

О РОЛИ РАСПАДОВ ЛЕНГМЮРОВСКИХ ВОЛН НА ИОННО-ЗВУКОВЫЕ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПЛАЗМОЙ

В. А. Липеровский

(Москва)

Нелинейные эффекты при взаимодействии пучка заряженных частиц с плазмой рассматривались рядом авторов в рамках квазилинейной теории [1-3], а также с учетом нелинейного рассеяния ленгмюровских волн [4,5].

При прохождении пучков малой плотности через плазму в большинстве случаев эффекты нелинейного взаимодействия сказываются за промежутки времени, существенно большие времени квазилинейной релаксации, и их роль сводится к трансформации спектра, возникающего на квазилинейной стадии.

В настоящей работе показывается, что имеются также случаи, когда возможно уменьшение эффективности взаимодействия пучка с плазмой за счет распадных процессов ленгмюровских волн на ленгмюровские и звуковые ($l \rightarrow l' + s$) [6, 7]. Физическая причина возможности уменьшения эффективности указанного взаимодействия состоит в том, что при значительных нелинейных эффектах происходит перекачка генерируемых колебаний в нерезонансную область спектра, в которой они с пучком не взаимодействуют. В неизотермической плазме ($T_e \gg T_i$) в рассматриваемой области параметров плазмы распады $l \rightarrow l' + s$ преобладают над другими нелинейными процессами.

Если электронный пучок инжектируется в полуограниченную плазму при $x = 0$, по квазилинейной теории в системе плазма — пучок устанавливается стационарная картина с «плато» на функции распределения электронов при $x \rightarrow \infty$. В настоящей работе рассматривается область параметров плазмы, когда «квазилинейный» стационарный уровень ленгмюровских волн благодаря $l \rightarrow l' + s$ распадам не достигается и «плато» на пучке вообще не образуется. При этом, как и в [1-5], развивается одномерная теория.

Для определенности считаем, что возбуждаемые пучком колебания распространяются в направлении пучка перпендикулярно границе плазмы ($x = 0$). Для функции распределения падающего на границу плазмы пучка выбрана такая модель: в достаточно узком интервале скоростей $v_0 - u < v < v_0 + u$, ($u \ll v_0$) для $v > 0$ производная $\partial f / \partial v > 0$, а на границах этого интервала функция f претерпевает скачки. При этом предполагается, что $\partial f / \partial v|_{v=v_0+u} \rightarrow -\infty$ и $v_e \ll v_0$.

Если звуковые волны, образовавшиеся при распаде ленгмюровских, уходят в бесконечность (или поглощаются на стенке при $x = L$) имеется одно квазистационарное состояние. Для плазмы же, ограниченной длиной L , если звуковые волны отражаются от стенок при достаточно малом поглощении, показана возможность существования двух квазистационарных состояний. В последнем случае дважды отраженный поток звуковых волн в какой-то момент времени t' при $x = 0$ начинает распространяться в положительном направлении. Звуковые волны в этом потоке находятся в резонансном диапазоне по отношению к распадам. Поэтому генерация ленгмюровских волн пучком и соответствующее ей первое квазистационарное состояние будут сорваны, так как индуцированные распады сразу же (при $x = 0$) будут преобладать над генерацией. Возникающее при этом второе квазистационарное состояние характеризуется высоким уровнем числа ионно-звуковых волн N^s и почти нулевым уровнем числа ленгмюровских волн $N_1^l \approx N_1^{l_0}$. Второе квазистационарное состояние будет далее сорвано, поскольку благодаря рассеянию на ионах ионно-звуковой спектр $N^s(k_s)$ «перекачается» из резонансного интервала Δk_s . Время пребывания системы во втором квазистационарном состоянии определится тогда временем «перекачки» спектра $N^s(k_s)$ на Δk_s .

1. Распад ленгмюровских волн на ленгмюровские и ионно-звуковые, согласно [6], может происходить лишь при $k_1 = \omega_0/v_0 > k_0$, т. е. при

$$v_e/v_0 > 1/3 \sqrt{m_e/m_i} \quad (1.1)$$

Здесь v_0 — средняя скорость электронов в пучке, $k_0 = (m_e/m_i)^{1/2}/3\lambda_e$

$$\omega_0^2 = (4\pi e^2 n_0/m_e)^{1/2}, \quad v_e = (T_e/m_e)^{1/2}, \quad \lambda_e = v_e/\omega_0$$

При этом возможное число ленгмюровских спутников равно n , если $k_1 = \omega_0/v_0$ лежит в интервале

$$\frac{2n-1}{3\lambda_e} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} < k_1 < \frac{2n+1}{3\lambda_e} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

т. е. v_e/v_0 лежит в пределах:

$$\frac{2n-1}{3} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} < \frac{v_e}{v_0} < \frac{2n+1}{3} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \quad (1.2)$$

В частности, например, при $1/120 < v_e/v_0 < 3/120$ в водородной плазме может возникнуть лишь один спутник, при $3/120 < v_e/v_0 < 5/120$ два, и т. д. и при $11/120 < v_e/v_0 < 13/120$ шесть спутников. При большем числе спутников, соответствующем $v_e/v_0 > 1/10$, для водородной плазмы используемая модель для функции распределения системы плазма + пучок становится непригодной. Отметим, что, согласно теории одномерных распадов [6], рассмотрение неперекрывающихся спектральных полос — спутников имеет смысл лишь при $\Delta k < 4k_0$, т. е. при

$$\frac{u}{v_e} \ll 2 \frac{k_0}{k_i} \frac{v_0}{v_e} = \frac{2v_0^2}{3v_e^2} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \quad (1.3)$$

Полная система уравнений для данной задачи имеет вид (см. [3, 6])

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} + v_0 \frac{\partial f}{\partial x} &= \gamma_1 \frac{\partial}{\partial v} N_1^l \frac{\partial f}{\partial v} & (1.4) \\ \frac{\partial N_1^l}{\partial t} + V_1^i \frac{\partial N_1^l}{\partial x} &= \gamma_2 N_1^l \frac{\partial f}{\partial v} + \alpha (N_2^l N_1^s - N_1^l N_1^s - N_1^l N_2^l) \\ \frac{\partial N_1^s}{\partial t} + v_s \frac{\partial N_1^s}{\partial x} &= -\frac{\alpha}{2} (N_2^l N_1^s - N_1^l N_1^s - N_1^l N_2^l) - \beta_1 N_1^s \\ \frac{\partial N_2^l}{\partial t} + V_2^l \frac{\partial N_2^l}{\partial x} &= -\alpha (N_2^l N_1^s - N_1^l N_1^s - N_1^l N_2^l) + \\ &+ \alpha (N_3^l N_2^s - N_2^l N_2^s - N_2^l N_3^l) \\ \dots \dots \dots \\ \frac{\partial N_n^l}{\partial t} + V_n^i \frac{\partial N_n^l}{\partial x} &= -\alpha (N_n^l N_{n-1}^s - N_{n-1}^l N_{n-1}^s - N_{n-1}^l N_n^l) + \\ &+ \alpha (N_{n+1}^l N_n^s - N_n^l N_n^s - N_n^l N_{n+1}^l) \\ \frac{\partial N_n^s}{\partial t} + v_s \frac{\partial N_n^s}{\partial x} &= -\frac{\alpha}{2} (N_{n+1}^l N_n^s - N_n^l N_n^s - N_n^l N_{n+1}^l) - \beta_n N_n^s \\ \gamma_1 &= \frac{\omega_0^3}{2n_0 m_e v_0}, \quad \gamma_2 = \pi \omega_0 v_0^2, \quad [\alpha = \frac{\omega_0^2 k_0}{8m_e n_0 v_e^2}] \\ V_1^l &= 3v_e \lambda_e k_1, \quad v_s = (T_e/m_i)^{1/2} = 3v_e \lambda_e k_0, \quad k_0 = (m_e/m_i)^{1/2}/3\lambda_e \\ \beta_n &= \beta_n^0 + \beta_{sn}, \quad \beta_n^0 = \sqrt{1/2\pi} k_{sn} v_e m_e/m_i \\ k_1 &= \omega_0/v_0, \quad k_n = (-1)^n [2k_0(n-1) - k_1] \quad \text{при } n = 2, 3, 4, \dots \\ k_{sn} &= k_n - k_{n-1} \quad \text{при } n = 1, 2, 3, \dots \quad \lambda_e = v_e/\omega_0 \\ V_n^l &= 3v_e \lambda_e k_{n\pm} \quad \omega_0^2 = 4\pi e^2 n_0/m_e \end{aligned}$$

Выясним сначала, при каких параметрах плазмы и пучка распадные процессы существенны.

В случае чисто временной задачи ($\partial(\dots)/\partial x = 0$), как известно, без учета распадов стационарный уровень продольных волн $N_I^{l\infty} = N_1^l|_{t=\infty} = \pi m_e n_1 v_0^3 / \omega_0^2$, соответствующий максимальной энергии ленгмюровских волн $n_1 m_e v_0 u$, установится через время

$$\tau_0 = \left(\gamma_z^2 \frac{\partial f}{\partial v} \Big|_{t=0} \right)^{-1} = \frac{1}{\pi \omega_0} \frac{n_0}{n_1} \frac{u^2}{v_0^2} \quad (1.5)$$

а для соответствующего стационарному уровню продольных волн инкремента распада получим оценку:

$$\gamma_{lls}^l \sim \alpha N_I^{l\infty} = \frac{\pi}{8} \frac{n_1}{n_0} \frac{k_0 v_0^3}{v_e^2} \quad (1.6)$$

Распадные процессы необходимо учитывать, как легко видеть, при $\alpha N_I^{l\infty} \geq 1/\tau_0$, т. е. при

$$\frac{u}{v_e} \geq 2 \left(\frac{2k_1}{k_0} \right)^{1/2} \quad (1.7)$$

Далее, учитывая (1.7) и условие применимости представлений о числе волн

$$\max\{\alpha N_I^{l\infty}, 1/\tau_0\} \leq \Delta\Omega = \frac{3v_e^2}{\omega_0} k_1 \Delta k \quad (1.8)$$

получим ограничение на плотность пучка

$$\frac{n_1}{n_0} < \frac{48}{\pi} \left(\frac{v_e}{v_0} \right)^4 \quad (1.9)$$

что дает для водородной плазмы $n_1/n_0 < 10^{-3}$.

В случае пространственной квазистационарной задачи ($\partial(\dots)/\partial t = 0$), когда на полуограниченную плазму падает слева пучок, происходит непрерывное обновление функции распределения пучка в каждой точке. В результате нарастание числа волн в каждой точке пространства без учета распадов ограничится только уходом волн в положительном направлении, и стационарный уровень в этом случае

$$N_{II}^{l\infty} = N_1^l|_{x=\infty} = \frac{m n_1 v_0^3}{\omega_0^2} \frac{2\pi}{3} \left(\frac{v_0}{v_e} \right)^2 \quad (1.10)$$

Уровень N^{s*} (при N_2^{l*}), соответствующий равенству инкрементов линейной генерации и распадов, равен

$$N^{s*} = \frac{m n_1 v_0^3}{\omega_0^2} \frac{4\pi k_1}{k_0} \frac{v_e^2}{u^2} \quad \left(\alpha N^{s*} = \gamma \frac{\partial f}{\partial v} \Big|_{x=0} \right) \quad (1.11)$$

поэтому учет распадных процессов необходим при $N^{s*} \leq N_{II}^{l\infty}$, т. е. при

$$\frac{u^2}{v_e^2} \geq \frac{6\omega_0}{k_0 v_0} \frac{v_e^2}{v_0^2} \quad (1.12)$$

Неравенства (1.3), (1.12) выполнимы одновременно лишь при

$$v_0 > v_e \sqrt[7]{81/2} (m_i/m_e)^{3/14}.$$

Таким образом, область параметров плазмы и пучка, в которой для пространственной квазистационарной задачи учет распадов необходим и его можно производить на основании теории неперекрывающихся полос сателлитов [6], определится системой неравенств, к которой сведется (1.1), (1.3), (1.12):

$$v_e \sqrt[7]{81/2} (m_i/m_e)^{3/14} < v_0 < 3v_e (m_i/m_e)^{1/2}$$

(для водородной плазмы $9v_e < v_0 < 120v_e$) (1.13)

$$18 \left(\frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \frac{v_e^3}{v_0^3} \leq \frac{u^2}{v_e^2} \leq \frac{4}{9} \frac{v_0^4}{v_e^4} \frac{m_e}{m_i}$$

Для пространственной задачи формально условие на n_1/n_0 значительно жестче, так как $N_{II}^{l\infty}$ больше $N_I^{l\infty}$ в $(v_0/v_e)^2$ раз, и, следовательно, макси-

мальный инкремент распада $l \rightarrow l' + s$ также больше в $(v_0/v_e)^2$ раз. Фактически же для пространственной задачи уровень $N_{II}^{l\infty}$, соответствующий «квазилинейной» релаксации, не достигается, и поэтому условие (1.13) заменяется здесь просто на $1/\tau_0 \ll \Delta\Omega$ (так как $\alpha N_{II}^{l\infty} \ll \tau_0^{-1}$)

$$n_1 / n_0 \ll 2 (u/v_e)^3 (v_e/v_0)^5 < (v_0/v_e) (m_e/m_i)^{3/2} \quad (1.14)$$

Для найденной области параметров плазмы распадные процессы являются преобладающими над идущими параллельно с ними другими нелинейными процессами. Инкремент генерации ионно-звуковых волн с частотой ω_{0i} при $l \rightarrow s$ рассеянии оценивается формулой (см. [5])

$$\gamma_{ls}^s = \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \frac{\omega_{0i}}{nm_e v_e^2} N_1^l \frac{\omega_0^2}{v_0^2} \frac{2uv_e}{\pi v_0}$$

Из сравнения γ_{ls}^s и инкремента генерации ионно-звуковых волн при распадах $\gamma_{lls}^s \sim \alpha N_1^l$ видим, что распадные процессы преобладают при

$$\frac{u}{v_e} \left(\frac{v_e}{v_0}\right)^3 \ll \frac{1}{24} \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2}$$

Однако инкремент распада продольных волн γ_{lls}^l пропорционален плотности N^s , а инкремент $l - s$ — рассеяния $\gamma_{ls}^l \sim \int N^s dk$, поэтому при

$$\gamma_{ls}^l \approx \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \frac{1}{2\pi} \frac{\omega_0}{nm_i v_e^2} N^{si} \frac{\omega_0 \omega_{0i}}{v_e}, \quad \gamma_{lls}^l \sim \alpha N^s$$

для преобладания процессов распада необходимо выполнение условия

$$\frac{\gamma_{ls}^l}{\gamma_{lls}^l} \approx \frac{N^{si}}{N^s} 6 \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \ll 1$$

Последнее же условие, как легко показать с учетом (1.3) и (1.7), всегда выполняется с запасом, по крайней мере, на порядок.

Сравнение инкремента $l \rightarrow l$ перекачки при $T_e \gg T_i$ на ионах с инкрементом распада γ_{lls}^l приводит к условию преобладания распадных процессов

$$\frac{v_0^2}{v_e^2} \left(\frac{T_i}{T_e}\right)^2 \frac{3}{2} \left(\frac{m_e}{m_i}\right)^{1/2} \ll \frac{u}{v_e} \quad (1.15)$$

Что всегда выполняется при выполнении (1.7).

Заметим, что $l \rightarrow l$ рассеяние на электронах, согласно оценкам в данной задаче, менее интенсивно, чем рассеяние на ионах.

Процесс развития распадов не обязательно будет происходить единственным образом, так как его начало существенно зависит от наличия «затравок». Например, пусть «затравки» звука появились в точке x_0 , в момент времени t_0 , когда установилась стационарная «квазилинейная» картина при достаточно высоком уровне N_1^l (см. [3]). Тогда в окрестности точки x_0 начинает развиваться распадный процесс, распространяясь в положительном и отрицательном направлениях от точки x_0 с групповыми скоростями ионного звука v_s и ленгмюровских волн сателлита V_2^l соответственно. В результате на интервале $(0, x_0)$ уровень N_1^l за время $\sim x_0 / |V_2^l|$ понизится, в соответствии с чем за это время пучок в области $x > x_0 + x_0 |V_1^l / V_2^l|$ придет почти с неизменной функцией распределения. Поэтому в последней области уровень N_1^l может значительно превзойти на какое-то время даже «квазилинейный» стационарный. Однако дальнейшее развитие распадных процессов постепенно приведет к установлению квазистационарного состояния.

2. Перейдем к нахождению решения системы (1.4) в квазистационарном случае ($\partial(\dots) / \partial t = 0$).

Поскольку при пространственно-временном развитии процесса нелинейного взаимодействия пучка с плазмой N_2^l , пройдя через максимум,

далее будет уменьшаться из-за дальнейших распадов, наступит такой момент времени t^* , когда будет справедливо неравенство $N_2^l \ll N^s$ (N^s только растет, так как звуковой спектр в используемом приближении не является распадным, и в то же время фазовая скорость звуковых волн меньше фазовых скоростей ленгмюровских волн, участвующих в распаде).

Таким образом, если параметры плазмы и пучка допускают существование двух сателлитов или больше, для времени $t > t^*$ можно в уравнениях для f , N_1^l , N^s всюду пренебречь N_2^l . В этом случае цепочка уравнений для всех возможных сателлитов автоматически обрывается, и для квазистационарного случая получим

$$v_0 \frac{\partial f}{\partial x} = \gamma_1 \frac{\partial}{\partial v} N_1^l \frac{\partial f}{\partial v}, \quad V_1^l \frac{\partial N_1^l}{\partial x} = \gamma_2 N_1^l \frac{\partial f}{\partial v} - \alpha N_1^l N^s, \quad v_s \frac{\partial N^s}{\partial x} = \frac{\alpha}{2} N_1^l N^s \quad (2.1)$$

Исключив из полученной системы (2.1) величину N^s , предполагая $N^s(0, t) \equiv N_0^s$, в общем случае получим

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{V_1^l}{\gamma_2} \frac{\partial \ln N_1^l}{\partial x} + \frac{\alpha}{\gamma_2} N_0^s \exp \left(\frac{\alpha}{2v_s} \int_0^x N_1^l dx \right) \right] = \\ & = \frac{\gamma_1}{v_0} \frac{\partial^2}{\partial v^2} \left\{ N_1^l \left[\frac{V_1^l}{\gamma_2} \frac{\partial \ln N_1^l}{\partial x} + \frac{\alpha}{\gamma_2} N_0^s \exp \left(\frac{\alpha}{2v_s} \int_0^x N_1^l dx \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.2)$$

В данной работе ограничимся случаем, когда благодаря $l \rightarrow l' + s$ распадам квазилинейная релаксация с образованием «плато» на функции распределения будет сорвана, влияние волн на функцию распределения мало и инкремент генерации можно считать постоянным

$$\frac{\partial f}{\partial v} \simeq \frac{\partial f}{\partial v} \Big|_{x=0} = \frac{1}{2} \frac{n_1}{n_0} \frac{1}{u^2} = A_0$$

Решение двух последних уравнений системы (2.1) сводится к квадратуре

$$\begin{aligned} \gamma x &= \int_{N_0^s}^{N^s} \frac{dN^s}{N^s} \left[N_1^{l0} + \frac{a}{\gamma} \ln \frac{N^s}{N_0^s} - \frac{b}{\gamma} \left(\frac{N^s}{N_0^s} - 1 \right) \right]^{-1} \\ N_1^l &= N_1^{l0} + \frac{a}{\gamma} \ln \frac{N^s}{N_0^s} - \frac{b}{\gamma} \left(\frac{N^s}{N_0^s} - 1 \right) \end{aligned} \quad (2.3)$$

где

$$a = \frac{\pi}{6} \frac{n_1}{n_0} \frac{v_0^3 v_c^2}{v_e^3 u^2} \frac{1}{\lambda_e}, \quad b = \frac{\omega_0^2 k_0 v_0 N_0^s}{24 m_e n_0 v_e^4}, \quad \gamma = \frac{\omega_0^3}{48 m_e n_0 v_e^4}$$

Однако для анализа удобнее свести те же уравнения к уравнению

$$\frac{d \ln N_1^l}{dx} = a - b \exp \left(\gamma \int_0^x N_1^l dx \right) \quad (2.4)$$

Отсюда видим, что N_1^l сначала экспоненциально растет при $x < c$: $N_1^l = N_1^{l0} \exp(ax)$, где c определяется из равенства

$$a = b \exp \left(\gamma \int_0^c N_1^l dx \right)$$

Анализ показывает, что, пройдя $N_1^{l \max}$ при $x = c$, дальше при $x > c$ N_1^l довольно резко падает. Можно оценить c из соотношения

$$a = b \exp \left[\gamma \int_0^c N_1^{l0} \exp(ax) dx \right], \quad N_1^{l0} \equiv N_0^l$$

что даст при $a/N_0^l \gamma \gg 1$, $\ln(a/b) \gg 1$

$$c = \frac{1}{a} \ln \left[\frac{a}{\gamma N_0^l} \ln(a/b) \right] = \frac{1}{a} \ln(N_1^{l \max} / N_0^l) \quad (2.5)$$

В соответствии с этим

$$N_1^{l \max} = N_1^{i0} \exp(ac) = \frac{a}{\gamma} \ln \frac{a}{b} = \frac{8\pi n_1 m_e v_0^3}{\omega_0^2} \left(\frac{v_e}{u} \right)^2 \ln \frac{4\pi n_1 m_e v_0^2 v_e^2}{k_0 \omega_0 N_0^2 u^2} \quad (2.6)$$

Условие осуществления рассматриваемого случая, когда линейный инкремент можно считать постоянным, имеет вид $N_1^{l \max} \ll N_{II}^{l \text{co}}$, т. е.

$$\frac{u}{v_e} > \frac{v_e}{v_0} (12 \ln(a/b))^{1/2}, \quad \frac{a}{b} = \frac{4\pi n_1 m_e v_0^2 v_e^2}{k_0 \omega_0 N_0^2 u^2} \quad (2.7)$$

Нарушение (2.7) соответствует случаю, когда практически нелинейные процессы следуют за квазилинейными. Интересуясь нелинейным срывом квазилинейной релаксации в данной работе не будем останавливаться на случае невыполнения (2.7). Условие (2.7), наряду с (1.12), (1.15), ограничивает u/v_e снизу. Заметим, что (2.7) совместно с (1.3) только при

$$\frac{v_e}{v_0} < \left[\frac{1}{3} \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{3 \ln(a/b)}} \right]^{1/3} \quad (2.8)$$

что составляет для водородной плазмы $v_0 \geq 10v_e$. Таким образом, вместо (1.13), с учетом (2.7), (2.8), для области применимости (2.3) имеем

$$\max \left\{ \sqrt[4]{18} \left(\frac{m_i}{m_e} \right)^{1/4} \left(\frac{v_e}{v_0} \right)^{3/2}, \quad \frac{v_e}{v_0} \left(12 \ln \frac{a}{b} \right)^{1/2} \right\} \ll \frac{u}{v_e} < \frac{2}{3} \frac{v_0^2}{v_e^2} \left(\frac{m_e}{m_i} \right)^{1/2} \quad (2.9)$$

$$\max \left\{ \left(\frac{81}{2} \right)^{1/2} \left(\frac{m_i}{m_e} \right)^{3/4}, \quad \left[3 \left(3 \ln \frac{a}{b} \right)^{1/2} \left(\frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \right]^{1/3} \right\} < \frac{v_0}{v_e} < 3 \left(\frac{m_i}{m_e} \right)^{1/2} \quad (2.10)$$

Далее, обратив внимание на условие применимости представления о числе квантов $2\pi/k_1 = \lambda \ll c$, т. е.

$$\frac{n_1}{n_0} \ll \frac{1}{\pi} \left(\frac{v_e}{v_0} \right)^4 \left(\frac{u}{v_e} \right)^2 \ln(N_1^{l \max} / N_0^l) \quad (2.11)$$

видим, что (2.11) выполняется при выполнении (1.14).

Время установления пространственной стационарной картины

$$\tau_1 = \frac{c}{v_s}, \quad c = \frac{1}{a} \ln(N_1^{l \max} / N_0^l) \quad (2.12)$$

где $v_s = (T_e/m_i)^{1/2}$ — скорость звука в плазме.

3. Если каким-либо способом создать достаточно мощный поток

$$(N^s > N^{s*} = \gamma_2 \frac{\partial f}{\partial v} / \alpha)$$

звуковых волн в резонансной области волновых чисел при $x = 0$ в положительном направлении, то указанное квазистационарное состояние и вообще всякая генерация продольных волн пучком будут сорваны, и возникает квазистационарное состояние с $N_1^l \equiv N_0^l$. Одним из случаев, когда возможен такого рода срыв генерации продольных волн пучком, будет случай ограниченной плазмы размера $L > a^{-1} \ln(N_1^{l \max} / N_0^l)$ с зеркально отражающими стенками. В этом случае время образования первого квазистационарного состояния выражается (2.12). Звуковые волны сорвут это квазистационарное состояние через время порядка

$$\tau_2 = 2L/v_s \quad (3.1)$$

Если линейное затухание звука пренебрежимо мало, второе квазистационарное состояние может быть сорвано, например, благодаря не-

линейной «перекачке» звуковых волн (на ионах) в сторону меньших волновых чисел на $\Delta k_s = 2\Delta k_1$, где $\Delta k_1 = 2u\omega_0/v_0^2$; после чего снова установится первое квазистационарное состояние. Далее поочередная замена описанных квазистационарных состояний будет продолжаться. Уровень $N^{s\max}$, который достигается при $x \gg c$, в первом квазистационарном состоянии в несколько раз выше, чем

$$N^{s*} = \gamma_2 \frac{\partial f}{\partial v} / \alpha = \frac{mn_1 v_0^3}{\omega_0^2} \left(\frac{v_e}{u} \right)^2 \frac{8\pi k_1}{k_0}$$

Согласно [8], можем оценить скорость перемещения ионно-звукового спектра в k -пространстве

$$\frac{\delta k}{\delta t} \sim \frac{A_0 T_e v_s}{8\pi^3 n_0 e^2} k^3 N^s, \quad A_0 = \frac{T_i \theta_0^2 \omega_{vi}}{2v_s T_e^2 n_0}, \quad W_s \approx (2\pi)^{-3} \int N^s(k_s) \pi \omega_s \theta_0^2 k_s^2 dk_s \quad (3.2)$$

Время «перекачки» спектра звуковых волн на Δk_s и, следовательно, срыва первого стационарного состояния будет

$$\tau_3 \sim \Delta k_s / \frac{\delta k}{\delta t} = \frac{\Delta k_s^2 v_s n_0 m_i T_e}{2T_i k_s^3 W^s} = \frac{k_1 k_0 m_i n_0 u^3 \omega_0}{2k_s^4 T_i n_1 v_0^3} \quad (3.3)$$

Условия, при которых будет происходить поочередный срыв то первого, то второго квазистационарного состояний, описанным образом имеют вид:

$$\beta_1 < 1/\tau_3 \ll v_s/2L < v_s a/2 \ln(N^{l\max}/N_0^l) \quad (3.4)$$

Здесь β_1 — линейное затухание звука. Аналогичная картина может иметь место также, если второе квазистационарное состояние будет сорвано благодаря линейному затуханию (или поглощению на границах $x = 0, L$) звуковых волн, как только станет $N^s < N^{s*}$ при $x = 0$

$$1/\tau_3 < \beta_1 \ll v_s/2L < v_s a/2 \ln(N_1^{l\max}/N_0^l) \quad (3.5)$$

Если $\beta_1 = \beta_1^0 = \sqrt{\pi/2} k_s v_e m_e/m_i$ (это Ландау-затухание) при данном уровне шумов может произойти выравнивание части электронной функции распределения, ответственной за линейное поглощение, тогда энергия $N^s \omega_s \Delta k_s (2\pi)^{-1}$ сравнится с энергией $mv_0 \Delta v f^e \Delta v n_0$ и β_1^0 обратится в нуль. Уровень N^s , при котором на электронной функции распределения образуется плато и $\beta_1^0 \rightarrow 0$, определяется так:

$$N_p^s = 4 \sqrt{2\pi} m_e n_0 v_e^2 \frac{m_e k_s u}{m_i k_1 \omega_0^2} \left(\frac{v_e}{v_0} \right)^3$$

При таком и более высоком уровне N^s линейного затухания нет. Для нашего случая отношение

$$\frac{N^{s*}}{N_p^s} = \frac{\sqrt{2\pi} n_1}{2n_0} \frac{m_i}{m_e} \frac{\omega_0}{k_s v_e} \left(\frac{v_0}{v_e} \right)^2 \left(\frac{v_0}{u} \right)^3 \frac{k_1}{k_s} \gg 1 \quad (3.6)$$

Так что далее необходимо подразумевать, что $\beta_1 = \beta_1^0 + \beta_{st}$, где β_{st} обусловлено столкновениями.

Вычисление начальных уровней (тепловых) дает (см. например, [9])

$$N_0^l = \frac{m_e \omega_0}{27\pi}, \quad N_0^s = \frac{m_e \omega_0^2}{36\pi v_s k_s}$$

В качестве примера для водородной плазмы при $n_1/n_0 = 10^{-4}$, $n_0 = 3 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$, $k_1 = 10 k_0$ (пять сателлитов) имеем:

$k_s = 2(k_1 - k_0) = 18 k_0$, $\omega_0 = 10^{10} \text{ сек}^{-1}$, $v_e = 10^8 \text{ см/сек}$, $u/v_e = 2$, $T_e/T_i = 10^2$, $\ln(a/b) = 11$, $a = 2.9 \text{ см}^{-1}$, $\ln(N_1^{l\max}/N_0^l) = 17.5$, $c = 6.0 \text{ см}$, $\lambda_1 = 2\pi/k_1 = 0.8 \text{ см}$.

В этом случае время образования первого квазистационарного состояния $\tau_1 = 2.6 \cdot 10^{-6} \text{ сек}$., время срыва этого квазистационарного состояния (при $L = 10 \text{ см}$) $\tau_2 = 8.6 \cdot 10^{-6} \text{ сек}$., время существования второго квазистационарного состояния не более $\tau_3 = 500 \cdot 10^{-6} \text{ сек}$.

4. При учете линейного затухания звуковых волн, обусловленного столкновениями $\beta_1 = \beta_{st}$ и $N_2^l \ll N^s$, т. е. когда число спутников $n > 1$, исходная система имеет при $\partial f / \partial v = \text{const}$ решения с замкнутыми фазовыми траекториями, подобными изображенным на фигуре.

Отметим, что процесс, соответствующий нижней части кривой, очень медленный. Для пространственной задачи имеем

$$V_1^l \frac{\partial N_1^l}{\partial x} = \gamma_2 N_1^l \frac{\partial f}{\partial v} - \alpha N_1^l N^s, \quad v_s \frac{\partial N^s}{\partial x} = \frac{\alpha}{2} N_1^l N^s - \beta_1 N^s \quad (4.1)$$

Отсюда

$$\frac{V_1^l}{2v_s} \frac{\partial N_1^l}{\partial N^s} \frac{N^s}{N_1^l} = \frac{N^{s*} - N^s}{N_1^l - N_1^{l*}}, \quad N_1^{l+} = \frac{2\beta_1}{\alpha}, \quad N^{s*} = \frac{\gamma_2}{\alpha} \frac{\partial f}{\partial v} \Big|_{x=0} \quad (4.2)$$

Интеграл уравнения

$$N_1^l - N_1^{l \max} - N_1^{l*} \ln(N_1^l / N_1^{l \max}) = \frac{2k_0}{k_1} [N^{s*} \ln(N^s / N^{s*}) - (N^s - N^{s*})] \quad (4.3)$$

при $N^s = N^{s*}$ определяет два значения

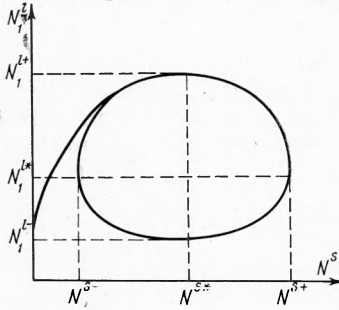
$$N_1^{l(1)} = N_1^{l+} = N_1^{l \max}, \quad N_1^{l(2)} = N_1^{l+} e^{-1/c} = N_1^{l-}, \quad c = N_1^{l*} / N_1^{l+}$$

При $N_1^l = N_1^{l*}$ интеграл (4.3) определяет аналогично два значения

$$y_1 = N^{s-} / N^{s*}, \quad y_2 = N^{s+} / N^{s*}$$

являющиеся решением уравнения

$$\ln y + 1 - y = \frac{k_1}{2k_0} \frac{N_1^{l+}}{N^{s*}} (c - 1 - c \ln c) \quad (4.4)$$



Верхняя часть графика соответствует времени $\tau_1 = c/v_s$ (см. п. 2); инкремент для нижней части $\gamma \sim 1/2 \alpha N_1^l - \beta_1$ (причем $\beta_1 > (1/2 \alpha) N_1^l$) во всяком случае не больше β_1 , в соответствии с чем длина затухания не меньше $L_3 = v_s / \beta_1$ (соответственно $\tau_3 = L_3 / v_s = 1/\beta_1$). Для плазмы, ограниченной размером $L > L_2$, описываемая периодичность может иметь место, а в полуограниченной плазме будет иметь место стационарная картина, описанная в п. 2.

Автор благодарит В. Н. Цытовича, которому принадлежит основная идея данной работы, за многочисленные ценные советы.

Поступила 24 V 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Веденов А. А. Введение в теорию слаботурбулентной плазмы. Вопросы теории плазмы, Госатомиздат, 1963, т. 3.
2. Файнберг Я. Б., Шапиро В. Д. Квазилинейная теория возбуждения колебаний при инжекции электронного пучка в плазменное полупространство. ЖТФ, 1964, т. 47, № 10.
3. Цытович В. Н., Шапиро В. Д. К теории прохождения пучка заряженных частиц через плазму. ЖТФ, 1965, т. 35, № 11.
4. Цытович В. Н., Шапиро В. Д. Нелинейная стабилизация пучковых неустойчивостей плазмы. Ядерный синтез, 1965, т. 5, № 3.
5. Коврижных Л. М. О взаимодействии пучков заряженных частиц с неизотермической плазмой. ЖЭТФ, № 1, 1966.
6. Липеровский В. А., Цытович В. Н. О распаде продольных ленгмюровских колебаний из плазмы на ионно-звуковые. ПМТФ, 1965, № 15.
7. Липеровский В. А., Цытович В. Н. О нелинейной конверсии электромагнитных волн в ионно-звуковые колебания плазмы. ПМТФ, 1966, № 2.
8. Липеровский В. А., Цытович В. Н. О спектрах колебаний слаботурбулентной плазмы. Журнал техн. физики, № 4, 1966.
9. Виперан О. Dissipation of Currents in Ionized Media, Phys. Rev., 1959, vol. 115, No. 3.