед ребрами.

### Случай нестационарного состояния

Моделирование смешанной конвекции в канале с ребрами при высоких значениях числа Рейнольдса показало, что возникают неустойчивости Кельвина – Гельмгольца, которые заставляют поток переходить к самоподдерживающемуся колебательному поведению. Эти неустойчивости вызваны последовательным сужением – расширением поперечного сечения канала. Чтобы подчеркнуть зависимость характеристик потока от времени, на рис. 7 приведена временная эволюция компоненты скорости  $U$  в контрольной точке ( $X = 9,5$ ,  $Y = 0,0625$ ) при  $\text{Re} = 1400$  и  $\text{Gr} = 2 \cdot 10^5$ . Для наглядности показан только один

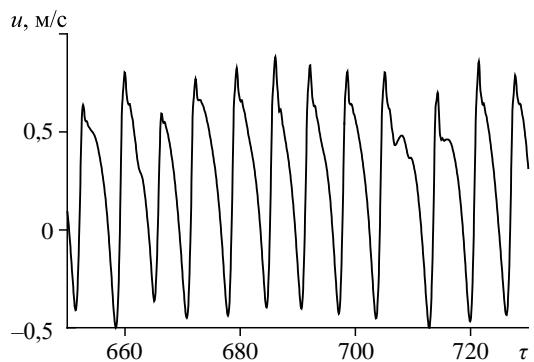


Рис. 7. Эволюция скорости потока в точке ( $X = 9,5$ ,  $Y = 0,0625$ ) при  $\text{Re} = 1400$ ,  $\text{Gr} = 2 \cdot 10^5$  и  $H = 0,25$ .

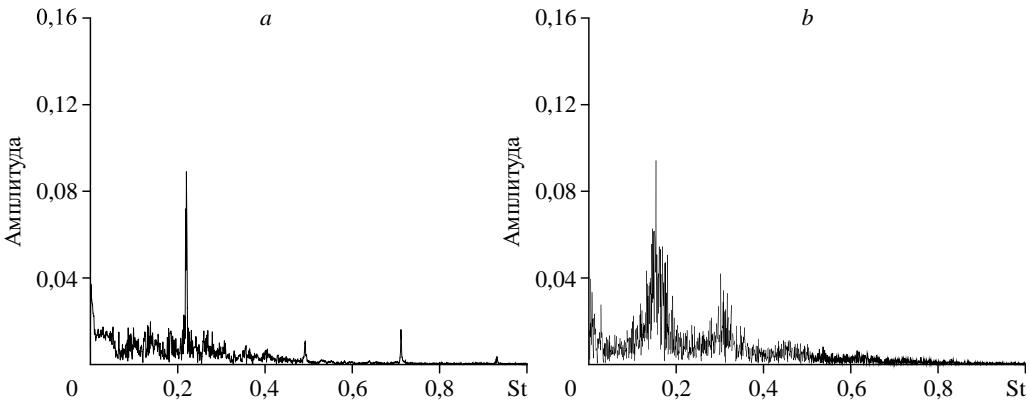


Рис. 8. Быстрый Фурье-анализ для  $U$ -компоненты скорости потока при  $H = 0,25$  и  $\text{Gr} = 5 \cdot 10^4$  для  $\text{Re} = 1000$  (а), 1400 (б).

временной квазипериод. Очевидно, что скорость потока приобретает квазипериодический характер спустя некий промежуток времени, который требуется для установления такого режима. Время перехода на квазипериодический режим зависит от чисел Рейнольдса, Грасгофа и геометрии канала. Для течения при  $\text{Re} = 1400$  и  $\text{Gr} = 2 \cdot 10^5$  время установления квазипериодического течения занимает около 412 безразмерных единиц времени. А период колебаний  $\tau_p$  составляет 6,94 единицы для квазипериодического режима в интервале  $412 < \tau < 730$ .

На рис. 8 представлены результаты быстрого Фурье-анализа временной зависимости компоненты скорости  $U$ , при этом показана доминирующая частота при  $\text{St} = 0,2201$  (для случая течения с  $\text{Re} = 1000$  и  $\text{Gr} = 5 \cdot 10^4$ ). Число Струхала представляет собой отношение инерционных сил, обусловленных местным ускорением потока, к инерционным силам, обусловленным конвективным ускорением. Другими словами, это число описывает безразмерную частоту генерации вихрей (см. рис. 9). Величина числа Струхала  $\text{St}$  зависит от чисел Рейнольдса и Грасгофа. Анализ также свидетельствует о наложении нескольких волн, вызванных неустойчивостью, обусловленной инерционными силами, силами плавучести или взаимодействием между этими двумя силами. Эти волны инициировались последовательными взаимодействиями между основным входящим потоком и рециркулирующей жидкостью. Последняя стремится покинуть полость (межреберное пространство) и имеет незначительный вклад частиц жидкости, захваченных из входящего потока в зону рециркуляции. Амплитуда и частота доминирующей волны снижаются с ростом числа Рейнольдса, в то время как увеличение числа Грасгофа приводит к увеличению амплитуды гармонических волн.

Как видно из данных в табл. 2, число Струхала более чувствительно к величине  $\text{Re}$ , чем  $\text{Gr}$ , в диапазонах параметров данного исследования. Оно уменьшается от 0,2201 до 0,1535 при  $\text{Gr} = 5 \cdot 10^4$  и при росте числа Рейнольдса от 1000 до 1400. Однако оно уменьшается только с 0,1535 до 0,1439 при изменении числа  $\text{Gr}$  от  $5 \cdot 10^4$  до  $2 \cdot 10^5$  при фиксированном  $\text{Re} = 1400$ . Эта чувствительность становится незначительной при высоких значениях числа Рейнольдса. В исследовании смешанной конвекции над нагретыми блоками с прямоугольным цилиндром в качестве генератора вихрей [31] было обнаружено, что  $\text{St} = 0,1488$  при чисто вынужденном конвективном потоке ( $\text{Re} = 500$ ,  $\text{Gr} = 0$ ) и уменьшается до 0,1443 при  $\text{Gr} = 2 \cdot 10^5$ . Критическое число Рейнольдса перехода к самоподдерживающемуся осциллирующему потоку и число Струхала не имеют прямой связи

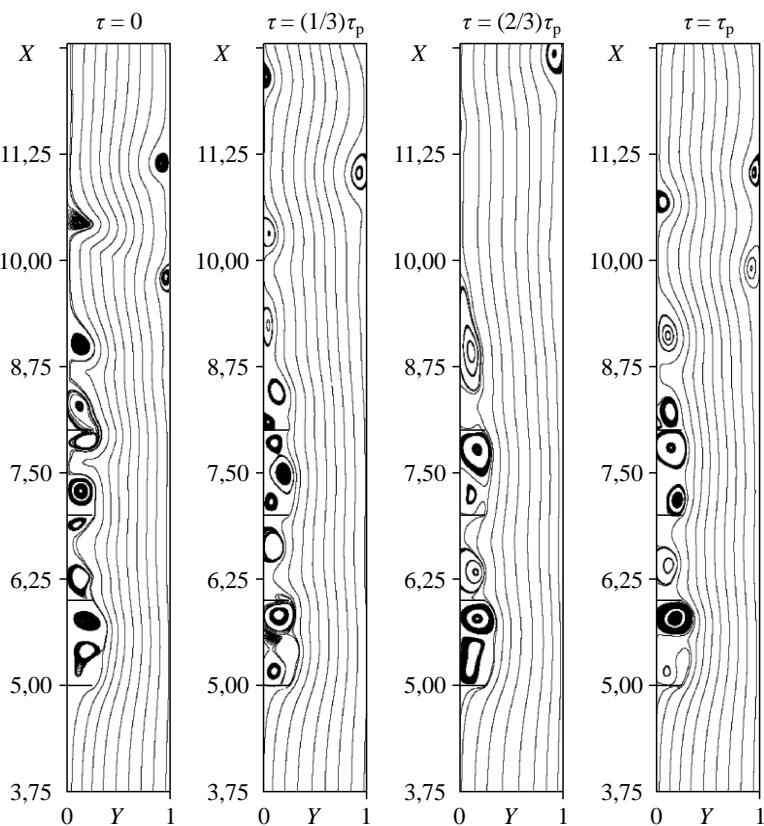


Рис. 9. Изолинии функции тока четырех этапов колебаний потока при параметрах  $Gr = 2 \cdot 10^5$  и  $Re = 1400$ .

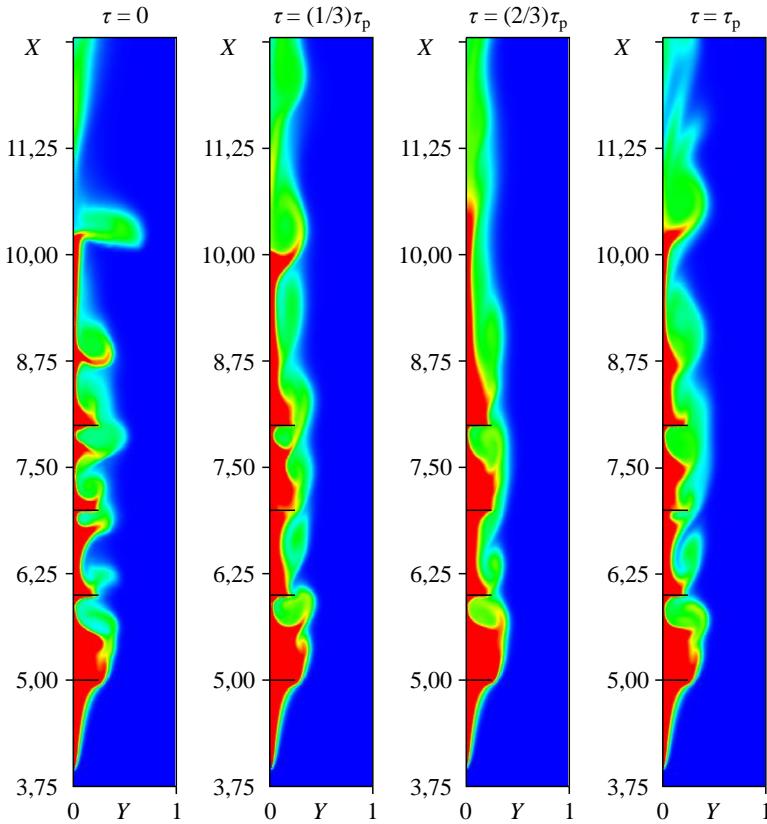
с числом Ричардсона. Следует отметить, что различные иллюстрации в статье [31] показывают, что течение остается ламинарным при всех комбинациях чисел Рейнольдса и Грасгофа, изученных в этой работе.

Бегущие волны омывают фрагменты стенки между ребрами, вызывая эволюцию вихрей с непрерывным их дроблением (в пристенной области). Для демонстрации волнового характера течения на рис. 9 показаны четыре последовательных мгновенных поля изолиний функции тока в диапазоне времени одного квазипериода.

Как уже указывалось для случая основных частот фурье-анализа, вихри генерируются последовательно и периодично: они начинаются на вершинах ребер и отрываются вместе с основным потоком. Когда при повышении скорости потока возрастают силы инерции, то это вызывает увеличение размера зоны возвратного течения. По мере роста такая зона становится нестабильной и готова разделиться на две зоны циркуляции. Зона отрыва распространяется назад, что вызывает нарастающую волну вблизи стенки с нагревом. А вблизи адиабатической стенки появляется зона меньшего размера, и ее положение чередуется с аналогичной зоной вблизи горячей стенки. Эти вихри образуются в качестве компенсации локального ускорения потока со стороны горячей стенки (что удовлетворяет условию

Таблица 2  
Число Струхала  
при различных комбинациях чисел  
Рейнольдса и Грасгофа  
при относительной высоте  $H = 0,25$

Re	Gr	St
1000	$5 \times 10^4$	0,2201
1000	$2 \times 10^5$	0,1937
1400	$5 \times 10^4$	0,1535
1400	$2 \times 10^5$	0,1439
1800	$5 \times 10^4$	0,1091
1800	$2 \times 10^5$	0,1053



*Rис. 10.* Карта изотерм для четырех этапов колебаний потока при числах  $Gr = 2 \cdot 10^5$  и  $Re = 1400$ .

неразрывности). Авторы [32] при смешанной конвекции в канале с нагреваемыми зонами и генератором вихрей (в виде прямоугольного бруса) наблюдали похожие ячейки с вихрями (при высоких числах Рейнольдса). Для случая вынужденной конвекции в канале с наклонными пластинами вихри появляются уже при умеренных числах Рейнольдса [9, 10, 31].

Картина течения воспроизводится через квазипостоянный интервал  $\tau_p$ , при этом временной интервал  $\tau_p = 1/St$  изменяется от 4,5 до 9,5 при числе Рейнольдса в пределах от 1000 до 1800. Например, интервал  $\tau_p \approx 7$  для варианта потока с  $Re = 1400$  и  $Gr = 2 \cdot 10^5$  соответствует режиму основной волны. Соответствующие распределения температуры для четырех моментов времени показаны на рис. 10. Хорошо видно, что формы изотерм соответствуют эволюции течения. При выходе из полостей вихри захватывали теплую жидкость и вбрасывали ее в основной поток. Как упоминалось выше, динамическая фрагментация зоны рециркуляции нарушала развитие теплового пограничного слоя вблизи горячей стенки. Сочетание двух механизмов эффективно способствовало перемешиванию жидкости, понижая температуру вблизи нагретой стенки.

### Параметрический анализ

#### Зависимость интенсивности теплообмена от числа Рейнольдса

Количественная оценка интенсивности теплообмена осуществляется путем расчета локального числа Нуссельта вдоль нагреваемой поверхности для различных значений

чисел Рейнольдса и Грасгофа. Кроме того, оценивается усредненное по времени среднее число Нуссельта в зависимости от числа Рейнольдса и Грасгофа для каждой конфигурации.

Усредненное по времени изменение локального числа Нуссельта по длине нагретой части канала при  $Gr = 2 \cdot 10^5$  и  $Re = 500$  и 1800 представлено на рис. 11а. На приведенных графиках мгновенные значения оцениваются после достижения стационарного состояния для  $Re = 500$  и периодического потока для  $Re = 1800$ . Вдоль входной области усредненное по времени локальное изменение числа Нуссельта имеет аналогичную зависимость, но с небольшим превышением при  $Re = 1800$ . Однако вдали от входа происходит его значительное увеличение за счет активации осциллирующего потока. В нестационарном режиме усредненное по времени локальное число Нуссельта достигает максимума непосредственно перед вторым ребром; точки двух более низких максимумов наблюдаются непосредственно перед третьим и четвертым ребрами, а также непосредственно перед первым ребром. Напротив, для первой перегородки в установившемся состоянии усредненное по времени локальное число Нуссельта продолжает падать в задней части перегородки, локальный минимум наблюдается вблизи основания ребра. Точки локальных максимумов и минимумов соответствуют более тонкому и более толстому тепловым пограничным слоям. Эффект числа Грасгофа заметен только при низких числах Рейнольдса, то есть при высоких числах Ричардсона ( $Ri = Gr/Re^2$ ), что имеет место для течения после последнего ребра, где сила плавучести становится существенной из-за роста температуры в пристенной области. При высокой величине числа Ричардсона отрицательное давление, вызванное эффектом плавучести потока, становится более весомым по сравнению с инерционными силами, что приводит к увеличению локальной скорости. Это явление становится более заметным по мере накопления тепла ниже по течению от последней перегородки. Зависимости усредненного по времени среднего числа Нуссельта от числа Рейнольдса для различных значений числа Грасгофа приведены на рис. 11б. При установившемся течении число Нуссельта медленно увеличивается с ростом числа Рейнольдса, а после перехода к нестационарному режиму течения увеличение числа Рейнольдса приводит к существенному увеличению усредненного по времени числа Нуссельта. Как было отмечено выше, это увеличение является результатом

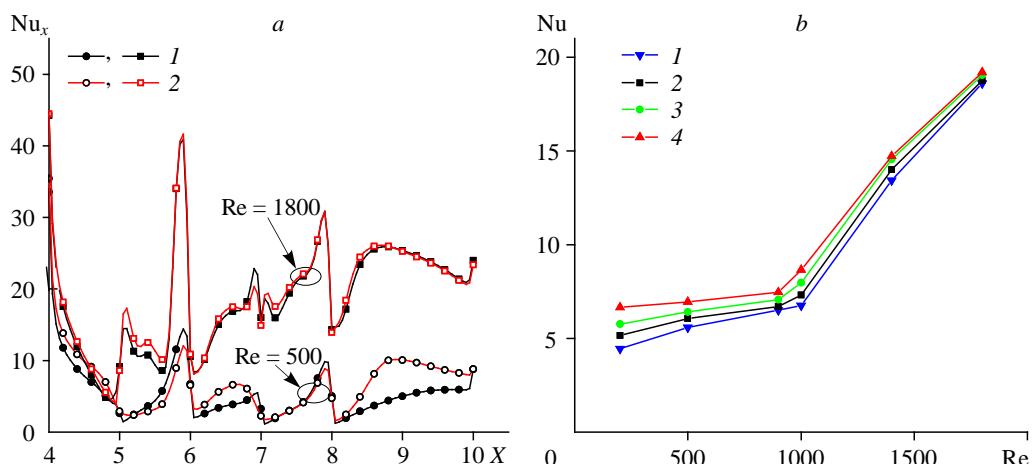


Рис. 11. Усреднение по времени локального (а) и среднего (б) чисел Нуссельта при различных условиях и различных значениях числа  $Gr$ .

а —  $Gr = 10^4$  (1),  $2 \cdot 10^5$  (2), б —  $Gr = 10^4$  (1),  $5 \cdot 10^4$  (2),  $10^5$  (3),  $2 \cdot 10^5$  (4).

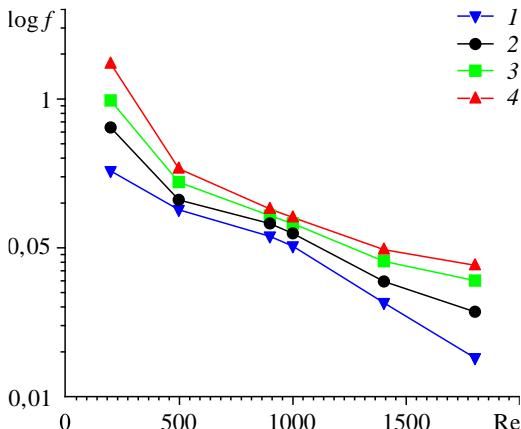


Рис. 12. Зависимость коэффициента трения от числа Рейнольдса для высоты ребра  $H = 0,25$  при различных числах Грасгофа.  $\text{Gr} = 10^4$  (1),  $5 \cdot 10^4$  (2),  $10^5$  (3),  $2 \cdot 10^5$  (4).

вызывает увеличение перепада давления. Зависимости коэффициента трения для канала с ребрами от числа Рейнольдса для различных значений числа Грасгофа при  $H = 0,25$  приведены на рис. 12. При малых скоростях силы трения имеют большое значение, однако по мере увеличения сил инерции коэффициент трения значительно уменьшается. Что касается эффекта нагрева, то здесь обнаружено, что силы плавучести увеличивают потерю давления.

### Зависимость интенсивности теплообмена от высоты ребра

Влияние высоты ребер на эффективность теплообмена было оценено при моделировании потока при трех величинах высоты ребер:  $H = 0,25, 0,5$  и  $0,75$ , а также при различных значениях чисел Рейнольдса. Результаты вычислений приведены на рис. 13.

Увеличение высоты перегородок имеет двоякое влияние: оно способствует увеличению площади теплообмена, поскольку ребра изготовлены из материалов с высокой проводимостью, и понижает критическое число Рейнольдса, связанное с переходом к нестационарному потоку. Как можно заключить по кривой зависимости усредненного по времени среднего числа Нуссельта при  $H = 0,25$ , переход к нестационарному течению происходит при значениях чисел Рейнольдса между 900 и 1000. Для  $H = 0,5$  этот интервал находится в диапазоне значений 400–500, а для  $H = 0,75$  — ниже 300. Переход к нестационарному течению приводит к значительному увеличению осредненного по времени среднего числа Нуссельта. Для количественной оценки интенсификации теплообмена в табл. 3 приведены усредненные по времени значения среднего (по площади) числа Нуссельта, полученные для трех высот ребер —  $0,25, 0,5$  и  $0,75$  — и различных значений числа Рейнольдса для самого высокого значения числа Грасгофа ( $\text{Gr} = 2 \cdot 10^5$ ). Кроме того, оценивается увеличение числа Нуссельта

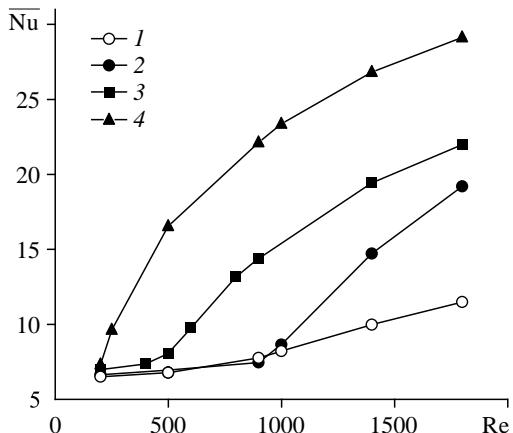


Рис. 13. Зависимость среднего числа Нуссельта (с усреднением по времени) от числа Рейнольдса при различных высотах  $H$  при  $\text{Gr} = 2 \cdot 10^5$ .  $H = 0$  (1),  $0,25$  (2),  $0,5$  (3),  $0,75$  (4)

**Таблица 3**  
**Среднее число Нуссельта (с усреднением по времени) в зависимости от высоты ребра и числа Рейнольдса для течения с  $\text{Gr} = 2 \cdot 10^5$**

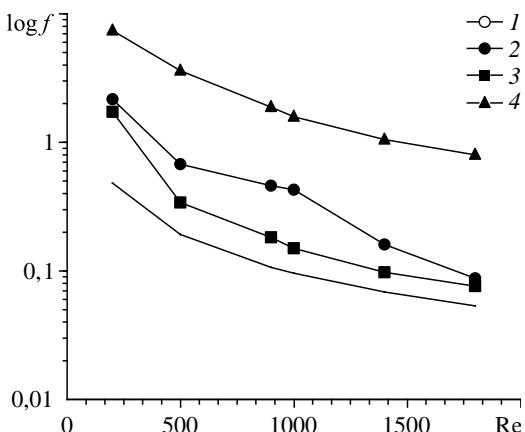
Re	$\text{Nu}_{H=0,25}$	$\text{Nu}_{H=0,5}$	$\text{Nu}_{H=0,75}$	$\Delta\text{Nu}_1^*$ , %	$\Delta\text{Nu}_2^*$ , %
200	6,65	6,99	7,33	5	5
500	6,94	8,06	16,54	16	105
900	7,46	14,38	22,13	93	53
1000	8,65	14,74	23,37	70	58
1400	14,72	19,42	26,82	32	38
1800	19,20	22,00	29,12	15	32

\*  $\Delta\text{Nu}_1$  и  $\Delta\text{Nu}_2$  — прирост теплообмена по сравнению с базовой конфигурацией канала при высоте ребра  $H = 0,25$  и при увеличенных высотах  $H = 0,75$  и  $H = 0,5$  соответственно.

при переходе от одной высоты перегородки к другой. Из этих результатов можно сделать вывод, что при фиксированной высоте ребра увеличение числа Рейнольдса всегда приводит к увеличению среднего по времени числа Нуссельта и что степень интенсификации теплообмена составляет ниже 12 %, если режим течения остается неизменным. Однако переход от стационарного к нестационарному режиму течения может вызвать усиление интенсивности теплообмена более чем на 100 %. Аналогичные результаты могут быть получены при переходе от одной высоты ребра к другой. Существенно влияние площади теплообмена  $A$  на эволюцию среднего по времени среднего числа Нуссельта, которая используется при вычислении теплоотдачи ( $= hA\Delta T$ ). Теплоотдача линейно зависит от площади теплообмена. Как и ожидалось, интенсификация теплообмена всегда сопровождается повышением трения, которое проявляется, с одной стороны, на границе раздела жидкость – твердое тело, а с другой — внутри жидкости в результате взаимодействия самих частиц жидкости. Это взаимодействие приводит к увеличению падения давления на канале с ростом  $H$  (см. рис. 14).

*Rис. 14. Зависимость трения от числа Рейнольдса при различной высоте ребра  $H$  при  $\text{Gr} = 2 \cdot 10^5$ .*

Обозначения см. на рис. 13.



## Выводы

Численно исследованы режимы течения и теплообмен в оребренном канале в условиях смешанной конвекции. Результаты расчетов верифицированы путем сравнения с литературными данными, продемонстрировано их хорошее согласование. Изучено влияние различных тепловых и динамических параметров, таких как число Рейнольдса и число Грасгофа, а также геометрического параметра — высота ребер. Результаты показали, что наличие ребер способствует перемешиванию жидкости. При увеличении числа Рейнольдса до относительно высоких значений происходит переход течения в автоколебательный режим. Критическое значение числа Рейнольдса зависит как от числа Грасгофа, так и от размеров ребер. На амплитуду и частоту автоколебаний в большей степени влияют числа Рейнольдса, чем числа Грасгофа. Зависящее от времени течение приводит к росту теплоотдачи.

## Список обозначений

$C = u_0 \frac{\Delta t}{\Delta x}$	число Куранта,	$L_s = l_s/d$ — длина выходной зоны,
$c_p$ — изобарическая удельная теплоемкость,		$Nu_X$ — число Нуссельта, $Nu = hd/k$ ,
Дж/(кг·К),		$\overline{Nu}$ — среднее по пластине число Нуссельта (с усреднением по времени),
$d$ — ширина канала, м,		$p$ — давление, Па,
$D = d/d = 1$ — ширина канала, м,		$P = (p + \rho_0 gx)/\rho_0 u_0^2$ — давление,
$f = \frac{2\Delta pd}{\rho_0 u_0^2 l_h} = \frac{2\Delta p}{\rho_0 u_0^2 L_h}$	коэффициент аэродинамического сопротивления,	$Pe = RePr$ — число Пекле,
$f_r$ — частота, Гц,		$Pr = \nu/a$ — число Прандтля,
$g$ — ускорение свободного падения, м/с <sup>2</sup> ,		$Re = u_0 d / \nu$ — число Рейнольдса,
$Gr = \frac{g \beta (T_w - T_0) d^3}{\nu^2}$	число Грасгофа,	$Ri = Gr/Re^2$ — число Ричардсона,
$h$ — коэффициент теплообмена, Вт/(м <sup>2</sup> ·К),		$s$ — протяженность ребра, м,
$H = hb/d$ — безразмерная высота ребра, или фактор загромождения,		$S = (s/d) = 1$ — безразмерная протяженность ребра,
$h_b$ — высота ребра, м,		$St = f_r d/u_0$ — число Струхalia,
$k$ — теплопроводность, Вт/(м·К),		$T$ — температура, К,
$L_h = l_h/d$ — длина нагреваемой стенки,		$t$ — время, с,
$L_e = l_e/d$ — длина входной зоны,		$u, v$ — компоненты скорости в направлении осей $x$ и $y$ , м/с,
		$U, V$ — безразмерные скорости ( $U = u/u_0$ , $V = v/u_0$ ),
		$x, y$ — размерные декартовы координаты, м,
		$X, Y$ — безразмерные декартовы координаты ( $X = x/d$ , $Y = y/d$ ).

## Греческие символы

$\alpha$ — температуропроводность, м <sup>2</sup> /с,	$\mu$ — динамическая вязкость, кг/(м·с),
$\beta$ — коэффициент теплового расширения, 1/К,	$\nu$ — кинематическая вязкость, м <sup>2</sup> /с,
$\Delta p$ — перепад давления, Па,	$\rho$ — плотность, кг/м <sup>3</sup> ,
$\Delta t$ — шаг по времени,	$\tau = tu_0/d$ — время,
$\theta = \frac{(T - T_0)}{(T_w - T_0)}$ — температура,	$\tau_p$ — продолжительность периода.

## Индексы

0 — условия на входе в канал, р — относящийся к одному периоду, w — стенка.

## Список литературы

1. Valencia A. Unsteady flow and heat transfer in a channel with a built-in tandem of rectangular cylinders // Numer. Heat Transfer A. 1996. Vol. 29, No. 6. P. 613–623.
2. Ishino Y., Suzuki M., Abe T., Yamaguchi S. Flow and heat transfer characteristics in pulsating pipe flows (effects of pulsation on internal heat transfer in a circular pipe flow) // Heat Transfer-Japanese Res. 1996. Vol. 25, No. 5. P. 323–341.
3. Wang G., Stone K., Vanka S.P. Unsteady heat transfer in baffled channels // J. Heat Transfer. 1996. Vol. 118, No. 3. P. 585–591.
4. Yilmaz M. The effect of inlet flow baffles on heat transfer // Intern. Commun. Heat and Mass Transfer. 2003. Vol. 30, No. 8. P. 1169–1178.
5. Patankar S.V., Liu C.H., Sparrow E.M. Fully developed flow and heat transfer in ducts having streamwise-periodic variations of cross-sectional area // J. Heat Transfer. 1977. Vol. 99, No. 2. P. 180–186.
6. Webb B.W., Ramadhyani S. Conjugate heat transfer in a channel with staggered ribs // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1985. Vol. 28, No. 9. P. 1679–1687.
7. Berner C., Durst F., Mc Eligot D.M. Numerical study of fluid flow and heat transfer in a parallel plate channel with baffles // J. Heat Transfer. 1984. Vol. 106, No. 4. P. 743–749.
8. Cheng C.H., Luy C.D., Huang W.H. Buoyancy effect on the heat convection in vertical channels with fin array at low Reynolds numbers // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1992. Vol. 35, No. 10. P. 2643–2653.

9. **Cheng C.H., Yang J.J.** Buoyancy-induced recirculation bubbles and heat convection of developing flow in vertical channels with fin arrays // Intern. J. Heat Fluid Flow. 1994. Vol. 15, No. 1. P. 11–19.
10. **Fung H.C., Lazaridis A.** Mixed convection of laminar, fully-developed flow in a finned channel // Transactions on Engng Sci., WIT Transactions on Engng Sci. 1994. Vol. 12. P. 1–7.
11. **Chang T.S., Shiau Y.H.** Flow pulsation and baffle's effects on the opposing mixed convection in a vertical channel // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2005. Vol. 48, No. 20. P. 4190–4204.
12. **Cheng C.H., Huang W.H.** Numerical prediction for laminar forced convection in parallel-plate channels with transverse fin arrays // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1991. Vol. 34, No. 11. P. 2739–2749.
13. **Tsay Y.L., Chang T.S., Cheng J.C.** Heat transfer enhancement of backward facing step flow in a channel by using baffle installation on the channel wall // Acta Mech. 2005. Vol. 174, No. 1–2. P. 63–76.
14. **Mousavi S.S., Hooman K.** Heat and fluid flow in entrance region of a channel with staggered baffles // Energy Convers. Manag. 2006. Vol. 47, No. 15–16. P. 2011–2019.
15. **Santos N.B., Lemos M.J.S.** Flow and heat transfer in a parallel-plate channel with porous and solid baffles // Numer. Heat Transfer A. 2006. Vol. 49, No. 5. P. 471–494.
16. **Zhang H.J., Zou Z.P., Shao F., Song S.H.** Investigations of heat transfer enhancement in a channel with staggered porous ribs by the preconditioned density-based algorithm // Numer. Heat Transfer A. 2015. Vol. 67, No. 12. P. 1370–1385.
17. **Ko K.H., Anand N.K.** Use of porous baffles to enhance heat transfer in a rectangular channel // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2003. Vol. 46, No. 22. P. 4191–4199.
18. **Lopez J.R., Anand N.K., Flecher L.S.** A numerical analysis of laminar convective heat transfer in a three-dimensional channel with baffles // Proc. Of 3d U.S. National Congress on Computational Mechanics, Dallas, TX, 1995. P. 406–416.
19. **Lopez J.R., Anand N.K., Flecher L.S.** Heat transfer in a three-dimensional channel with baffles // Numer. Heat Transfer A. 1996. Vol. 30, No. 2. P. 189–205.
20. **Guo Z., Anand N.K.** Three dimensional heat transfer in a channel with a baffle in the entrance region // Numer. Heat Transfer. A. 1997. Vol. 31, No. 1. P. 21–30.
21. **Bazdidi-Tehrani F., Naderi-Abadi M.** Numerical analysis of laminar heat transfer in entrance region of a horizontal channel with transverse fins // Intern. Commun. Heat Mass Transfer. 2004. Vol. 31, No. 2. P. 211–220.
22. **Molki M., Mostoufizadeh A.R.** Turbulent heat transfers in rectangular ducts with repeated-baffle blockages // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1989. Vol. 32, No. 8. P. 1491–1499.
23. **Habib M.A., Mobarak A.M., Atiya A.M., Aly A.Z.** Enhanced heat transfer in channels with staggered fins of different spacings // Intern. J. Heat Fluid Flow. 1993. Vol. 14, No. 2. P. 185–190.
24. **Yuna Z.X., Tao W.Q., Wang Q.** Experimental investigation of heat transfer enhancement in ducts with winglet fins // First Intern. Conf. of Engng Thermophysics, Beijing, China, 1999. P. 457–463.
25. **Терехов В.И., Экайд А.Л., Яссин К.Ф.** Теплообмен при ламинарной свободной конвекции и отрывном течении за ребром в вертикальном канале с изотермическими стенками // Термофизика и аэромеханика. 2017. Т. 24, № 4. С. 594–597.
26. **Hennicke R., Korichi A.** Heat transfer enhancement in self-sustained oscillatory flow in a staggered baffled vertical channel under the buoyancy effect // Numer. Heat Transfer A. 2017. Vol. 71, No. 12. P. 1189–1204.
27. **Korichi A., Oufer L.** Numerical heat transfer in a rectangular channel with mounted obstacles on upper and lower walls // Intern. J. Thermal Sci. 2005. Vol. 44, No. 7. P. 644–655.
28. **Patankar S.V.** Numerical heat transfer and fluid flow. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 197 p.
29. **Armaly B.F., Durst F., Pereira J.C.F., Schonung B.** Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow // J. Fluid Mech. 1983. Vol. 127. P. 473–496.
30. **Desrayaud G., Lauriat G.** Flow reversal of laminar mixed convection in the entry region of symmetrically heated, vertical plate channels // Intern. J. Thermal. Sci. 2009. Vol. 48, No. 11. P. 2036–2045.
31. **Perng S.W., Wu H-W.** Numerical investigation of mixed convective heat transfer for unsteady turbulent flow over heated blocks in a horizontal channel // Intern. J. Thermal. Sci. 2008. Vol. 47, No. 5. P. 620–632.
32. **Park T.S.** Plate-spacing effect on unsteady flows and heat transfer characteristics in a channel with inclined plates // J. Mech. Sci. Technology. 2017. Vol. 31, No. 10. P. 4825–4832.

*Статья поступила в редакцию 3 февраля 2021 г.,  
после доработки — 11 октября 2021 г.,  
принята к публикации 9 декабря 2021 г.,  
после дополнительной доработки — 21 ноября 2023 г.*