

УДК 533.68

Численное исследование переходного режима обтекания цилиндра и генерации звука*

Ц.-Ч. Цай¹, Ц. Пан², А. Крыжановский¹, Ш.-Ю. Е¹

¹Чжэцзянский педагогический университет, Цзиньхуа, Китай

²Университет Западной Австралии, Австралия

E-mail: cai_jiancheng@foxmail.com, jie.pan@uwa.edu.au

С помощью метода крупных вихрей LES рассчитывается пространственное турбулентное обтекание цилиндра несжимаемой жидкостью при числе Маха $M = 0,1$ и числе Рейнольдса $Re = 9 \cdot 10^4$, а также течение в следе за ним. Для пульсационных составляющих подъемной силы и силы лобового сопротивления получены результаты, совпадающие с экспериментальными данными. Звуковое давление в дальнем поле определяется при помощи интегрального метода Фокса Уильямса и Хокинга по акустической аналогии. Используются пять различных источников звука в виде как сплошной поверхности цилиндра, так и проницаемых поверхностей, размещенных вокруг нее. Спектры звукового давления, как правило, количественно согласуются с измеряемыми величинами, хотя акустические источники при моделировании в данном подходе являются псевдозвуковыми. В работе точно спрогнозирована акустическая составляющая числа Струхала, связанная с вихревой пеленой. Изучается генерация звука объемными источниками, основанными на тензорах Лайтхилла в вихревой пелене. Его направленность в поле дальней зоны представляется поперечным квадруполем со слабым излучением как вдоль, так и поперек потока.

Ключевые слова: обтекание цилиндра, вычислительная гидродинамика, метод крупных вихрей (LES), аэроакустика, акустическая аналогия.

Введение

Турбулентное обтекание кругового цилиндра представляет большой интерес для понимания и изучения широкого круга фундаментальных и прикладных задач механики жидкости. Это течение связано с чрезвычайно сложными физическими явлениями, такими как срыв потока из-за неблагоприятного градиента давления, переход к турбулентности и сход вихрей из-за взаимодействия между двумя отрывными сдвиговыми слоями. Такое взаимодействие характеризуется вихревой дорожкой Кармана, образованной вихрями, попеременно сходящими с верхней и нижней частей кормовой зоны цилиндра. Процесс схода вихрей создает нестационарную силу, действующую на цилиндр, и генерирует хорошо известные эоловы тона, а турбулентный след порождает широкополосный шум. Данная проблема является характерной для потоков около плохообтекаемых тел, таких как шасси самолета, автомобильная антенна, пантограф электропоезда и т.д.

* Работа выполнена при финансовой поддержке Национального фонда естественных наук Китая (грант № 51306163), Провинциального фонда естественных наук провинции Чжэцзян (грант номер LQ13E060001) и CRC для инфраструктуры управления инженерными активами (CIEAM) Австралии.

В зависимости от числа Рейнольдса ($Re \equiv Du/\nu$, где D — диаметр цилиндра, u — скорость входящего потока, ν — кинематическая вязкость) рассматриваемого течения в последнем можно выделить разные режимы [1]: докритический, критический, закритический и транскритический. В докритическом режиме течения ($300 < Re < 3 \cdot 10^5$) след за обтекаемым цилиндром является турбулентным, но пограничный слой вокруг поверхности цилиндра — ламинарным. Коэффициент лобового сопротивления остается почти постоянным во всем диапазоне и равен $C_D = 1,05-1,20$, частота схода вихрей также постоянна и составляет $St = f_{vs} D/u = 0,2 \sim 0,21$ [1, 2], здесь St — число Струхала. Несмотря на то, что прямое численное моделирование (DNS) турбулентного потока с умеренным числом Рейнольдса, например $Re = 3900$, как в работе [3], может быть выполнено на современных мощных компьютерах, более практичными методами расчета турбулентного потока являются усредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса (RANS) и метод крупных вихрей (LES). Методология RANS не выдвигает высоких требований к вычислительным ресурсам, но позволяет воспроизвести в расчете только узкую полосу акустических спектров при усреднении остальных частот [4]. С другой стороны, метод LES дает более точные расчеты турбулентных потоков, воспроизводя численно динамику структур потока больших масштабов, в то время как моделирование более мелких вихрей основано на полуэмпирических подсеточных моделях.

Вычислительные методы для исследования генерируемого потоком звука могут быть разделены на две большие категории: прямые и косвенные (гибридные) [5]. Прямой подход рассчитывает звук вместе с генерирующим его течением путем решения уравнений сжимаемой жидкости. Однако из-за огромных вычислительных затрат его использование ограничено простыми конфигурациями потока при малых числах Рейнольдса [6, 7]. В гибридном подходе численное моделирование потока отделяется от вычисления его звуковых характеристик, при этом последнее может быть сделано на этапе последующей обработки, основанном на аэроакустической теории. Звук дальнего поля получают посредством интегральных или численных решений уравнений акустической аналогии с использованием данных поля. Теория акустической аналогии Лайтхилла [8], которая представляет уравнение неразрывности и уравнение количества движения в виде неоднородного волнового уравнения, является, пожалуй, самым популярным методом гибридного аэроакустического расчета. Данный метод был расширен Керлом [9] для расчета звука, создаваемого твердыми поверхностями, погруженными в неустановившееся поле течения. Дальнейшее его обобщение Фоксом Уильямсом и Хокингом [10] позволило учитывать генерацию звука движущимися телами.

Уравнение Фокса Уильямса и Хокинга (FWH) отвечает общей форме акустической аналогии Лайтхилла и позволяет рассчитывать звук, генерируемый эквивалентными акустическими источниками, такими как монополи, диполи и квадруполь. Автор работы [11] разработал эффективный способ решения уравнения FWH, а именно, в виде «формулировки 1А», основанной на применении интегрального выражения во временной области, в которой временные диаграммы звукового давления или акустические сигналы в заданных местах непосредственно вычисляются путем оценки нескольких поверхностных интегралов. В случае использования неподвижных тел это решение является фактически численным методом Керла. Другой эффективный способ реализации метода Керла можно найти в диссертации Ларссона [12]. Теория Керла, благодаря ее эффективности, применялась для изучения индуцированного потоком шума цилиндра [13, 14].

Исследователи использовали моделирование течения на основе как уравнений Навье–Стокса (RANS), так и метода крупных вихрей (LES) для проведения акустических вычислений для случая обтекания цилиндра. Известно, что метод RANS имитирует детерминированные структуры вихрей, что позволяет рассчитывать тональный шум, но может быть непригодным для расчета широкополосного шума. Авторы работы [15] использовали акустическую аналогию Лайтхилла в сочетании с RANS для расчета шума,

обусловленного вихревой пеленой за круговым цилиндром для диапазона чисел Рейнольдса $100 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6$. В качестве исходных данных для определения шума использовались расчетные поля потока. Результаты показали, что двумерные исходные данные позволяют получать достаточно достоверные результаты как для амплитуды, так и для частоты шума. Для обтекания цилиндра в докритических режимах трехмерное моделирование RANS по существу является двумерным: в его решении используются только детерминированные двумерные структуры потока. В работах [16, 17] были разработаны методы расчета аэродинамического звука, генерируемого цилиндрами, с помощью пространственно-статистического моделирования. Эти методы значительно сокращают вычислительные затраты, так как требуется только двухмерное моделирование потока на основе уравнений RANS, а также дают возможность эффективно определять тональный шум потока за цилиндром. Однако предложенные подходы требуют использования некоторых специальных методов [16] или упрощений, основанных на предположении акустического компактного тела [17].

Вычисления, проводимые при помощи метода LES, дают возможность рассчитывать трехмерную вихревую пелену, соответствующую экспериментальным данным по числам Струхала, средним и переменным силам, пульсациям в следе, а также поперечной корреляции по ширине. В работе [18] была исследована звуковая генерация цилиндром на основе полей течения, полученных методом LES. Было определено дальнейшее поле путем применения расширенной временной формулы уравнения FWH, что эквивалентно теории Керла вследствие того, что поверхности источника были неподвижны. В работе [19] использовалась методика гидродинамического/акустического разделения для решения задач аэроакустики с малым числом Маха. В приближении несжимаемой среды методом LES был рассчитан турбулентный поток, а генерация и распространение акустического поля были определены на основе линеаризованных уравнений возмущенного движения сжимаемой среды. В работе [20] авторы выполнили двумерное и трехмерное моделирование звука, создаваемого обтеканием потока кругового цилиндра на основе полей потока методами RANS и LES соответственно, а трехмерный подход, примененный к вычислению звука дальнего поля из нестационарного потока и реализованный на основе метода LES, показал возможность достаточно точного определения звукового спектра для случая трехмерного обтекания цилиндра в докритическом режиме. В работе [21] рассчитывались потоки за круговым цилиндром при $Re = 3900$ с использованием метода крупных вихрей LES, а также дальнейшее звуковое поле при помощи интеграла Керла из акустической аналогии Лайтхилла. Было обнаружено, что звуковая генерация в дальнем поле обладает характеристикой диполя, а звуковые спектры отображают степенной закон « $-5/3$ ». Авторы работы [22] исследовали шум, вызванный турбулентностью погруженного цилиндра, с использованием метода FWH с целью учета квадрупольных источников и обнаружили, что разработанная формула интегральных поверхностей позволила качественно определить шум вокруг цилиндра в соответствии с общеизвестными частотными характеристиками.

Стоит отметить, что по сравнению с дипольным приближением квадрупольная составляющая источника звука от потока за цилиндром изучена значительно меньше. Частично это связано с тем, что квадрупольный вклад в звуковую генерацию при малых числах Маха невелик [9]. Другой причиной является необходимость проведения более сложных вычислений для описания индуцированного турбулентностью квадрупольного шума, как указано в работе [22]. Расчеты квадрупольных источников являются очень затратными, поскольку требуются переменные данные в некоторой трехмерной области для симметричного тензора Лайтхилла. Также требуется дополнительно изучить определение аэродинамического звука при обтекании цилиндра с помощью уравнения FWH.

Целью настоящей работы является исследование этих практически и методологически актуальных проблем, а именно разработка, проверка и обоснование численного

метода, основанного на моделях LES и FWH, которые позволяют определить нестационарные периодические параметры переходного потока вокруг цилиндра и корректно смоделировать звук, первоначально генерируемый сходом вихрей за цилиндром. Соответствующий эксперимент был выполнен в работе [23] по обтеканию свободной струей кругового цилиндра, помещенного внутри безэховой аэродинамической трубы с числом Рейнольдса $Re = 9 \cdot 10^4$ и числом Маха набегающего потока $M = 0,1$. Данные числовые параметры течения использовались в качестве эталона и численно исследовались в этой работе. В эксперименте [23] рассматривался цилиндр диаметром $D = 0,0381$ м с длиной образующей $L = 12,6D$. Микрофон находился на расстоянии $128D$ от оси цилиндра и под углом $\theta = 90^\circ$ относительно точки торможения потока вокруг цилиндра. Нестационарные потоки ближнего поля в этом исследовании были получены с помощью метода LES. Согласно интегральному виду 1А уравнений FWH, для определения аэродинамических звуковых излучений от поверхностных источников были выбраны поверхностные источники с постепенно увеличивающимися расстояниями до поверхности цилиндра. Квадруполи, основанные на тензоре Лайтхилла, сохраняются при CFD-расчете с помощью преобразования Фурье для получения спектров, а их звуковое излучение вычислялось на основе функций Грина уравнений Гельмгольца свободного поля.

1. Моделирование течения

1.1. Математическая модель

В настоящей работе характерное число Маха $M = 0,1$, что позволяло приближенно считать поток несжимаемым. В этом случае уравнения неразрывности и количества движения могут быть решены независимо от уравнения энергии:

$$\partial u_i / \partial x_i = 0 \text{ и} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right], \quad (2)$$

где u_i ($i = 1, 2, 3$) — составляющая скорости в направлении потока (x), поперек потока (y) и вдоль оси цилиндра (z) соответственно; x_i задает соответствующее направление, t — время, ρ, p, ν — плотность, давление и кинематическая вязкость жидкости.

Метод LES включает пространственную фильтрацию нестационарных уравнений Навье–Стокса. Отфильтрованные уравнения неразрывности и количества движения при пренебрежении ошибкой вычисления можно записать в виде

$$\partial \bar{u}_i / \partial x_i = 0 \text{ и} \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (4)$$

где τ_{ij} представляет собой подсеточные напряжения, задаваемые формулой

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j. \quad (5)$$

Широко используемая модель подсеточного моделирования Смагоринского–Лилли [24] основана на приближении Буссинеска

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2\nu_t \bar{S}_{ij}, \quad (6)$$

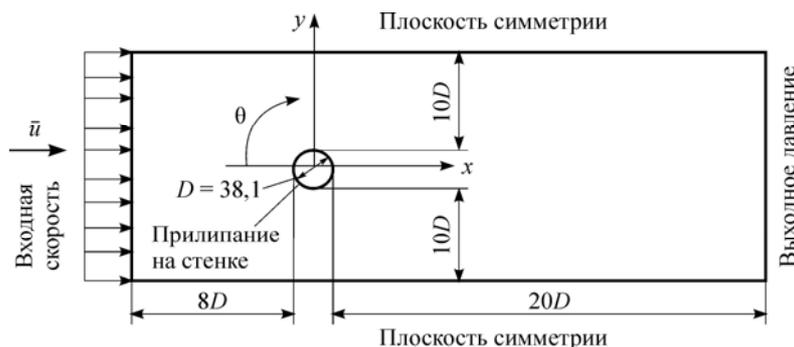


Рис. 1. Размеры расчетной области и наложенные граничные условия.

где δ_{ij} — символ Кронекера, \bar{S}_{ij} — тензор скоростей деформаций, имеющий вид

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right). \quad (7)$$

Вихревая вязкость подсеточного масштаба ν_t является функцией тензора скоростей деформаций и подсеточной характерной длины l :

$$\nu_t = l^2 |\bar{S}_{ij}|, \quad (8)$$

где $l = C_s \bar{\Delta}$ и $|\bar{S}| = \sqrt{2\bar{S}_{ij}\bar{S}_{ij}}$. Отфильтрованная ширина $\bar{\Delta}$ коррелируется с кубическим корнем из объема сеточной ячейки. В настоящей работе $C_s = 0,1$ — постоянная Смагоринского, имеющая то же значение, что и в работе [25].

1.2. Моделирование нестационарного потока

Вычислительная схема

В рассматриваемой задаче используются условия, соответствующие экспериментам [23]. Геометрический размер прямоугольной вычислительной области и типы граничных условий представлены на рис. 1. Эта область принималась большей по сравнению с использованной в двумерной модели в работе [26]. Длина области в направлении оси цилиндра принимается πD , где $D = 38,1$ мм — диаметр цилиндра, как это было в работах [25], [27]. Автор работы [2] рассматривал нормированную корреляционную длину вдоль оси цилиндра (на основе пульсационных подъемных сил) в зависимости от чисел Рейнольдса, опираясь на обширные экспериментальные результаты. В настоящей работе она составляла ≈ 3 . Вычисления проводились на трех сетках с шестигранными ячейками в пакете ANSYS Fluent. Параметры сеток приведены в таблице. Все сетки имели сильное сгущение по направлению к поверхности цилиндра, чтобы была возможность определять

Таблица

Статистика по сеткам, вычислительным моделям
и коэффициентам лобового сопротивления и подъемной силы

Источники данных	Размер сетки	Минимальный размер ячейки	Максимальный размер ячейки	Высота 1-го слоя	Среднее C_D	RMS C_D	RMS C_L
Экспериментальные данные [1, 2]	—	—	—	—	1,05–1,20	0,06–0,09	0,4–0,8
Сетка 1	0,76 м	$1,88 \cdot 10^{-11}$ м ³	$5,96 \cdot 10^{-7}$ м ³	9 мкм	0,850	0,0423	0,232
Сетка 2	1,89 м	$8,16 \cdot 10^{-12}$ м ³	$1,86 \cdot 10^{-7}$ м ³	4 мкм	0,927	0,0385	0,188
Сетка 3	5,62 м	$3,39 \cdot 10^{-12}$ м ³	$5,89 \cdot 10^{-8}$ м ³	4 мкм	1,151	0,0992	0,469

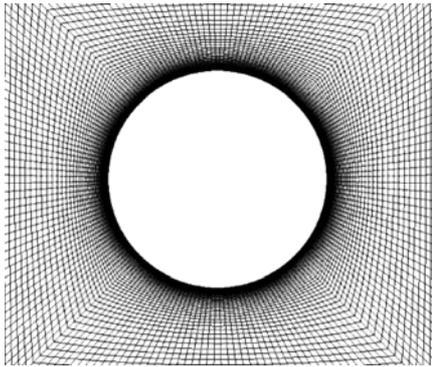


Рис. 2. Распределение ячеек вокруг цилиндра.

параметры пристенного потока с необходимым разрешением, что важно для надежного предсказания его отрыва. Сетка 1 имела максимальный безразмерный размер ячейки у поверхности стенки цилиндра $y^+ \sim 1,5$, в то время как для сеток 2 и 3 этот размер составлял меньше 1. Значение $y^+ = 1$ дает достаточно точные результаты, включая определение силы на поверхности цилиндра. Для лобового сопротивления (C_D), подъемной силы (C_L) и числа Струхала

значение y^+ , принятое около 5, дало сходящиеся результаты [28]. Ячейки в окрестности цилиндра для наиболее мелкой из сеток показаны на рис. 2.

В качестве метода определения связи давление–скорость был применен метод SIMPLEC (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations-Consistent) [24]. Для дискретизации уравнений количества движения в пространственных направлениях использовалась противопоточная схема второго порядка как наиболее приемлемая альтернатива между точностью, сходимостью и требуемым объемом вычислительных ресурсов. Для дискретизации по времени была выбрана неявная схема второго порядка с разностями против потока. Был выбран временной шаг $\Delta t = 1,0 \cdot 10^{-5}$ с, для которого соответствующий безразмерный шаг времени определялся как $\Delta t^* \equiv u\Delta t/D = 0,0089$. В работе [29] было обнаружено, что безразмерный шаг времени $\sim 0,02$ является достаточным для надежного определения поля течения в переходном режиме. Таким образом, все упомянутые выше меры были направлены на достижение надежно сходящегося численного решения с требуемым разрешением как по пространственным координатам, так и во времени.

В начале моделирования использовалось равномерное распределение скорости невозмущенного потока на входе с давлением 0 Па. В процессе решения разностных уравнений применялась неявная схема релаксации Гаусса–Зейделя наряду с алгебраическим методом ускорения сходимости. Чтобы получить полностью статистически установившийся поток в области ближнего следа, решение выполнялось для безразмерного времени не менее $tu/D = 300$, которое было больше значения 76, использованного в работе [27], и значения 100, предложенного в работе [30]. В дальнейшем данные собирались каждые 5 шагов. Для каждого численного расчета было сделано приблизительно 33000 временных шагов, обеспечивших разрешающую способность по частоте в 3 Гц. В случае мелкой конфигурации сетки, т.е. сетки 3, для завершения численного моделирования с использованием всех процессорных ядер HP Blade System с двумя процессорами Intel Xeon E5-2620 требовалось около двух месяцев.

Численные результаты моделирования обтекания и их анализ

Сила лобового сопротивления F_D и подъемная сила F_L , действующие на цилиндр при обтекании, были получены путем интегрирования давления и вязких напряжений по поверхности цилиндра. Коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы определялись как

$$C_D = \frac{F_D}{\rho u^2 A/2}, \quad C_L = \frac{F_L}{\rho u^2 A/2}, \quad (9)$$

где A — площадь поперечного сечения цилиндра. В таблице теоретические значения этих коэффициентов сопоставлены с экспериментальными данными. Видно, что результаты расчетов для сетки 3 идеально соответствуют измеренным данным. Среднее

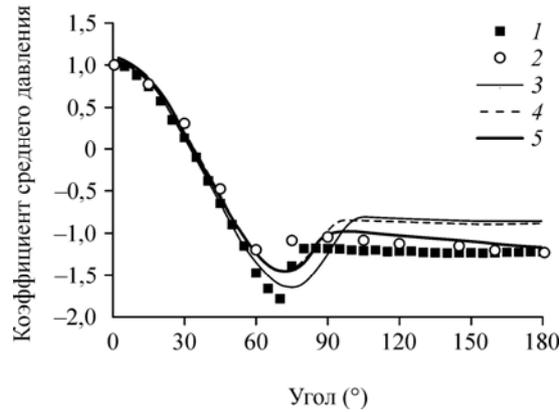


Рис. 3. Распределение давления на поверхности цилиндра в средней плоскости.

Результаты экспериментов [31] (1) и [23] (2); настоящий расчет методом LES для сеток 1 (3), 2 (4), 3 (5).

распределение давления вокруг цилиндра, найденное путем усреднения полей потока на каждом временном шаге, показано на рис. 3. Поскольку экспериментальные данные работы [23] довольно немногочисленны, на рис. 3 также представлены данные работы [31] ($Re = 1 \cdot 10^5$). Было получено хорошее совпадение между численными и экспериментальными результатами, особенно для областей течения вплоть до точки отрыва пограничного слоя. Поскольку результаты, полученные для сетки 3, наиболее точно соответствуют экспериментальным данным, ниже будут использоваться только поля обтекания для этой сетки.

Давление и скорость обезразмериваются на опорную величину динамического давления $\rho u_0^2 / 2$ и скорость свободного потока u_0 соответственно. Безразмерная по времени скорость потока (\bar{u} / u_0) на средней плоскости показана на рис. 4 в сравнении с экспериментальными данными из работы [32] ($Re = 41300$). Результаты, полученные численным и экспериментальным путями, очень близки, за исключением того, что рассчитанная область следа короче экспериментальной из-за незначительно большего числа Рейнольдса. Полученные численно распределения среднего и среднеквадратичного давлений для тех же условий представлены на рис. 5. Избыточное давление на задней стороне цилиндра (то есть в области следа) всегда отрицательно (в отличие от утверждений теории потенциального обтекания) в результате отрыва потока, что иллюстрируется

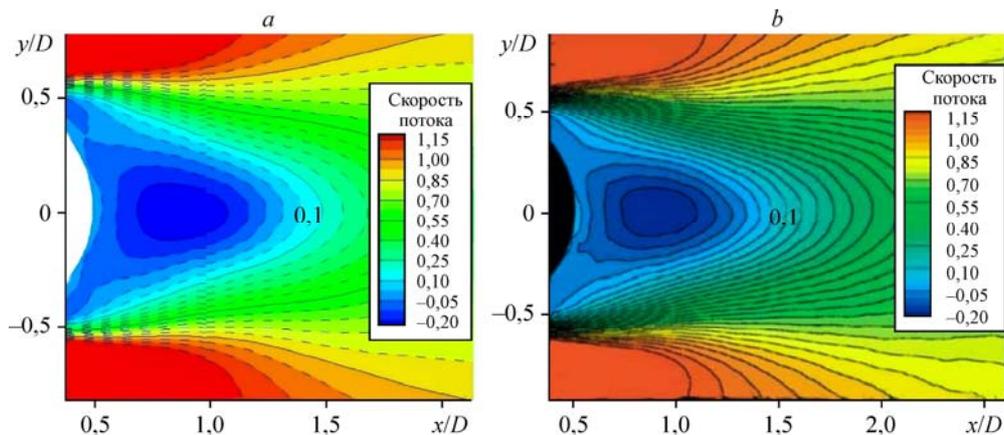


Рис. 4. Безразмерные осредненные по времени контуры скорости потока.

a — расчет настоящей работы, *b* — эксперимент [32].

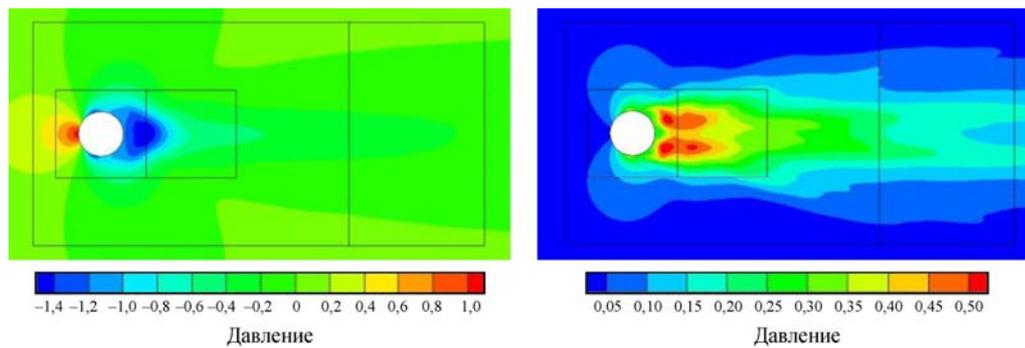


Рис. 5. Распределение давления в плоскости среднего участка цилиндра.

Слева — среднее значение, справа — среднеквадратичное значение.

областью синего цвета. Хотя область следа имеет наименьшие среднюю скорость и среднее давление, пульсации в этой области являются довольно интенсивными, что видно из рис. 5. Наибольшая амплитуда колебаний давления может достигать половины опорного давления. Прямоугольники на рис. 5 изображают поверхности источника. Колебания гидравлического давления в ближнем поле представляются типичными диполями, что будет обсуждаться далее. Как можно видеть, основные гидравлические колебания давления в ближнем поле ограничены зоной $5D$ в направлении вниз по течению и $2D$ — в поперечном направлении. Это согласуется с выводом работы [33] о том, что псевдозвуковая область (в ближнем поле) для цилиндров в воздухе примерно в 5 раз больше их диаметра.

Спектры коэффициентов лобового сопротивления и подъемной силы, найденные быстрым преобразованием Фурье, показаны на рис. 6, где нормирующей частотой является u/D . В спектре пульсаций подъемной силы можно увидеть значительный пик, связанный со сходом вихрей, это обусловлено тем, что каждый вихрь, сходящий с цилиндра, сопровождается пульсацией подъемной силы. Число Струхала составляет 0,206 для частоты пиков в спектрах подъемной силы [34], что очень близко к экспериментальному значению, равному 0,2 [1, 2]. В спектре пульсаций лобового сопротивления выделяется составляющая на второй гармонике частоты схода вихрей. Это связано с тем, что вихри сходят как с верхней, так и с нижней сторон цилиндров, что приводит к пульсациям лобового сопротивления при удвоенной частоте отрыва вихрей.

Для общего представления обтекания цилиндра линии тока в средней плоскости цилиндра показаны на рис. 7, который иллюстрирует сильно зависящую от времени

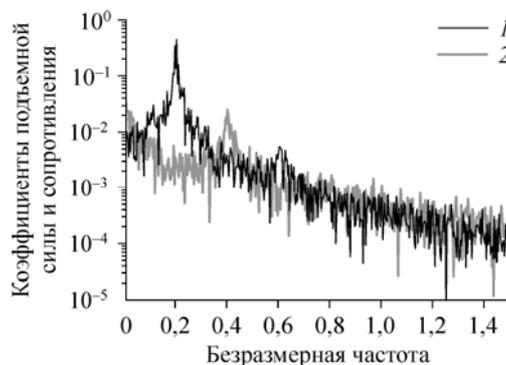


Рис. 6. Спектры коэффициентов подъемной силы и лобового сопротивления.

1 — подъемная сила, 2 — сопротивление.

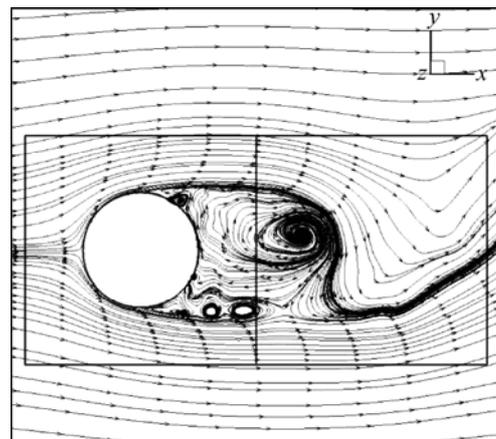


Рис. 7. Мгновенные линии тока посредине длины цилиндра, полученные на основе LES.

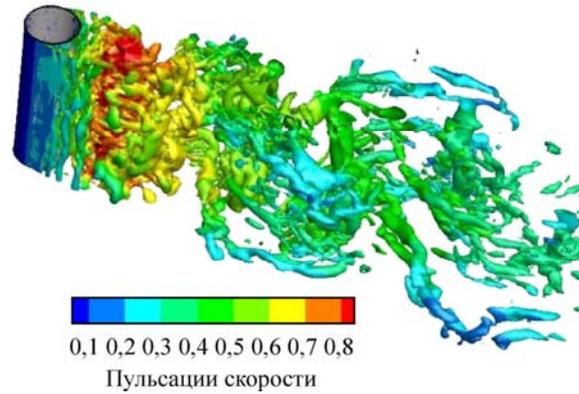


Рис. 8. Изоповерхности λ_2 , окрашенные среднеквадратичным значением пульсаций скорости.

сложную форму течения в области следа. Для иллюстрации трехмерных структур потока в следе за цилиндром, полученных методом LES, на рис. 8 показаны изоповерхности вторых собственных значений ($\lambda_2 = -1 \cdot 106$) симметричных тензоров $S^2 + \Omega^2 = S_{ik}S_{kj} + \Omega_{ik}\Omega_{kj}$, где S_{ij} и Ω_{ij} — симметричная и асимметричная части тензора градиента скорости, т.е. $\nabla \mathbf{u} = S_{ij} + \Omega_{ij}$ [35]. Изоповерхности окрашены цветом, соответствующим среднеквадратичным значениям пульсаций скорости. При этом наблюдается чередование когерентных вихрей в следе цилиндра и сразу за отрывом пограничного слоя происходит переход к турбулентности сдвигового слоя. Трансверсальная неустойчивость оторвавшегося сдвигового слоя увеличивает пульсации силы на цилиндре и дипольный тон аэродинамического звука. Структуры следа являются исключительно трехмерными и в центре зоны следа колебания скорости могут достигать 80 % от скорости свободного потока u_0 .

2. Расчет аэродинамического звука

2.1 Теория акустической аналогии

Уравнение акустической аналогии Лайтхилла получается путем представления уравнения неразрывности и уравнения количества движения в форме неоднородного волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \rho' = \frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (10)$$

где $\rho' = \rho - \rho_0$ — возмущение плотности, c — скорость звука, t — время.

Тензор Лайтхилла определяется как

$$T_{ij} = \rho_0 u_i u_j + P_{ij} - c^2 \rho' \delta_{ij}, \quad (11)$$

где u_i — составляющая скорости, $P_{ij} = p \delta_{ij} - \tau_{ij}$ — тензор напряжений сжатия (включая давление и компоненты сдвига). Для течений с малыми числами Маха достаточно принять [8]

$$T_{ij} \approx \rho_0 u_i u_j. \quad (12)$$

Если присутствуют твердые поверхности, они будут влиять на генерацию и распространение звука. Поверхности могут выступать в качестве источников звука. В этом

случае они будут отражать и рассеивать излучаемый звук, изменяя характеристики излучения потока, как было отмечено в работе [9], где решение уравнения Лайтхилла представлено в виде

$$\rho'(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{4\pi c^2} \cdot \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{T_{ij}(\mathbf{y}, t-r/c)}{r} dV(\mathbf{y}) - \frac{1}{4\pi c^2} \cdot \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S \frac{[n_j P_{ij}]_{\tau=t-r/c}}{r} dS(\mathbf{y}), \quad (13)$$

где \mathbf{n} — единичный вектор нормали поверхности, $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$, \mathbf{x} и \mathbf{y} — соответственно координаты точек наблюдения и источника, $\tau = t - r/c$ — время запаздывания. Физически возможно рассматривать звуковое поле как сумму полей, порождаемых объемным распределением квадруполь и поверхностным распределением диполей. Уравнение FWH [10] представляет наиболее общую форму акустической аналогии Лайтхилла и позволяет определять звук, генерируемый эквивалентными акустическими источниками, такими как монополи, диполи и квадруполь:

$$\frac{\partial^2 \rho'}{\partial t^2} - c^2 \nabla^2 \rho' = \frac{\partial}{\partial t} \{ \rho_0 v_n \delta(f) \} - \frac{\partial}{\partial x_i} \{ P_{ij} n_j \delta(f) \} + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \{ T_{ij} H(f) \}, \quad (14)$$

где $\delta(f)$ — дельта-функция Дирака, описывающая геометрию движущейся поверхности, которая отлична от нуля в области текущей среды и равна нулю на движущейся границе, $H(f)$ — функция Хевисайда, v_n — нормальная скорость поверхности. Первое слагаемое в правой части описывает смещение текущей среды вследствие движения границы. Второе — колебания давления на поверхностях, которые могут быть граничными условиями на стенках (диполь, шум нагружения). Третье слагаемое учитывает внутренние особенности потока (квадрупольный источник).

Полное решение уравнения FWH состоит из поверхностных и объемных интегралов. Поверхностные интегралы описывают влияние монопольных и дипольных акустических источников и частично квадрупольных источников, тогда как объемные интегралы соответствуют квадрупольным (объемным) источникам в области вне поверхности источника. Программный модуль ANSYS Fluent [36] предлагает для оценки влияния объемного шума и шума нагружения метод интегрирования уравнения (13) во временной области, подобный методу, который использовался в работе [11]:

$$\begin{aligned} p'(\mathbf{x}, t) &= p'_T(\mathbf{x}, t) + p'_L(\mathbf{x}, t) = \\ &= \int_{f=0} \left[\frac{\rho \dot{u}_n}{4\pi r} \right]_{\text{ret}} dS + \int_{f=0} \left[\frac{\dot{L}_r}{4\pi cr} \right]_{\text{ret}} dS + \int_{f=0} \left[\frac{L_r}{4\pi r^2} \right]_{\text{ret}} dS, \\ p'(\mathbf{x}, t) &= p'_T(\mathbf{x}, t) + p'_L(\mathbf{x}, t) = \\ &= \int_{f=0} \left[\frac{\rho \dot{u}_n}{4\pi r} \right]_{\text{ret}} dS + \int_{f=0} \left[\frac{\dot{p} \cos \theta + \rho \dot{u}_n u_r + \rho u_n \dot{u}_r}{4\pi cr} \right]_{\text{ret}} dS + \int_{f=0} \left[\frac{p \cos \theta + \rho u_n u_r}{4\pi r^2} \right]_{\text{ret}} dS, \end{aligned} \quad (15)$$

где

$$L_r = (P_{ij} n_j + \rho u_i u_n) \hat{r}_i. \quad (16)$$

Здесь \hat{r}_i — компонента единичного вектора излучения $(\mathbf{x} - \mathbf{y})/r$, $\cos \theta = n_i \hat{r}_i$, индекс «ret» относится к запаздыванию по времени. В работе [10] предложено использовать пористую или проницаемую поверхность для учета нелинейностей в окрестности движущейся поверхности. На сплошные твердые поверхности ($v_i = 0$) объемный шум не оказывает никакого влияния. Шум загрузки также можно упростить следующим образом:

$$4\pi p'_L(\mathbf{x}, t) = \int_{f=0} \left[\frac{\dot{p} \cos \theta}{cr} \right]_{\text{ret}} dS + \int_{f=0} \left[\frac{p \cos \theta}{r^2} \right]_{\text{ret}} dS. \quad (17)$$

Уравнение (16) применимо к источникам на проницаемых (вне тела) поверхностях, а уравнение (17) можно использовать для твердых поверхностей, таких как стенка цилиндра. Разница уравнений (16) и (17) представляет собой влияние квадрупольных, как было показано в работе [22]. В этом случае обтекание цилиндра должно быть рассчитано на основе системы уравнений Навье–Стокса (при сжимаемом течении) с учетом акустических пульсаций, что позволит для учета источников квадрупольных шумов в генерируемом звуке использовать интегральные поверхности вне тела. Это, безусловно, требует ресурсозатратных вычислений. С другой стороны, квадрупольный звук можно определить путем интегрирования во временной области тензоров Лайтхилла [12, 37–39]. В таком случае он определяется в частотной области с использованием функции Грина уравнения Гельмгольца свободного поля $\hat{G}_0 = e^{-ikr} / 4\pi r$ следующим образом:

$$\hat{P}'_{\text{Quad}} = \iiint_{\Omega} \hat{T}_{ij} \partial \hat{G} / \partial y_i \partial y_j dV. \quad (18)$$

2.2. Аэроакустический анализ обтекания цилиндра

Модель поверхностного источника

В качестве поверхностных источников были выбраны поверхность цилиндра и четыре поверхности, окружающие цилиндр, с линейными размерами $2D \times 2D$, $4D \times 2D$, $7D \times 5D$ и $10D \times 5D$, которые обозначим как S1–S5 (см. рис. 9). Расстояние между центром цилиндра и левыми сторонами S2 и S3 равно $1D$, а для S4 и S5 — $1,5D$. Эти постепенно увеличивающиеся поверхности были использованы для изучения того, как выбор акустического источника влияет на расчет звука. Поверхности S2–S5 являются проницаемыми источниками внутри вычислительной области, поэтому для определения аэродинамического звукового излучения используется уравнение (16). Источник S1 является поверхностью цилиндра, поэтому используется уравнение (17). Что касается затрат на хранение данных и вычислительных ресурсов для расчета квадрупольных, то регистрируются только те, из них, которые находятся в области размером $7D \times 5D$ вокруг цилиндра.

Длина цилиндра в численных моделях принималась равной πD и составляла 1/4 от экспериментальной модели. При этом определяемые уровни звукового давления (SPL) увеличивались на 6 дБ. Увеличение длины числовой модели цилиндра в четыре раза и игнорирование взаимодействия звукового излучения в каждом сечении с длиной πD приводит к увеличению звуковой энергии в четыре раза. Следствием этого является

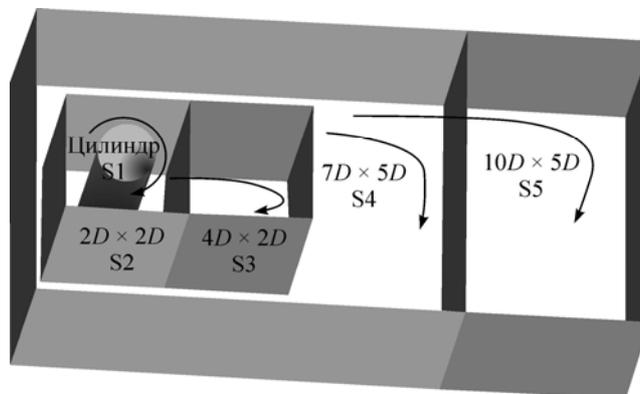


Рис. 9. Выбранные поверхности источника вокруг цилиндра.

удвоение звукового давления и увеличения SPL на 6 дБ. Аналогичный подход предлагался в работе [18]. Более подробное его описание можно найти в работе [40], где была приведена формула коррекции уровня звукового давления (SPL):

$$\begin{cases} L_c \leq L_s, & \Delta \text{SPL}_{\text{corr}} = 10 \log(L / L_s), \\ L_s < L_c \leq L, & \Delta \text{SPL}_{\text{corr}} = 20 \log(L_c / L_s) + 10 \log(L / L_c), \\ L \leq L_c, & \Delta \text{SPL}_{\text{corr}} = 20 \log(L / L_s), \end{cases} \quad (19)$$

где L , L_c , L_s — длина цилиндра, корреляционная длина и длина моделирования соответственно. Для числа Рейнольдса, используемого в этой работе, корреляционная длина $L_c \approx 3D$ основана на пульсирующих подъемных силах [2].

Тринадцать полученных точек были равномерно распределены по периметру среднего участка цилиндра на расстоянии $64D$ от центра цилиндра. На рис. 10 показаны их общие уровни звукового давления, которые четко указывают общую диаграмму направленности диполя: SPL в направлении поперек потока больше, чем в направлении по потоку, что согласуется с экспериментальными результатами работы [23]. Это связано с тем, что колебания давления в основном сосредоточены на боковых сторонах цилиндра, где происходит отрыв пограничного слоя. Для поверхностей источника S1–S3 распределения звукового излучения весьма схожи, за исключением направления вниз по потоку, где уровень звукового давления S3 больше, чем S2, а на S1 он является наименьшим. Следует обратить внимание, что расположенные ниже по потоку поверхности S2 и S3 проходят через центральную область следа (см. рис. 5), где у них наблюдаются большие амплитуды колебаний. На звуковое излучение S2 и S3 оказывают влияние квадрупольные источники в зоне ближнего следа за цилиндром.

Звуковое излучение от источников S4 и S5 меньше, чем от S1–S3. Это может быть связано с тем, что источники S4 и S5 проходят через зону следа с относительно меньшими колебаниями (см. рис. 5). Поскольку при анализе течения принято несжимаемым, акустическая информация отсутствует. Имеют место только колебания гидродинамического давления, связанные с турбулентностью, или псевдозвук. Псевдозвук с расстоянием уменьшается быстрее, чем колебания давления, распространяющиеся в виде волн. Таким образом, когда поверхность источника отходит от центра области следа, она содержит только информацию о псевдозвуке и не содержит информации о звуковой волне, что приводит к недооценке акустического дальнего поля.

Спектры звука, полученные теоретически при помощи источников поверхностей S1 и S2 в месте проведения экспериментальных измерений, находящегося на расстоянии $64D$ в поперечном направлении от центра цилиндра, показаны на рис. 11. Здесь также представлены экспериментальные данные для узкополосного SPL с полосой пропускания 10 Гц [23].

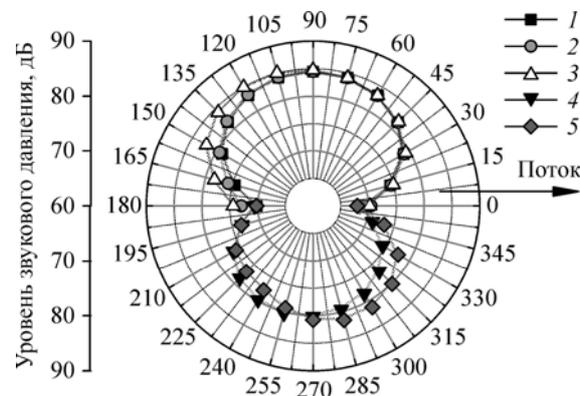


Рис. 10. Направленность звукового излучения. Источники S1 (1), S2 (2), S3 (3), S4 (4), S5 (5).

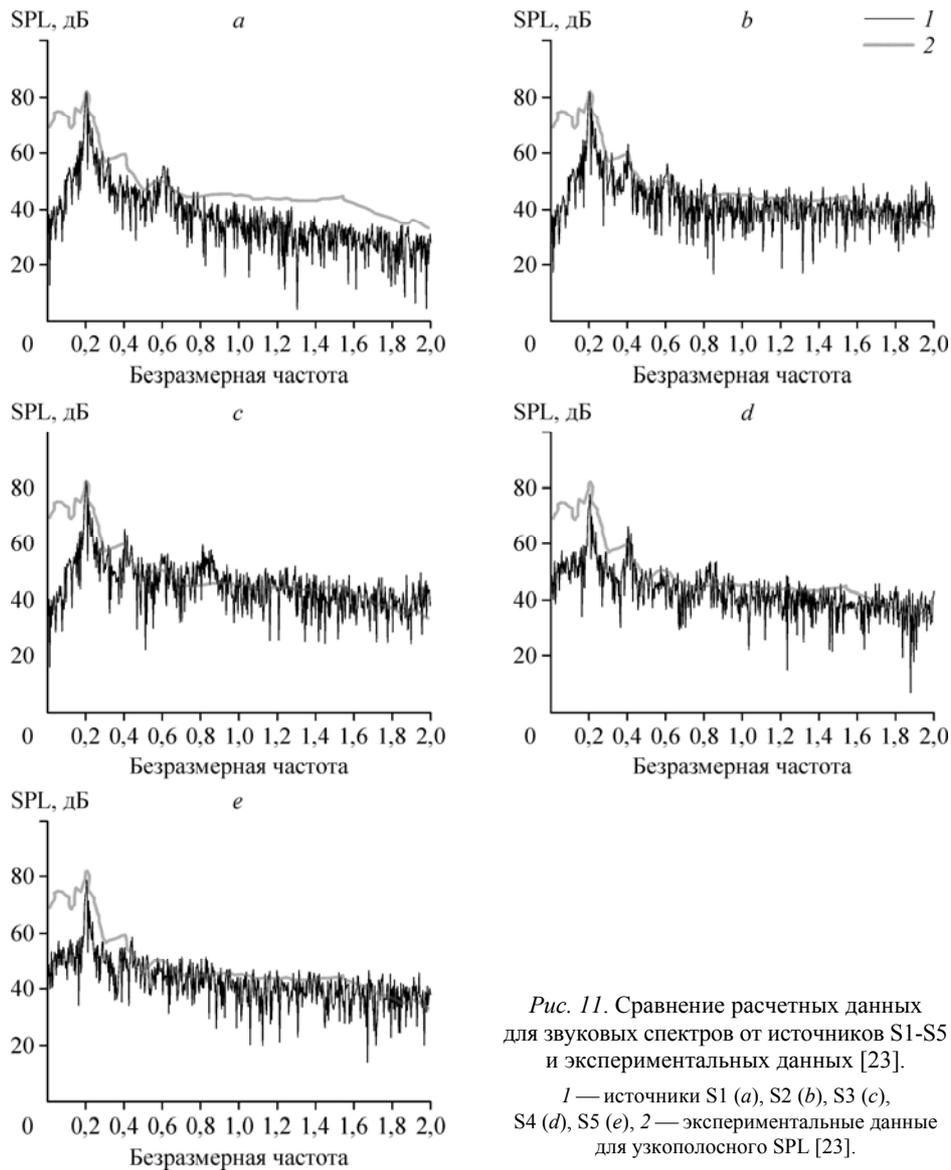


Рис. 11. Сравнение расчетных данных для звуковых спектров от источников S1-S5 и экспериментальных данных [23].

1 — источники S1 (a), S2 (b), S3 (c), S4 (d), S5 (e), 2 — экспериментальные данные для узкополосного SPL [23].

Численные расчеты в удовлетворительной степени согласуются с экспериментальными результатами, особенно для расширенного пика около частоты вихревого следа $St \approx 0,2$. В низкочастотной области ($fD/u < 0,2$) экспериментальные данные SPL существенно выше численных результатов, что связано с фоновым шумом [20], связанным, в свою очередь, со свободным потоком, который не учитывается при численных расчетах. Источник поверхности S1 не в полной степени определяет широкополосный шум, что в основном обусловлено турбулентностью течения в данной области. Источники S4 и S5, которые размещаются вдали от центральной зоны следа, также не вполне определяют широкополосный и тональный шум на частоте Струхалия. Как обсуждалось выше, это может быть обусловлено моделированием несжимаемого потока, в котором акустические волны не моделируются, а в местах расположения S4 и S5 акустические пульсации постепенно становятся важными для подхода FWH. Результаты, полученные для источников S3 и S2, точно соответствуют экспериментальным данным. Это связано с тем, что S3 и S2 находятся в основном в ближней зоне, где существуют интенсивные гидродинамические колебания давления.

Квадрупольный шум

Для течений с малыми числами Маха достаточно представить тензор Лайтхилла как $T_{ij} \approx \rho_0 u_i u_j$ [6]. Скорость в узлах сетки для области размером не более $7D \times 5D$ с границей поверхности S4 вокруг цилиндра регистрируется каждые 5 временных шагов с общим количеством 4096 временных шагов, при этом учитывается значительно больше данных для квадрупольей по сравнению с данными для диполей. Затем строится более крупная сетка акустического источника с 23790 узлами, а скорости, полученные в узлах методами вычислительной газовой динамики, интерполируются в сетку акустического источника и тензоры Лайтхилла $T_{ij} \approx \rho_0 u_i u_j$ на каждом узле. После применения быстрого преобразования Фурье можно извлечь квадрупольные данные из числа Струхаля и его второй гармоники.

Следует отметить, что тензор Лайтхилла имеет размерность напряжения, поэтому соответствующая оценка его амплитуды может быть проведена при помощи эквивалента Мизеса, используемого в механике материалов. На рис. 12 представлены амплитудные распределения тензоров Лайтхилла на частоте схода вихрей и ее гармоники 2-го порядка. Как видно из рисунка, большая амплитуда тензорных флуктуаций Лайтхилла имеет место главным образом в слоях сдвига и в зоне следа, за исключением области ближнего следа, где значения скорости потока достаточно малы. Квадрупольные пульсации на частоте схода вихрей являются более обширными и пространственно однородными по сравнению с аналогичной составляющей гармоники 2-го порядка из-за явления вихревого схода.

Звуковое излучение квадрупольей рассчитывается с помощью уравнения (18) при частоте Струхаля и его гармонике 2-го порядка. Распределение амплитуды звукового давления представлено на рис. 13 в квадрате размером $131D \times 131D$. Направленность излучения на расстоянии $64D$ от центра цилиндра показана на рис. 14. Можно видеть, что звуковое излучение на частоте Струхаля в целом представляет собой боковой квадруполь: слабое излучение существует как в направлении потока, так и поперек его. Это связано с тем, что z -завихренность в двух сдвиговых слоях за цилиндром имеет противоположные знаки. Когда сдвиговый слой сворачивается в вихрь со знаком, идентичным знаку входящей завихренности, пульсации поля обтекания с обеих сторон цилиндра будут иметь

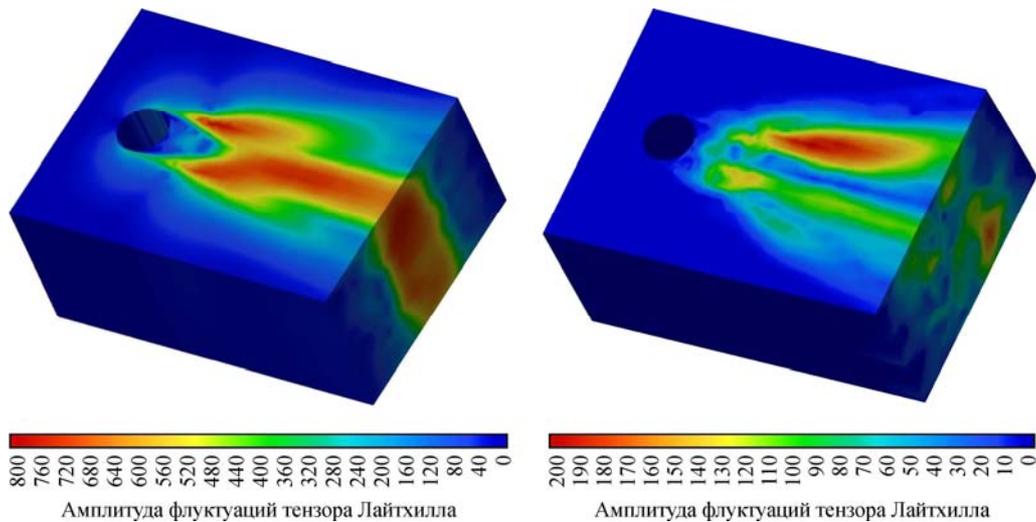


Рис. 12. Напряжение фон Мизеса тензора Лайтхилла на частоте числа Струхаля (слева) и гармоника 2-го порядка (справа).

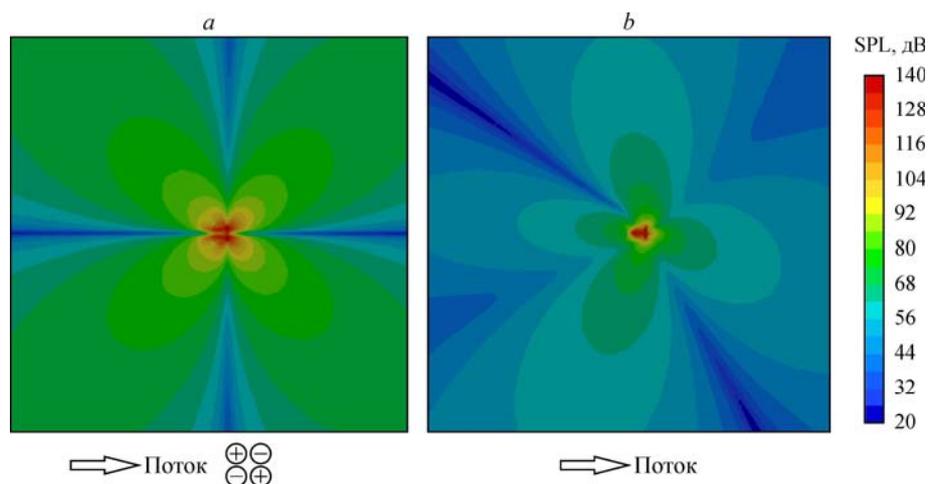


Рис. 13. Уровень звукового давления квадрупольных источников на частоте Струхалия (а) и гармоники 2-го порядка (b).

противоположные знаки, что приведет к боковому квадруполью. Модель излучения на гармонике 2-го порядка не так проста, как при основной частоте Струхалия: основное излучение осуществляется в поперечном направлении, небольшое излучение определенной величины происходит в направлении потока, и очень слабое излучение — в противоположном направлении.

Для того, чтобы количественно сравнить квадрупольный и дипольный шумы на частоте схода вихрей, были проверены звуковые давления на трех приемниках: $\theta = 90^\circ$, 135° , 180° с расстоянием $64D$ до центра цилиндра. SPL в этих точках, полученных от источника поверхности S1 (поверхность цилиндра), составили 81,8, 78,7 и 66,1 дБ, а для квадрупольной модели, основанной на тензорах Лайтхилла, они составили 64, 80,2, 33,4 дБ (добавилось 6 дБ относительно длины цилиндра при моделировании 1/4 фактической длины). Таким образом, в целом квадрупольный шум является сравнительно небольшим по сравнению с дипольным шумом, однако в некоторых направлениях, где присутствует доминирующее излучение, SPL квадрупольных источников могут быть сопоставимы с дипольными источниками.

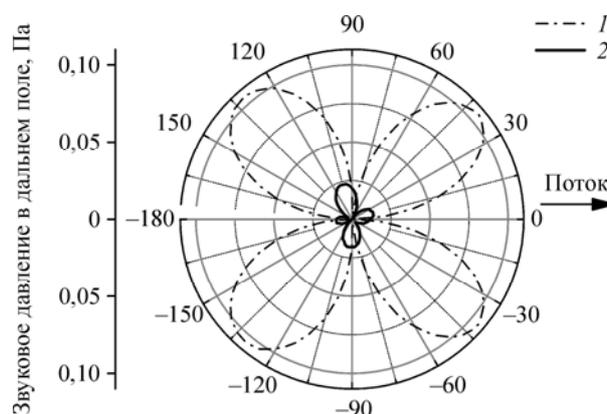


Рис. 14. Диаграмма направленности излучения квадрупольных источников. 1 — частота Струхалия, 2 — гармоника 2-го порядка.

Выводы

Проведено моделирование нестационарного несжимаемого переходного потока вокруг цилиндра и в следе за ним при докритическом режиме обтекания с числом Рейнольдса $Re = 9 \cdot 10^4$. При этом использовался метод крупных вихрей (LES). Нестационарные поля обтекания служили аэродинамическими источниками звука для аэроакустических моделей. Звуковое излучение рассчитывалось в соответствии с уравнением Фокса Вильямса–Хокинга (FWH) акустической аналогии Лайтхилла с использованием пяти поверхностей источников с постепенно увеличивающимся расстоянием до поверхности цилиндра. Также рассчитывался квадрупольный шум на частоте схода вихрей на основе тензоров Лайтхилла. Основные результаты, полученные в результате проведенных исследований, являются следующими.

1. Нестационарные поля обтекания могут быть успешно получены с использованием подсеточной модели Смагоринского–Лилли с достаточно мелкой сеткой и неявными схемами второго порядка как для пространственных координат, так и для временных. Было обнаружено, что колебания среднего коэффициента лобового сопротивления подъемной силы, распределение давления на цилиндре и число Струхала, рассчитанные на сетке наименьшего размера, хорошо согласуются с экспериментальными результатами. Основные колебания гидравлического давления ближнего поля находятся в пределах расстояния $5D$ в направлении потока и $2D$ в поперечном направлении, а наибольшая амплитуда колебаний давления может достигать половины опорного давления $\rho u_0^2 / 2$. Изоповерхности второго собственного значения симметричного тензора наглядно показывают, что структуры следа являются в высокой степени трехмерными, а в центральной зоне следа колебания скорости могут достигать 80 % скорости свободного потока u_0 .

2. Уравнение FWH обеспечивает на базе поверхностных источников надежную аэродинамическую оценку звука для исследуемого низкоскоростного несжимаемого потока за цилиндром. Выбор расположения поверхностей при аэроакустической оценке является важным. Поверхности вне тела, расположенные поперек зоны центрального следа (обычно на расстояниях в пределах $5D$) с гидродинамической информацией о потоке, позволяют точно оценить аэродинамический звук в дальнем поле, включая как тональный шум на частоте схода вихрей, так и широкополосный шум. Поверхностный источник на стенке цилиндра дает хорошую оценку увеличения пикового шума, но не в полной мере определяет широкополосный шум, который главным образом ассоциируется с турбулентным режимом обтекания. Когда поверхности источника, расположенные вне тела, находятся вдали от зоны ближнего следа, информация о псевдозвук и звук становится важной для определения звука в дальнем поле. Поэтому для дальнейшего улучшения разработанного метода рекомендуется моделировать сжимаемый поток.

3. Пульсации тензоров Лайтхилла (квадрупольей) на частоте схода вихрей и гармонике 2-го порядка в основном происходят в сдвиговых слоях и в зоне следа. Квадрупольные пульсации на частоте схода вихрей являются более протяженными и пространственно однородными по сравнению с аналогичной составляющей гармоники 2-го порядка. Модель излучения звука на частоте схода вихрей подобна боковому квадруполью, но гармоника 2-го порядка имеет более нерегулярную направленность звукового излучения. Общий квадрупольный шум намного меньше по сравнению с дипольным шумом, однако в некоторых направлениях они сопоставимы.

Список литературы

1. Sumer B.M., Fredsoe J. Hydrodynamics around cylindrical structures. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2006. 546 p.
2. Norberg C. Fluctuating lift on a circular cylinder: review and new measurements // J. of Fluids and Structures. 2003. Vol.17, No. 1. P. 57–96.

3. **Lehmkuhl O., Rodríguez I., Borrell R., Oliva A.** Low-frequency unsteadiness in the vortex formation region of a circular cylinder // *Physics of Fluids*. 2013. Vol. 25, No. 8. P. 085109-1–085109-21.
4. **Wagner C., Sagaut P., Hüttl T.** Large-eddy simulation for acoustics: introduction. London: Cambridge University Press, 2012. 470 p.
5. **Wang M., Freund J., Lele S.** Computational prediction of flow-generated sound // *Annual Review of Fluid Mechanics*. 2006. Vol. 38, No. 1. P. 483–512.
6. **Inoue O., Hatakeyama N.** Sound generation by a two-dimensional circular cylinder in a uniform flow // *J. of Fluid Mechanics*. 2002. Vol. 471. P. 285–314.
7. **Müller B.** High order numerical simulation of aeolian tones // *Computers & Fluids*. 2008. Vol. 37, No. 4. P. 450–462.
8. **Lighthill M.** On sound generated aerodynamically. I. General theory // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sci.* 1952. Vol. 211, No. 1107. P. 564–587.
9. **Curle N.** The influence of solid boundaries upon aerodynamic sound // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sci.* 1955. Vol. 231, No. 1187. P. 505–514.
10. **Williams J.F., Hawkings D.** Sound generation by turbulence and surfaces in arbitrary motion // *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sci.* 1969. Vol. 264, No. 1151. P. 321–342.
11. **Farassat F.** Derivation of formulations 1 and 1A of farassat // NASA TM-2007-214853, NASA Langley Research Center, Washington, DC, 2007.
12. **Larsson J.** Computational aero acoustics for vehicle applications // Dept. of Thermo and Fluid Dynamics, Chalmers University of Technology, Licentiate, 2002.
13. **Margnat F.** Hybrid prediction of the aerodynamic noise radiated by a rectangular cylinder at incidence // *Computers & Fluids*. 2015. Vol. 109. P. 13–26.
14. **Weinmann M., Sandberg R.D., Doolan C.** Tandem cylinder flow and noise predictions using a hybrid RANS/LES approach // *Intern. J. of Heat and Fluid Flow*. 2014. Vol. 50. P. 263–278.
15. **Cox J.S., Brentner K.S., Rumsey C.L.** Computation of vortex shedding and radiated sound for a circular cylinder: subcritical to transcritical Reynolds numbers // *Theoret. Comput. Fluid Dynamics*. 1998. Vol. 12, No. 4. P. 233–253.
16. **Casalino D., Jacob M.** Prediction of aerodynamic sound from circular rods via spanwise statistical modelling // *J. of Sound and Vibration*. 2003. Vol. 262, No. 4. P. 815–844.
17. **Doolan C.J.** Computational bluff body aerodynamic noise prediction using a statistical approach // *Applied Acoustics*. 2010. Vol. 71, No. 12. P. 1194–1203.
18. **Boudet J., Casalino D., Jacob M., Ferrand P.** Prediction of sound radiated by a rod using large eddy simulation // 9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf. and Exhibit, AIAA 2003. Vol. 11, Iss. 3175/3251. P. 1089–1097.
19. **Seo J.H., Moon Y.J.** Aerodynamic noise prediction for long-span bodies // *J. of Sound and Vibration*. 2007. Vol. 306, No. 3–5. P. 564–579.
20. **Reinaldo O., Julio M., Fabio S.** Two and three-dimensional simulation of sound generated by flow around a circular cylinder // 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conf. (30th AIAA Aeroacoustics Conference), AIAA, 2009–1097.
21. **Guo L., Zhang X., He G.** Large-eddy simulation of circular cylinder flow at subcritical Reynolds number: turbulent wake and sound radiation // *Acta Mechanica Sinica*. 2016. Vol. 32, No. 1. P. 1–11.
22. **Choi W.-S., Choi Y., Hong S.-Y., Song J.-H., Kwon H.-W., Jung C.-M.** Turbulence-induced noise of a submerged cylinder using a permeable FW-H method // *Intern. J. of Naval Architecture and Ocean Engng.* 2016. Vol. 8, No. 3. P. 235–242.
23. **Ривелл Дж.Д., Приди Р.А., Хейз А.П.** Экспериментальное исследование аэродинамического шума на основе определения профильного сопротивления кругового цилиндра // *Ракетная техника и космонавтика*. 1978. Т. 16, № 9. С. 34–46.
24. **Versteeg H.K., Malalasekera W.** An introduction to computational fluid dynamics the finite volume method. 2nd ed. UK: Pearson Education Limited, Essex, 2007. 518 p.
25. **Kim S., Wilson P.A., Chen Z.-M.** Effect of turbulence modelling on 3-D LES of transitional flow behind a circular cylinder // *Ocean Engng.* 2015. Vol. 100, No. 5. P. 19–25.
26. **Gloerfelt X., Pérot F., Bailly C., Juvé D.** Flow-induced cylinder noise formulated as a diffraction problem for low Mach numbers // *J. of Sound and Vibration*. 2005. Vol. 287, No. 1–2. P. 129–151.
27. **Doolan C.J.** Large eddy simulation of the near wake of a circular cylinder at sub-critical Reynolds number // *Engng Applications of Computational Fluid Mechanics*. 2010. Vol. 4, No. 4. P. 496–510.
28. **Lee A.H., Campbell R.L., Hambric S.A.** Coupled delayed-detached-eddy simulation and structural vibration of a self-oscillating cylinder due to vortex-shedding // *J. of Fluids and Structures*. 2014. Vol. 48, No. 7. P. 216–234.
29. **Kazeminezhad M.H., Yeganeh-Bakhtiary A., Etemad-Shahidi A.** Numerical investigation of boundary layer effects on vortex shedding frequency and forces acting upon marine pipeline // *Applied Ocean Research*. 2010. Vol. 32, No. 4. P. 460–470.
30. **Kim S.E.** Large eddy simulation of turbulent flow past a circular cylinder in subcritical regime // 44th AIAA Aerospace Sci. Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, AIAA 2006–1418. 17 p.
31. **Achenbach E.** Distribution of local pressure and skin friction around a circular cylinder in cross-flow up to $Re = 5 \times 10^6$ // *J. of Fluid Mechanics*. 1968. Vol. 34, No. 4. P. 625–639.
32. **Ünal U.u.O., Atlar M., Gören Ö.** Effect of turbulence modelling on the computation of the near-wake flow of a circular cylinder // *Ocean Engng.* 2010. Vol. 37, No. 4. P. 387–399.

33. **Blevins R.D.** Flow-induced vibration. 2nd ed. N.Y.: Van Nostrand Reinhold Company, Inc., 1990. 451 p.
34. **Lei C., Cheng L., Kavanagh K.** Re-examination of the effect of a plane boundary on force and vortex shedding of a circular cylinder // J. of Wind Engng and Industrial Aerodynamics. 1999. Vol. 80, No. 3. P. 263–286.
35. **Jeong J., Hussain F.** On the identification of a vortex // J. of Fluid Mechanics. 1995. Vol. 285. P. 69–94.
36. **ANSYS Inc.**, ANSYS Fluent 16.1 Theory Guide Chapter 15. Aerodynamically Generated Noise, 2015.
37. **Ianniello S.** Quadrupole noise predictions through the Ffowcs Williams-Hawkings equation // AIAA J. 1999. Vol. 37, No. 9. P. 1048–1054.
38. **Wang M., Lele S., Moin P.** Computation of quadrupole noise using acoustic analogy // AIAA J. 1996. Vol. 34, No. 11. P. 2247–2254.
39. **Brentner K.S., Holland P.C.** An efficient and robust method for computing quadrupole noise // J. of the American Helicopter Society. 1997. Vol. 42, No. 2. P. 172–181.
40. **Chisachi K., Akiyoshi I., Yasushi T., Hajime F., Masahiro I.** Numerical prediction of aerodynamic noise radiated from low Mach number turbulent wake // 31st Aerospace Sci. Meeting, AIAA, 1993–145. 9 p.

*Статья поступила в редакцию 18 ноября 2016 г.,
после доработки — 14 ноября 2017 г.*