нетрудно осуществить, введя в уравнение упругой энергии соответствующее изменение модуля сжатия (или скорости звука) с ростом плотности. В целом приведенный результат свидетельствует о перспективности применения модели вязкоупругого тела максвелловского типа для решения задач динамического деформирования сферопластика.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Красникова Т. В.** Энциклопедия полимеров.— М.: Сов. энцикл., 1974.— № 2.— С. 617—620.
2. **Баев Л. В., Давыда С. В., Кржечковский П. Г. и др.** Исследование прочности дисперсно-армированного материала при сложном напряженном состоянии // Механика композит. материалов.— 1987.— № 2.— С. 348—350.
3. **Стеликов И. Е., Крицук А. А.** Исследование физико-механических свойств пластика, наполненного микросферами // Прикладная механика.— 1985.— 21, № 5.— С. 126—128.
4. **Пластинин А. В., Сильвестров В. В., Горшков Н. И.** Определение динамической диаграммы сжатия сферопластика // Механика композит. материалов.— 1980.— № 3.— С. 451—454.
5. **Кристенсен Р.** Введение в теорию вязкоупругости.— М.: Мир, 1974.— 340 с.
6. **Ванин Г. А., Стеликов И. Е.** Упругие постоянные и вязкоупругость среды с полыми сферическими включениями.— Рук. деп. в ВИНИТИ, № 5199-В87.— 12 с.
7. **Мержиевский Л. А., Реснянский А. Д.** Численное моделирование ударно-волновых процессов в металлах // ФГВ.— 1984.— 20, № 5.— С. 114—122.
8. **Годунов С. К.** Элементы механики сплошной среды.— М.: Наука, 1978.— 304 с.
9. **Van Thiel.** Compendium of shock wave data. Lawrence Livermore Lab., UCRL-50108, 1977.— V. 3.
10. **Мержиевский Л. А., Шамонин С. А.** Построение зависимости времени релаксации касательных напряжений от параметров состояния среды // ПМТФ.— 1980.— № 5.— С. 170—179.
11. **Степанов В. А., Песчанская Н. И., Шпейзман В. В.** Прочность и релаксационные явления в твердых телах.— Л.: Наука, 1984.— 246 с.

г. Новосибирск *Поступила в редакцию 5/XII 1991*

УДК 624.131 + 532.215 + 534.22

В. Ф. Нестеренко

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ В «ЗВУКОВОМ ВАКУУМЕ»

Распространение возмущений в дискретных сильнонелинейных средах, где нелинейность играет основную роль, а не служит малой поправкой к линейному описанию, теоретически и экспериментально исследовалось в работах [1—3]. Обнаружено, что для систем частиц взаимодействующих по закону $F = A\delta^{3/2}$, где δ — сближение центров, возможно существование уединенных волн нового типа, в которых максимальная деформация ξ_{max} много больше начальной ξ_0. Последние могут трансформироваться в классические солитоны уравнения Кортевега — де Вриза (КдВ) и в звуковые волны при $\xi_{max} \approx \xi_0 > 0$. Для таких сред длинноволновая скорость звука $c_0 \to 0$ при $\xi_0 \to 0$, поэтому при данном условии по сути рассматривается распространение возмущений в своеобразном «звуковом вакууме».

Представляет интерес выяснить поведение волн в подобных средах в общем случае при показателе степени в законе взаимодействия соседних частиц $n \neq 3/2$ на примере простейших одномерных структур.

Запишем уравнение движения i-й частицы

$$\ddot{u}_i = A(u_{i-1} - u_i)^n - A(u_i - u_{i+1})^n, \quad N \geqslant i \geqslant 2, \qquad (1)$$

где u_i — смещение частицы из положения равновесия A — константа взаимодействия; N — число частиц. Считая, что характерный пространственный размер возмущения $L \gg a$ (a — расстояние между центрами частиц в недеформированной системе), из (1) можно получить, аналогично [2], для $n>0$ континуальное нелинейное длинноволновое уравнение, в котором оставлены члены порядка $(a/L)^2$ по отношению к основному и опущена конвективная производная скорости:

$$u_{tt}=c^2n\left\{(-u_x)^{n-1}u_{xx}+\frac{a^2}{12}(-u_x)^{n-1}u_{xxxx}-\frac{a^2}{6}(n-1)(-u_x)^{n-2}u_{xx}u_{xxx}+\right.$$
$$\left.+\frac{a^2}{24}(n-1)(n-2)(-u_x)^{n-3}u_{xx}^3\right\}, \quad (2)$$
$$c^2=Aa^{n+1},\ -u_x>0,\ n>0.$$

Для стационарных решений вида $u(x-Vt)$, вводя деформацию $\xi=-u_x$ из (2), получаем

$$\frac{V^2}{c^2n}\xi_x=\xi^{n-1}\xi_x+\frac{a^2}{6(n+1)}\left\{\xi^{\frac{n-1}{2}}\left(\xi^{\frac{n+1}{2}}\right)_{xx}\right\}_x. \quad (3)$$

Интегрирование (3) по x, обезразмеривание и замена переменных $(\xi,\ x)\to(y,\ \eta)$ позволяет получить следующее уравнение, аналогичное уравнению движения осциллятора в потенциальном поле $W(y)$:

$$y_{\eta\eta}=-\frac{\partial W(y)}{\partial y},$$
$$W(y)=\frac{y^2}{2}-\frac{(n+1)}{4}y^{\frac{4}{n+1}}+Cy^{-\frac{2}{n-1}}, \quad (4)$$
$$\eta=\frac{x}{a}\sqrt{\frac{6(n+1)}{n}},\quad y=\xi^{\frac{n+1}{2}}\left(\frac{c}{V}\right)^{\frac{n+1}{n-1}},$$

C — константа.

Легко заметить, что при $C>0$ и $n>1$ уравнение (4) имеет в частности солитоноподобные решения, для которых (при $\xi_{max}\gg\xi_0$)

$$\xi_{max}=\left\{\frac{V^2}{c^2}\frac{(n+1)}{2}\right\}^{\frac{1}{n-1}},\quad L_n=\frac{\pi a}{(n-1)}\sqrt{\frac{n(n+1)}{6}},\quad n>1, \quad (5)$$

L_n — характерный пространственный размер.

При $n=1+\varphi$ $(0<\varphi\ll1)$ очевидно качественное отличие данных солитонов (5) от линейных звуковых возмущений при $n=1$, как и от солитонов КдВ. Солитоны подобного типа, характеризующиеся приростом деформации в волне, большим ее исходной величины ξ_0, являются основным несущим тоном при импульсном возбуждении данной дискретной сильнонелинейной системы и заслуживают специального названия — нестоны. При $\xi_{max}\to\xi_0$ нестоны трансформируются в солитоны КдВ, а далее — в звуковые возмущения. Наличие подобного рода стационарных решений для непрерывного спектра значений $n>1$ ставит задачу построения новой сильнонелинейной волновой динамики, в частности проблему корректности введения понятия звуковой волны для реальных сред, поскольку последнее основано на точном равенстве $n=1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Нестеренко В. Ф.** Импульсное нагружение гетерогенных материалов.— Новосибирск: Наука. 1992.— 198 с.
2. **Нестеренко В. Ф.** Распространение нелинейных импульсов сжатия в зернистых средах // ПМТФ.— 1983.— № 5.— С. 136—148.
3. **Лазариди А. Н., Нестеренко В. Ф.** Обнаружение уединенных волн нового типа в одномерной зернистой среде // Там же.— 1985.— № 3.— С. 115—118.

г. Новосибирск *Поступила в редакцию 16/I 1992*