УДК 539.24

СРАВНЕНИЕ ЭЙЛЕРОВА И ЛАГРАНЖЕВА ОПИСАНИЙ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ТЕЧЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА В ГАЗОКАПЕЛЬНОМ ОСЕСИММЕТРИЧНОМ ОТРЫВНОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

М. А. Пахомов, В. И. Терехов

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск E-mail: terekhov@itp.nsc.ru

С использованием эйлерова и лагранжева подходов выполнено численное исследование динамики дисперсной фазы, турбулентности и теплообмена в турбулентном газокапельном потоке при резком расширении трубы в следующих диапазонах параметров двухфазного потока: начальный размер капель $d_1 = 0 \div 200$ мкм, массовая концентрация капель $M_{L1} = 0 \div 0,1$. Основное различие эйлерова и лагранжева методов состоит в различии результатов расчетов концентрации капель: эйлеров метод предсказывает меньшее значение величины M_L как в области рециркуляции, так и в ядре течения (различие достигает 15–20%). Показано, что значение концентрации дисперсной фазы, вычисленное с помощью лагранжева подхода, лучше согласуется с данными измерений, чем соответствующее значение, полученное с использованием эйлерова подхода.

Ключевые слова: эйлеров и лагранжев подходы, газокапельный отрывной поток, турбулентность, дисперсия и испарение капель.

Введение. Газокапельные турбулентные течения при наличии или отсутствии межфазного теплообмена характеризуются взаимным влиянием различных процессов в широком диапазоне характерных масштабов. Наличие даже малого количества дисперсной фазы (несколько процентов массы газа) может оказывать значительное влияние на тепломассоперенос, турбулентность и распределение параметров фаз.

При моделировании двухфазных турбулентных течений необходимо учитывать, что на дисперсию частиц и их смешение с газовым потоком существенное влияние оказывает взаимодействие частиц с турбулентными вихрями несущей фазы в сдвиговом потоке. В технических приложениях достаточно часто используются двухфазные течения при наличии отрыва потока и его рециркуляции, например при стабилизации процесса горения испаряющихся частиц топлива за счет формирования отрывных областей. Отрывные двухфазные течения (см., например, работы [1–9]) являются существенно анизотропными и могут быть осложнены межфазным тепло- и массообменом, а также фазовыми переходами на поверхности капель. Учесть и корректно описать все эти факторы, оказывающие значительное влияние на картину течения, достаточно трудно.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 11-08-00112) и Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых (грант № МД-670.2012.8).

[©] Пахомов М. А., Терехов В. И., 2013

Для описания двухфазного потока используются два способа расчета [10, 11].

1. Лагранжев траекторный подход. Движение дисперсной фазы описывается в лагранжевых переменных (детерминированное движение представительного набора частиц (не менее нескольких тысяч) по индивидуальным траекториям), а движение несущей среды в эйлеровых переменных. Уравнения, описывающие движение дискретной фазы, интегрируются вдоль отдельных траекторий в вычисленном заранее поле скорости несущей среды. Затем решения осредняются по всем полученным данным. По мере уменьшения размера частиц число реализаций должно возрастать, так как увеличивается вклад их взаимодействия с более мелкими вихрями газовой фазы.

2. Эйлерово континуальное описание двух фаз (так называемые двухжидкостные модели). Преимуществом таких моделей по сравнению с лагранжевыми является использование для обеих фаз уравнений одного типа и единого численного алгоритма. Описание очень мелких частиц не вызывает затруднений, так как в случае $d \rightarrow 0$ (d — размер дисперсной фазы) происходит предельный переход при обтекании безынерционной примеси. Лагранжев и эйлеров методы дополняют друг друга, но имеют различные области применимости. При этом преимущества одного из указанных методов являются недостатками другого метода.

В работах [1, 2, 4–9] проведены исследования отрывных двухфазных турбулентных потоков с использованием эйлерова [1, 4–6, 8, 9] и лагранжева [2, 5, 7] подходов. Сравнение результатов этих работ с известными данными измерений, полученными при исследовании двухфазного течения при резком расширении трубы [2] и за обратным уступом [3], показывает, что оба подхода могут применяться для расчетов и дают близкие результаты. При этом неясно, какой из указанных подходов позволяет получить более точные результаты при исследовании отрывных двухфазных течений. Имеется ряд работ, в которых проводится сравнение возможностей эйлерова и лагранжева описаний двухфазных течений с твердыми частицами или каплями при наличии и отсутствии межфазного теплообмена [5, 12, 13]. Для отрывных газокапельных течений при наличии испаряющихся капель такие данные в литературе не приводятся.

В настоящей работе представлены результаты численного исследования влияния эйлерова и лагранжева описаний дисперсной фазы при наличии испарения капель на динамику и теплообмен двухфазного потока при резком расширении трубы.

Эйлеров подход. Для описания динамики течения и тепломассопереноса в газовой и дисперсной фазах применяется эйлеров подход [14, 15], основанный на использовании метода функции плотности вероятности для получения замкнутой системы уравнений динамики и тепломассопереноса в двухфазном потоке. Заметим, что он был разработан для описания течений с твердыми частицами в отсутствие межфазного теплообмена [14]. В настоящей работе этот подход применяется для описания двухфазных течений при наличии испарения капель.

Рассматривается тепломассообмен в газокапельном отрывном турбулентном потоке при резком расширении трубы. При решении используются осесимметричные осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье — Стокса (уравнения Reynolds averaged Navier — Stokes (RANS)), записанные с учетом влияния частиц на процессы переноса в газе. Для описания турбулентности газа применялась модель переноса рейнольдсовых напряжений [16], обобщенная на случай наличия дисперсной фазы [1]. Использование этого подхода позволило отказаться от гипотезы изотропной вязкости, строго говоря, неприменимой для расчета отрывных течений. Данная модель разработана для расчета однофазных отрывных течений за обратным уступом, но применялась также при описании осесимметричных отрывных течений [9]. Для расчета пульсаций скорости дисперсной фазы используется дифференциальная модель переноса рейнольдсовых напряжений; пульсации температуры и турбулентный тепловой поток описываются в рамках моделей [1, 14]. Более подробно основные уравнения модели и методика численной реализации рассмотрены в работе [9], там же проведено тестирование численного алгоритма.

Лагранжево описание дисперсной фазы. В данном подходе дисперсная фаза представляется в виде множества индивидуальных частиц. Газовая фаза моделируется так же, как в эйлеровом подходе. В лагранжевом методе влияние наличия частиц на течение несущего газа учитывается с использованием подхода [17]. В работе [17] переход от результатов расчетов траекторий к распределениям параметров дисперсной фазы в физическом пространстве (например, при расчете концентрации капель) осуществлялся путем осреднения этих результатов по контрольному объему эйлеровой сетки, применяемой для расчета газовой фазы.

При расчетах динамики частиц обычно используется модель раздельного течения фаз (stochastic separated flow (SSF)) [17, 18], учитывающая стохастическое влияние турбулентности газа на движение частицы. В качестве характерной скорости газа в модели используется мгновенная (актуальная) скорость $u_i = U_i + u'_i$, определяемая как сумма осредненной U_i и случайной пульсационной u'_i составляющих скорости. Осредненная скорость газа вычисляется непосредственно из уравнений RANS. Случайная пульсационная величина $u'_i = \xi \sqrt{k}$ определяется с использованием гауссовой функции ξ , среднее значение которой равно нулю, среднеквадратичное отклонение равно единице. Турбулентная кинетическая энергия газа k рассчитывается по изотропному [17, 18] или анизотропному представлению. Значения ξ изменяются после каждого шага по времени. В качестве критерия генерации случайной составляющей скорости газа выбирается наименьшее из значений времени жизни вихря и времени взаимодействия частицы с турбулентным вихрем. Это означает, что газовая фаза оказывает влияние на турбулентную дисперсию частиц только в точках, соответствующих моменту начала их взаимодействия вдоль всей траектории движения дисперсной фазы. Взаимодействие фаз рассматривается как дискретный процесс, поэтому для получения статистически достоверного решения вдоль траектории дисперсной фазы необходимо проводить большое количество вычислений траекторий частиц (порядка 10⁴). Простая и надежная SSF-модель используется в расчетах двухфазных течений различного типа [11]. Основной недостаток SSF-модели состоит в том, что пульсационное поле скорости газа не является непрерывным, кроме того, не учитывается тот факт, что турбулентные пульсации коррелированы во времени и пространстве.

Существует ряд модифицированных SSF-моделей. В данной работе используется усовершенствованный метод раздельного течения фаз (improved stochastic separated flow (ISSF)) [19], основное отличие которого от известной модели [18] заключается в использовании значительно меньшего количества расчетных частиц (порядка $10^2 \div 10^3$) и в том, что межфазное взаимодействие представляет собой непрерывный процесс. При этом в уравнениях движения используется осредненная скорость фаз. Случайные среднеквадратичные пульсации дисперсной фазы рассчитываются вдоль стохастической траектории, что позволяет сохранить стохастический характер движения дисперсной фазы. Уравнения модели [19] приведены ниже.

Расчет осредненной скорости дисперсной фазы. Координаты x_{Li} и компоненты скорости дисперсной фазы U_{Li} рассчитываются по уравнениям

$$\frac{d\boldsymbol{x}_{Li}}{dt} = \boldsymbol{U}_{Li} + \boldsymbol{u}_{Li}; \tag{1}$$

$$m_L \frac{d\boldsymbol{U}_{Li}}{dt} = \boldsymbol{F}_D + \boldsymbol{F}_{PG} + \boldsymbol{F}_{SL} + \boldsymbol{F}_g = \sum_i \boldsymbol{F}_i, \qquad (2)$$

где x_{Li} — координата капли, определенная вдоль стохастической траектории; U_{Li} , u_{Li} — компоненты осредненной и мгновенной (актуальной) скоростей капли; $m_L = \rho_L \pi d^3/6$ —

масса капли; d — ее диаметр; ρ_L — плотность материала капли; F_D — сила аэродинамического сопротивления; F_{PG} — сила, учитывающая градиент давления несущей среды; F_{SL} — сила Сэффмена; F_g — сила тяжести. Влиянием вращения капель, силы присоединенной массы и силы Бассе на динамику частицы можно пренебречь.

Сила аэродинамического сопротивления определяется по формуле

$$\boldsymbol{F}_D = (\rho \pi d^2/8) C_D (\boldsymbol{U}_i - \boldsymbol{U}_{Li}) |\boldsymbol{U} - \boldsymbol{U}_{Li}|.$$

Здесь $C_D = C_{DP}/(1+B)$ — коэффициент сопротивления испаряющейся капли; $C_{DP} = 24 \operatorname{Re}_L^{-1}(1+0.15 \operatorname{Re}_L^{2/3})$ — коэффициент сопротивления твердой сферы, записанный с учетом отклонения от закона обтекания Стокса; $\operatorname{Re}_L = (\boldsymbol{U} - \boldsymbol{U}_L)d/\nu$ — число Рейнольдса для капли; ρ , ν — плотность и кинематическая вязкость газовой фазы; U_i — компоненты осредненной скорости газа в точке, где расположена капля; $B = C_P(T-T_L)/L$ — тепловой параметр переноса; C_P — теплоемкость газа; T — температура газа; T_L — температура капли; L — удельная теплота парообразования.

Градиент давления несущей среды [20], радиальная сила (сила Сэффмена) [2], сила тяжести, компоненты пульсационной скорости частицы [19] и мгновенная (актуальная) скорость капель рассчитываются по соотношениям

$$\boldsymbol{F}_{PG} = \rho \, \frac{\pi d^3}{6} \, \frac{D\boldsymbol{U}}{Dt}, \quad \boldsymbol{F}_{SL} = 1,615d^2 \rho (\boldsymbol{U} - \boldsymbol{U}_L) \sqrt{\nu \left| \frac{dU_i}{dx_j} \right|}, \quad \boldsymbol{F}_g = m_L \boldsymbol{g} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_L} \right);$$
$$\frac{d \langle u_{Li}^{\prime 2} \rangle}{dt} = \frac{2}{\tau} \Big[\langle u_i^{\prime} u_i^{\prime} \rangle \exp\left(- \frac{\tau}{2T_\Omega} \right) - \langle u_{Li}^{\prime 2} \rangle \Big]; \qquad (3)$$
$$u_{Li} = \xi_i \sqrt{\langle u_{Li}^{\prime 2} \rangle},$$

где $\tau = 4 d\rho_L / [3\rho C_D | U_i - U_{Li} |]$ — время динамической релаксации частиц; $T_{\Omega} = 0.165k/\varepsilon$ — турбулентный временной масштаб (время жизни данного турбулентного моля газа); $k = \langle u'_i u'_i \rangle / 2$ — турбулентная кинетическая энергия; ε — скорость диссипации энергии k; ξ_i — случайная величина, имеющая гауссово распределение со средним значением, равным нулю, и среднеквадратичным отклонением, равным единице.

При использовании лагранжева метода величина шага по времени Δt^L выбирается по данным [21]: $\Delta t^L = 0.25 \min(\tau, T_{\Omega})$, где τ — время динамической релаксации капли; T_{Ω} — интегральный временной турбулентный масштаб.

Расчет концентрации частиц. Важной составляющей лагранжева описания является расчет концентрации дисперсной фазы. Для этого в численных расчетах применяются процедуры пространственного [17] или пространственно-временного [18] осреднения результатов по всем траекториям частиц в контрольном объеме эйлеровой ячейки, используемой для расчета поля газовой фазы. Однако эти методы не позволяют рассчитывать концентрацию частиц с достаточной точностью.

Другим подходом к расчету параметров дисперсной фазы является применение так называемого полного лагранжева метода [22]. Данный метод основан на использовании дополнительных уравнений для компонент якобиана перехода от эйлеровых переменных к лагранжевым. Концентрация дисперсной фазы вычисляется из уравнения неразрывности, записанного в лагранжевой форме. Основным преимуществом этого подхода является то, что все параметры дисперсной фазы, включая концентрацию, находятся из решений систем обыкновенных дифференциальных уравнений вдоль выбранных траекторий частиц. Данный подход исключает необходимость проведения осреднения траекторий частиц по малому физическому контрольному объему, а также позволяет существенно уменьшить необходимое число траекторий частиц и получить решение, не зависящее от формы и размера применяемой вычислительной сетки. Указанный подход используется в данной работе.

Система уравнений для определения параметров частиц на фиксированной траектории состоит из уравнения неразрывности для массы частиц, записанного с учетом парообразования на поверхности испаряющихся капель, уравнений движения частиц, записанных в лагранжевых переменных, и дополнительных уравнений для нахождения компонент якобиана в уравнении неразрывности [22]. Алгебраическое уравнение баланса концентрации дисперсной фазы в лагранжевых переменных имеет вид

$$n_L = n_{L0} / |J_{EL}|,$$
 (4)

где n_L , n_{L0} — числовая концентрация частиц в текущий момент времени и момент времени t = 0; $|J_{EL}|$ — модуль якобиана при переходе от эйлеровых координат к лагранжевым:

$$J_{EL} = J_{xx}J_{yy} - J_{xy}J_{yx}.$$
(5)

Компоненты якобиана определяются по следующим соотношениям:

$$J_{xx} = \left(\frac{\partial x_L}{\partial x_{L0}}\right)_{y_{L0,t}}, \quad J_{yy} = \left(\frac{\partial y_L}{\partial y_{L0}}\right)_{x_{L0,t}}, \quad J_{xy} = \left(\frac{\partial x_L}{\partial y_{L0}}\right)_{x_{L0,t}}, \quad J_{yx} = \left(\frac{\partial y_L}{\partial x_{L0}}\right)_{y_{L0,t}}.$$

Здесь x_{L0i} — координаты частицы в лагранжевых переменных в некоторый момент времени, принятый в качестве начала отсчета (в данном случае i = 1, 2). Модуль якобиана в (4) используется для учета возможного пересечения траекторий, так как в этом случае знак якобиана меняется. Уравнения для компонент якобиана имеют вид [22, 23]

$$\frac{dJ_{EL}^{ij}}{dt} = \Psi_{ij}, \qquad \Psi_{ij} = \frac{\partial U_{Li}}{\partial x_{L0j}}, \qquad \frac{d\Psi_{ij}}{dt} = \Lambda_{ij}, \tag{6}$$

где Ψ_{ij} , Λ_{ij} — функции, зависящие от вычисленных ранее параметров газовой и дисперсной фаз.

Уравнения (1)–(6) численно интегрируются вдоль траекторий движения капли. Компоненты осредненной скорости дисперсной фазы U_L и V_L в системе уравнений (6) вычисляются из уравнения (2). Якобиан определяется из соотношения (5). Числовая концентрация частиц вычисляется из уравнения (4).

В случае двумерного стационарного течения двухфазного потока без учета испарения частиц граничные условия для якобиана получены в работе [23].

Уравнения для определения диаметра и температуры испаряющейся капли. Уравнения для вычисления осредненных текущего размера испаряющейся капли и ее температуры можно записать в лагранжевой форме [24]

$$\frac{d(d)}{dt} = -\frac{6}{\rho_L} I_V, \qquad \frac{dT_L}{dt} = \frac{6}{\rho_L C_{PL} d} \left[\alpha_L (T - T_L) - I_V L \right].$$
(7)

Здесь $I_V = \operatorname{St}_D \rho (U - U_L) b_{1D}$ — массовый поток пара с поверхности испаряющейся капли; St_D — диффузионное число Стэнтона; α_L — коэффициент теплоотдачи испаряющейся капли, связанный с числом Нуссельта капли формулой $\operatorname{Nu}_L = \alpha_L d/\lambda$; $b_{1D} = (K_V^{sat} - K_V)/(1 - K_V^{sat})$ — параметр вдува пара; K_V^{sat} — массовая концентрация водяного пара на поверхности испаряющейся капли, определяемая по кривой насыщения.

Доля теплоты, расходуемая на испарение капель, осевших из двухфазного потока на стенку, учитывается как в эйлеровом, так и в лагранжевом подходе. В обоих методах капли, осевшие из потока, считаются мгновенно испарившимися, что учитывается при расчете концентрации дисперсной фазы в следующем сечении. Таким образом, система уравнений (1)–(7) представляет собой замкнутую систему, позволяющую с использованием лагранжева подхода описать динамику и тепломассоперенос испаряющихся капель.

Численная реализация. Используемая в данной работе методика численной реализации эйлерова подхода подробно описана в [9]. Все расчеты проведены на сетке, содержащей 400 × 100 контрольных объемов. Длина расчетного участка за сечением расширения трубы составляла 30*H* (*H* — высота уступа).

При использовании лагранжева подхода рассчитываются параметры однофазного воздушного потока, а затем заданное число лагранжевых траекторий капель. Полученные данные о параметрах межфазного взаимодействия применяются для уточнения параметров несущей среды, после чего вновь рассчитываются траектории дисперсной фазы, корректируются параметры газовой фазы и т. д. Как правило, при начальной массовой концентрации капель $M_{L1} = 0.05$, использованной в настоящей работе для учета влияния частиц на несущую среду, было достаточно трех-четырех итераций. Время расчета по лагранжеву ISSF-методу для 10 000 частиц сопоставимо с временем расчета по эйлерову методу. В классическом методе SSF для получения статистически достоверной картины требуется как минимум 20 000 частиц, что приводит к увеличению времени расчета приблизительно на 25 % по сравнению с временем расчета в эйлеровом подходе.

Результаты численного моделирования и их обсуждение. Ниже приведены результаты численных расчетов, выполненных с использованием эйлерова и лагранжева подходов, для случая обогреваемого канала. Основное внимание уделяется изучению влияния этих двух подходов на распределение капель при резком расширении трубы. Поскольку влияние обоих подходов на параметры газа является незначительным, в данной работе приводятся результаты, полученные только для дисперсной фазы.

Расчеты проводились для монодисперсной газокапельной смеси во входном сечении трубы (рис. 1). Далее за счет испарительных процессов происходит изменение размера капель как по длине, так и по радиусу вертикальной трубы. Направление двухфазного потока нисходящее. Диаметр узкой части трубы равен $2R_1 = 20$ мм, диаметр широкой части — $2R_2 = 60$ мм, степень расширения канала $R_{12} = (R_2/R_1)^2 = 9$, высота ступеньки H = 20 мм. В сечении отрыва среднемассовая скорость газа составляла $U_{m1} = 15$ м/с, число Рейнольдса для газовой фазы $\text{Re}_{H} = H U_{m1} / \nu \approx 2 \cdot 10^{4}$. Перед сечением отрыва имеет место развитое однофазное турбулентное течение газа. Капли добавлялись в однофазный поток газа в начальном сечении расчетной области, и их начальная скорость была постоянной по радиусу трубы: $U_{L1} = 0.8 U_{m1}$. Начальный размер капель изменялся в диапазоне $d_1 = 1 \div 150$ мкм, а их массовая концентрация $M_{L1} = 0 \div 0, 1$. Для осредненного движения число Стокса равно Stk = $\tau/\tau_f = 0 \div 5$, где $\tau_f = 5H/U_{m1}$ — характерный турбулентный масштаб [3]. Такое выражение для τ_f используется как для потока за плоским обратным уступом, так и для потока за сечением резкого расширения трубы [2–9]. При $\mathrm{Stk} \ll 1$ частицы вовлекаются в отрывное движение газовой фазы, при $\mathrm{Stk} > 1$ дисперсная фаза не участвует в рециркуляционном движении. Расчет проведен при постоянной величине теплового потока ($q_W = \text{const}$), подводимого к стенке трубы при ее расширении. Температура воздуха и капель на входе равна $T_1 = T_{L1} = 293$ К. В настоящей работе при проведении расчета с использованием лагранжева подхода в качестве базового было выбрано количество частиц, равное 10000.

Осредненные и пульсационные скорости фаз. На рис. 1 приведены линии тока в двухфазном отрывном течении при резком расширении трубы. Течение за сечением отрыва претерпевает существенное изменение по сравнению с течением в трубе: появляется зона рециркуляционного течения. Точка присоединения потока располагается на расстоянии $x_R/H = 10,2$ от входного сечения в случае однофазного воздушного потока и на



Рис. 1. Линии тока несущей фазы в газокапельном потоке при внезапном расширении трубы, полученные с использованием эйлерова описания при $M_{L1} = 0.05$, $d_1 = 30$ мкм, Stk = 0.4, $U_{m1} = 15$ м/с, Re = $2 \cdot 10^4$, H = 20 мм, $2R_1 = 20$ мм, $2R_2 = 60$ мм, $R_{12} = (R_1/R_2)^2 = 9$, $q_W = 1$ кВт/м²

Измеренные [2] и рассчитанные координаты точки присоединения двухфазного потока при различных значениях объемной концентрации твердых частиц

Способ определения	x_R/H					
координаты	$\Phi = 0$	$\Phi=1~\%$	$\Phi = 2 \%$	$\Phi=3~\%$	$\Phi = 4 \%$	$\Phi=5~\%$
Измерения [2]	$11,\!37$	$10,\!43$	10,66	10,74	$11,\!05$	$11,\!05$
Расчет [8]	10,80	10,82	10,88	10,93	11,00	11,00
Эйлерово описание	$11,\!15$	$11,\!15$	11,17	11,20	11,21	11,22
Лагранжево описание	$11,\!15$	$11,\!20$	11,22	$11,\!25$	$11,\!28$	$11,\!32$

расстоянии $x_R/H = 10,3$ при $M_{L1} = 0,05$. Также характерным является наличие вторичной отрывной области течения на торцевой части уступа. Направление вращения в этом вихре совпадает с направлением движения основного потока.

Значения длины отрывной зоны, вычисленные в данной работе, и результаты измерений, представленные в работе [2], приведены в таблице. Согласно проведенным расчетам с увеличением объемной концентрации твердых частиц Φ длина отрывной зоны незначительно возрастает по сравнению со случаем однофазного течения. Этот вывод не согласуется с данными работы [2], в которой показано, что длина рециркуляционной области в двухфазном потоке меньше соответствующей величины для однофазного течения, но соответствует результатам экспериментов [7]. Эйлеров подход предсказывает несколько меньшие значения x_R по сравнению с лагранжевым подходом.

На рис. 2 показаны рассчитанные и измеренные [7] распределения продольной скорости капель за сечением отрыва. В экспериментах [7] число Рейнольдса $\text{Re}_H = (0.53 \div 1.10) \cdot 10^4$,



Рис. 2

Рис. 3

Рис. 2. Профили осредненной продольной компоненты скорости капель: $a - x/H = 1,25, \ 6 - x/H = 4, \ 6 - x/H = 5, \ c - x/H = 7;$ точки — результаты измерений [7]; линии — результаты расчетов в настоящей работе при $\text{Re}_H = 1,3 \cdot 10^4,$ $R_{12} = 1,14, \ H = 20 \text{ мм}, \ U_1 = 10 \text{ м/с}, \ d_1 = 60 \text{ мкм}, \ M_{L1} = 4 \%$ (сплошные линии эйлерово описание, штриховые — лагранжев подход ISSF)

Рис. 3. Распределения аксиальных (1) и радиальных (2) пульсаций скорости частиц по сечению трубы:

 $a - x/H = 0.7, \ 6 - x/H = 3.9, \ 6 - x/H = 7.8, \ c - x/H = 15.7;$ точки — результаты измерений [2], линии — результаты расчета в настоящей работе (сплошные линии — эйлерово описание, штриховые — лагранжево описание ISSF)

высота уступа H = 20 мм, массовая концентрация капель воды $M_{L1} = 0,04$, начальный размер капель $d_1 = 60$ мкм. Заметим, что за уступом $(x/H \leq 4)$ образуется зона, практически свободная от дисперсной фазы, т. е. капли не проникают внутрь рециркуляционного течения. На рис. 2 видно, что в окрестности точки присоединения двухфазного потока (x/H = 5) капли распределены почти по всему каналу. Согласно данным измерений [7] длина отрывной зоны равна $x_R/H = 6,13$, согласно результатам расчетов, выполненных в данной работе, $x_R/H = 5,8$. В расчетах с использованием лагранжева метода капли проникают в отрывную область на бо́льшую глубину.

Распределения аксиальной u'_p и радиальной v'_p скоростей пульсаций частиц по сечению трубы представлены на рис. 3 (координата x = 0 соответствует положению уступа в трубе). Наблюдается существенная анизотропия пульсаций скорости дисперсной фазы как по сечению трубы, так и по ее длине. Максимальное значение интенсивности пульсаций скорости отмечается в сдвиговом слое смешения, что характерно как для результатов измерений [2, 3], так и для результатов расчетов в данной работе. В отличие от результатов расчетов аксиальных пульсаций с помощью эйлерова метода результаты расчетов с помощью лагранжева описания несколько хуже (в среднем на 10 %) согласуются с данными измерений [2]. Радиальные пульсации, вычисленные с использованием лагранжева и эйлерова подходов, хорошо согласуются с данными измерений.

Распределение параметров дисперсной фазы. На рис. 4 приведены распределения относительного размера капель по поперечной координате. Видно, что при числе Стокса Stk < 1 капли распределены по всему сечению трубы. Этот результат согласуется с данными других работ, в которых исследуется вовлечение дисперсной фазы в рецир-



Рис. 4

Рис. 5

Рис. 4. Распределения диаметра капель по сечению трубы, рассчитанные с использованием эйлерова метода (сплошные линии) и лагранжева подхода ISSF (штриховые линии) при $M_{L1} = 0.05$, $d_1 = 30$ мкм, Stk = 0.4: a - x/H = 1, $\delta - x/H = 2$, e - x/H = 4, e - x/H = 6, $\partial - x/H = 10$

Рис. 5. Профили массовой концентрации капель, полученные с использованием эйлерова метода (сплошные линии) и лагранжева подхода ISSF (штриховые линии) при x/H = 6, $M_{L1} = 0.05$, $d_1 = 30$ мкм, $R_{12} = 9$: 1 — Stk = 0.04, $d_1 = 10$ мкм; 2 — Stk = 0.4, $d_1 = 30$ мкм; 3 — Stk = 1.3, $d_1 = 50$ мкм;

 $4 - \text{Stk} = 4,9, \, d_1 = 100$ мкм

куляционное движение газа. По мере приближения капель к поверхности трубы за счет испарительных процессов их диаметр уменьшается как по длине трубы, так и по ее сечению. В приосевой зоне трубы частицы значительно крупнее, чем в пристенной зоне и области рециркуляции потока. В отличие от эйлерова подхода лагранжев подход предсказывает несколько больший (на 10–20 %) размер частиц. Таким образом, можно сделать вывод, что согласно лагранжеву описанию капли испаряются медленнее.

На рис. 5 приведены профили массовой концентрации дисперсной фазы для капель с различным начальным размером. В приосевой области трубы при малых значениях Stk наблюдается резкое уменьшение концентрации капель за счет их распределения по сечению трубы и попадания в зону отрыва. Инерционные капли (Stk > 1) практически не попадают в зону рециркуляции, поэтому в приосевой области величина M_L/M_{L1} возрастает. При числах Стокса Stk < 1 ($d_1 < 50$ мкм) (кривые 1, 2) малоинерционные капли хорошо вовлекаются в отрывное течение и распределяются по всему поперечному сечению трубы, что подтверждает данные, приведенные на рис. 1. За счет процесса испарения пристенная часть трубы (r/H > 1,25) оказывается практически свободной от частиц. Тяжелые частицы (Stk = 4, $d_1 = 100$ мкм) не попадают в зону рециркуляционного течения и распределяются в основном в слое смешения и ядре течения. При этом сдвиговый слой, в котором энергия турбулентности газа максимальная, является своего рода барьером. Капли, попавшие в рециркуляционную зону, где турбулентная кинетическая энергия меньше, чем в сдвиговом слое, уже не могут ее покинуть. Впервые накопление твердых частиц в отрывной области двухфазного изотермического потока численно показано в [1]. Пристенная область трубы практически свободна от частиц вследствие их испарения (при малых значениях Stk) или отсутствия в зоне отрыва (при больших значениях Stk).



Рис. 6. Профили относительного потока массы дисперсной фазы при H = 20 мм: $a - x/H = 1,25, \ 6 - x/H = 4, \ 6 - x/H = 5, \ c - x/H = 7;$ точки — результаты измерений [7]; линии — результаты расчета в настоящей работе (сплошные линии эйлерово описание, штриховые — лагранжев подход ISSF)

Из рис. 5 следует, что на приосевом участке трубы при Stk < 0,1 ($d_1 < 5$ мкм) применение лагранжева метода приводит к небольшим отличиям от результатов расчетов с использованием эйлерова метода (кривые 1, 2 на рис. 6). Значение массовой концентрации, вычисленное по лагранжеву описанию, на 15–20 % больше соответствующего значения, полученного с использованием эйлерова описания, что можно объяснить ограничениями лагранжева подхода при расчетах траекторий мелких частиц.

Распределения относительного потока массы капель по продольной координате представлены на рис. 6 ($f_1 = \rho_{L1}U_{L1}M_{L1}$ — поток массы дисперсной фазы в сечении отрыва). Результаты численных расчетов показывают, что потоки массы капель, рассчитанные с использованием обоих подходов, меньше соответствующего измеренного значения. При этом величина потока массы частиц, вычисленная с помощью лагранжева подхода (штриховые линии), лучше согласуется с данными работы [7] и примерно на 10 % больше величины потока массы, полученной с использованием эйлерова описания (сплошные линии). Этот вывод подтверждает данные, приведенные на рис. 5, согласно которым концентрация частиц, вычисленная по лагранжеву описанию, больше концентрации, определенной по эйлерову методу.

Теплообмен. Влияние числа Стокса (параметра инерционности) на максимальную величину теплоотдачи показано на рис. 7. Следует отметить наличие четко выраженного максимума в распределении Nu_{max} во всем исследованном диапазоне значений массовой концентрации капель. Наличие этого максимума, расположенного в области малых размеров частиц (Stk ≈ 0.2 , $d_1 < 20$ мкм), обусловлено влиянием различных факторов (более интенсивное испарение капель малого диаметра, уменьшение скорости инерционного осаждения капель, ослабление вовлечения крупных частиц в отрывное течение). В области между двухфазным потоком и стенкой увеличение массовой концентрации дисперсной фазы вызывает более значительный рост теплоотдачи по сравнению со случаем однофазного течения (Stk = 0). Отметим, что наиболее существенное увеличение теплообмена наблюдается в области, в которой размеры частиц, попадающих в зону рециркуляции, малы.

Ниже представлены результаты анализа процесса теплообмена в отрывном газокапельном потоке за плоским обратным уступом. В литературе отсутствуют эксперимен-



Рис. 7

Рис. 8

Рис. 7. Зависимость максимального числа Нуссельта от числа Стокса в отрывном газокапельном потоке:

сплошные линии — эйлерово описание, штриховые — лагранжев подход ISSF; 1 — $M_{L1} = 0$ (однофазный поток), 2 — $M_{L1} = 0,01, 3$ — $M_{L1} = 0,05, 4$ — $M_{L1} = 0,1$

Рис. 8. Зависимость теплообмена в газокапельном отрывном потоке от числа Стокса при $U_1 = 10$ м/с, $d_1 = 60$ мкм, $M_{L1} = 4$ %, $T_W = 323$ K:

точки — результаты измерений [7], сплошные линии — эйлерово описание, штриховые — лагранжев метод ISSF; 1 — Stk = 2,2, H = 10 мм, $R_{12} = 1,14$, $\text{Re}_H = 1,1 \cdot 10^4$; 2 — Stk = 1,1, H = 20 мм, $R_{12} = 1,29$, $\text{Re}_H = 5,5 \cdot 10^3$; 3 — линия, соответствующая координате присоединения потока ($X = X_R$)

тальные данные о тепломассопереносе в газокапельных течениях при резком расширении трубы. Несмотря на то что численные расчеты выполнены только для течения при резком расширении трубы, приведенные ниже результаты представляют интерес, так как отрывной поток за обратным уступом качественно подобен течению при внезапном расширении трубы.

Расчетные и экспериментальные [7] данные о распределении параметра интенсификации теплообмена St / St^{SF}_{max} в газокапельном отрывном потоке при значениях высоты уступа H = 10, 20 мм показаны на рис. 8 (St = $\alpha/(\rho C_P U_1)$ — число Стэнтона в двухфазном течении; St^{SF}_{max} = $\alpha_{max}^{SF}/(\rho_0 C_{P0} U_0)$ — максимальное число Стэнтона для однофазного режима обтекания плоского уступа; α_{max}^{SF} — максимальное значение коэффициента теплоотдачи; индекс 0 соответствует параметрам однофазного течения; X_R — длина зоны рециркуляции). Эксперименты [7] проведены при следующих значениях параметров: число Рейнольдса $\text{Re}_H = U_1 H/\nu = (0.53 \div 1.10) \cdot 10^4$, температура стенки $T_W = 303 \div 343$ K.

Анализ данных, приведенных на рис. 8, показывает, что в случае газокапельного течения как в окрестности точки присоединения, так и в зоне релаксации потока теплообмен увеличивается более чем в 1,5 раза по сравнению со случаем однофазного течения. В основном интенсификация теплообмена наблюдается за точкой присоединения потока, что согласуется с данными проведенных ранее расчетов, согласно которым количество капель, попадающих в зону рециркуляции при Stk > 1, очень мало. Отметим, что в случае H = 10 мм значение St / St^{SF}_{max} в области восстановления течения больше, чем в случае

H = 20 мм. В отрывной области при H = 20 мм (Stk = 1,1) интенсивность теплообмена значительно больше, чем при H = 10 мм (Stk = 2,2), поскольку при меньшем числе Стокса капли быстрее вовлекаются в турбулентное движение и попадают в отрывную область. Это позволяет сделать вывод, что частицы взаимодействуют с газовой фазой. При Stk = 2,2 локальный максимум теплоотдачи находится значительно ниже точки присоединения потока $(X - X_R)/X_R \approx 2,5 \div 5,0$. При Stk = 1,1 положение максимума теплообмена почти совпадает с положением точки присоединения. Добавление небольшого количества мелкодисперсных капель приводит к подавлению турбулентности газовой фазы, поэтому в газокапельных течениях интенсификация теплообмена обусловлена влиянием скрытой теплоты фазового перехода, выделяющейся при испарении капель в пристенной зоне.

Заключение. В работе выполнено численное исследование динамики дисперсной фазы, структуры течения и теплообмена в турбулентном газокапельном потоке при внезапном расширении трубы с использованием эйлерова и лагранжева методов описания двухфазного потока при начальном размере капель $d_1 = 0 \div 200$ мкм и их массовой концентрации $M_{L1} = 0 \div 0.1$. Установлено, что влияние выбора метода моделирования капель на осредненные и пульсационные параметры газовой фазы пренебрежимо мало. Влияние выбора эйлерова или лагранжева описания на теплообмен в области между стенкой и двухфазной средой также является незначительным. В расчетах с использованием лагранжева и эйлерова подходов компоненты осредненной скорости частиц различаются незначительно. Аксиальные пульсации скорости дисперсной фазы, определенные с помощью эйлерова метода, лучше согласуются с данными экспериментов вследствие более корректного учета сил турбофореза и генерации пульсаций при осредненном движении частиц. Лагранжево описание предсказывает заниженное значение величины пульсаций скорости дисперсной фазы. Различие величин пульсаций скорости частиц, определенных двумя методами, составляет приблизительно 15 %. Отличие эйлерова и лагранжева подходов в основном проявляется при расчете концентрации капель. Эйлеров метод предсказывает меньшее значение концентрации частиц по сравнению с лагранжевым методом как в области рециркуляции, так и в ядре течения (различие достигает 15–20 %). Результаты расчетов концентрации дисперсной фазы с использованием лагранжева описания лучше согласуются с данными измерений, чем результаты расчетов с помощью эйлерова подхода.

Данное исследование является первым шагом в изучении возможностей эйлерова и лагранжева описаний при моделировании отрывных потоков в трубах. Необходимо проведение дальнейших численных и экспериментальных исследований в более широком диапазоне параметров дисперсной фазы.

ЛИТЕРАТУРА

- Зайчик Л. И., Козелев М. В., Першуков В. А. Расчет турбулентных газодисперсных течений в каналах с зонами рециркуляции // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1994. № 4. С. 65–75.
- Founti M., Klipfel A. Experimental and computational instigations of nearly dense two-phase sudden expansion flows // Intern. J. Exp. Thermal Fluid Sci. 1998. V. 17. P. 27–36.
- Fessler J. R., Eaton J. K. Turbulence modification by particles in a backward-facing step flow // J. Fluid Mech. 1999. V. 314. P. 97–117.
- Benavides A., Van Vachem B. Eulerian Eulerian prediction of dilute turbulent gas-particle flow in a backward-facing step // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2009. V. 30. P. 452–461.
- Frawley P., O'Mahony A. P., Geron M. Comparison of Lagrangian and Eulerian simulations of slurry flows in a sudden expansion // Trans. ASME. J. Fluids Engng. 2010. V. 132. Paper 091301.

- Mukin R. V., Zaichik L. I. Non-linear stress model for two-phase turbulent flow laden with small heavy particles // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2012. V. 33. P. 81–91.
- Hishida K., Nagayasu T., Maeda M. Augmentation of convective heat transfer by an effective utilization of droplet inertia // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1995. V. 38. P. 1773–1785.
- Terekhov V. I., Pakhomov M. A. Predictions of turbulent flow and heat transfer in gasdroplets flow downstream of a sudden pipe expansion // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2009. V. 52. P. 4711–4721.
- Пахомов М. А., Терехов В. И. Особенности распространения дисперсной фазы в газокапельном потоке за внезапным расширением трубы // Журн. техн. физики. 2013. Т. 83, № 2. С. 36–42.
- 10. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред: В 2 т. М.: Наука, 1987.
- Crowe C. T., Troutt T. R., Chung J. N. Numerical models for two-phase turbulent flows // Ann. Rev. Fluid Mech. 1996. V. 28. P. 11–43.
- Mostafa A. A., Mongia H. C. On the modeling of turbulent evaporating sprays: Eulerian versus Lagrangian approach // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1987. V. 30. P. 2583–2593.
- Adeniji-Fashola A., Chen C. P. Modeling of confined turbulent fluid-particle flow using Eulerian and Lagrangian schemes // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1990. V. 33. P. 691–701.
- 14. **Деревич И. В., Зайчик Л. И.** Осаждение частиц из турбулентного потока // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1988. № 5. С. 96–104.
- Reeks M. W. On a kinetic equation for the transport of particles in turbulent flows // Phys. Fluids A. 1991. V. 3. P. 446–456.
- Fadai-Ghotbi A., Manceau R., Boree J. Revisiting URANS computations of the backwardfacing step flow using second moment closures. Influence of the numerics // Flow, Turbulence Combustion. 2008. V. 81. P. 395–410.
- Crowe C. T., Sharma M. P., Stock D. E. The particle source in cell (PSI-Cell) method for gas-droplet flows // Trans. ASME. J. Fluids Engng. 1977. V. 99. P. 325–332.
- Gosman A. D., Ioannides E. Aspects of computer simulation of liquid-fuelled combustors // J. Energy. 1983. V. 7. P. 482–490.
- Chan C. K., Zhang H. Q., Lau K. S. An improved stochastic separated flow model for turbulent two-phase flow // Comp. Mech. 2000. V. 24. P. 491–502.
- Maxey M. R., Riley J. J. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow // Phys. Fluids. 1983. V. 26. P. 883–889.
- Lain S., Sommerfeld M. Turbulence modulation in dispersed two-phase flow laden with solids from a Lagrangian perspective // Intern. J. Heat Fluid Flow. 2003. V. 24. P. 616–625.
- Osiptsov A. N. Lagrangian modeling of dust admixture in gas flows // Astrophys. Space Sci. 2000. V. 274. P. 377–386.
- Healy D. P., Young J. B. Full Lagrangian methods for calculating particle concentration fields in dilute gas-particle flows // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 2005. V. 461. P. 2197–2225.
- Haywood R. J., Nafziger R., Renksizbulut M. A detailed examination of gas and liquid phase transient processes in convective droplet evaporation // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 1989. V. 111. P. 495–502.

Поступила в редакцию 29/X 2012 г., в окончательном варианте — 15/I 2013 г.