

Сравним полученные результаты с экспериментальными данными. Из (1.6), (2.4) следует, что при малых $G\tau$ дрейф жидких включений определяется диффузией в объеме включения, а скорость дрейфа не зависит от размеров полости. При подогреве сбоку поправка к скорости дрейфа u_1 направлена вверх и, следовательно, практически не влияет на скорость движения в сторону градиента температуры A . Поэтому в экспериментах отмечается [1] независимость скорости дрейфа от ориентации градиента температуры на бесконечности.

При малых $G\tau$ конвективные явления изменяют направление скорости дрейфа: тангенс угла между u и A равен $G\tau|u_1|/|u_0|$, где u_0 и u_1 выписаны в (1.6). В такой форме влияние конвекции на массоперенос и дрейф включений не изучалось. Величина скорости дрейфа, вычисленная по формуле (1.6) и данным [2] о свойствах раствора хлористого калия в воде, равна $1,1 \cdot 10^{-6}$ см/с (для сферического включения в поле градиента температуры, равного 22 град/см), что находится в пределах экспериментального разброса [2].

Полученное в работе критическое число Рэлея соответствует срыву диффузионного массопереноса при вертикальном подогреве шарового включения. По данным работы [2] для раствора KCl в воде $Ra_* = -2$, что соответствует подогреву сверху. Эксперименты подобного рода не проводились.

Поступила 15 III 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Гегузин Я. Е., Кривоглаз М. А. Движение макроскопических включений в твердых телах. М., «Металлургия», 1971.
2. Anthony T. R., Cline H. E. Thermal migration of liquid droplets through solids. — «J. Appl. Phys.», 1971, vol. 42, N 9.
3. Гегузин Я. Е., Кружанов В. С. Движение и деформация полостей в монокристалле NaCl в поле температурного градиента. — ФТТ, 1973, № 1.
4. Гегузин Я. Е., Дзюба А. С. Исследование жидких включений в кристалле каменной соли во всем температурном интервале их существования. — «Кристаллография», 1973, т. 18, № 4.
5. Гершуни Г. З., Жуховицкий Е. М. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., «Наука», 1972.
6. Братухин Ю. К., Шлиomis М. И. Об одном точном решении уравнений нестационарной конвекции. — ПММ, 1964, т. 28, вып. 5.

УДК 532.546

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЗАИМОСВЯЗИ ПОЧВЕННЫХ И ГРУНТОВЫХ ВОД ПРИ ОРОШЕНИИ

С. Т. Рыбакова, В. И. Сабинин

(Новосибирск)

При близком залегании уровня грунтовых вод капиллярный приток снизу может стать существенным источником пополнения влагозапасов корнеобитаемого слоя. Величина этого притока зависит от глубины залегания уровня грунтовых вод, водно-физических свойств грунтов зоны аэрации, вида сельскохозяйственных культур, метеорологических условий.

Определение скорости капиллярного притока необходимо, во-первых, для расчета оросительных норм и графика поливов, во-вторых, для нахождения оптимальной глубины залегания грунтовых вод с целью предупреждения процессов вторичного засоления, развивающихся в случае минерализованных грунтовых вод и засоленных почвогрунтов зоны аэрации [1].

1. Рассматривается одномерная неустановившаяся фильтрация в вертикальном направлении в толще грунта (с учетом ее неоднородного литологического сложения) от поверхности земли до уровня грунтовых вод.

Из решения дифференциального уравнения, описывающего движение воды в ненасыщенной зоне,

$$(1.1) \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[k(\theta, z) \left(\frac{\partial \psi}{\partial z} - 1 \right) \right] - f(\theta, z, t)$$

при начальном и граничных условиях

$$(1.2) \quad \psi(z, 0) = \psi^0(z), \quad 0 \leq z \leq l, \quad t = 0;$$

$$(1.3) \quad -k(\partial \psi / \partial z - 1) = R(t), \quad z = 0, \quad t > 0;$$

$$(1.4) \quad \psi = 0, \quad z = l, \quad t \geq 0$$

и условиях сопряжения в виде равенства давлений и расходов на границах раздела слоев определяется давление $\psi(z, t)$ и, следовательно, влажность $\theta(z, t)$, если для каждого литологического слоя исследуемой толщи грунта известны основные гидрофизические характеристики $\theta(\psi)$ и $k(\theta)$ (или $k(\psi)$), которые здесь предполагаются однозначными.

Функция $f(\theta, z, t)$ в уравнении (1.1) учитывает поглощение влаги корнями растений в области $0 \leq z \leq z_K(t)$, где $z_K(t)$ — мощность корневой зоны. При $z > z_K$ полагаем $f \equiv 0$.

Скорость капиллярного притока из грунтовых вод в зону аэрации v находится из балансового уравнения

$$(1.5) \quad v(t) = \frac{dw}{dt} - R + \int_0^{z_K} f dz,$$

где $w = \int_0^l \theta(z, t) dz$ — влагосодержание исследуемой толщи.

В качестве зависимости коэффициента влагопроводности k от влажности θ принимается формула [2]

$$(1.6) \quad k = k_s \left(\frac{\theta - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} \right)^n, \quad \theta_r < \theta \leq \theta_s, \quad k = 0, \quad \theta \leq \theta_r.$$

Зависимость влажности θ от всасывающего давления ψ задается в виде [3]

$$(1.7) \quad \theta = \theta_0 + \frac{\theta_s - \theta_0}{1 + a(-\psi)^m},$$

где k_s и θ_s — соответственно коэффициент фильтрации и влажность при полном насыщении; θ_r , θ_0 , a , m , n — параметры, характеризующие тип почвы ($\theta_r > \theta_0$) (θ_r — наименьшая влагоемкость слоя, ψ_r — соответствующее ей давление).

С использованием результатов работ [4,5] функцию $f(\theta, z, t)$ можно представить в виде

$$(1.8) \quad f(\theta, z, t) = \varepsilon(t) p(\theta) q(z) \int_0^{z_K(t)} p(\theta) q(z) dz,$$

где

$$(1.9) \quad q(z) = cz_K(t) - z;$$

$$(1.10) \quad p(\theta) = \begin{cases} 1, & \theta \geq \theta_K, \\ \frac{\theta - \theta_s}{\theta_K - \theta_s}, & \theta_s \leq \theta < \theta_K \quad (\theta_K \leq \theta_r), \end{cases}$$

θ_K — критическая влажность, θ_s — влажность завядания. Величина $\varepsilon(t)$ считается равной потенциальной транспирации, так как предполагается, что влагосодержание в корневой зоне находится в оптимальных пределах.

Задача (1.1)—(1.4) аппроксимируется со вторым порядком на неравномерной по t сетке по схеме Кранка — Николсона и на равномерной по z сетке однородной разностной схемой с разрывами в узлах [6]. Получающаяся нелинейная по ψ система разностных уравнений решается итерационным методом Ньютона. При этом начальная итерация задается путем экстраполяции значений с двух предыдущих слоев по времени. Итерационный процесс заканчивается, когда максимальное по z приращение давления за итерацию становится меньше наперед заданной величины такой, чтобы погрешность из-за обрывания итерационного процесса была меньше погрешности разностной аппроксимации.

2. На фиг. 1—4 показаны скорости капиллярного притока v , полученные в результате численного решения задачи (1.1)—(1.10).

Во всех вариантах начальный профиль давления принимается равновесным

$$\psi^0(z) = \begin{cases} \psi_r, & z \leq l + \psi_r, \\ z - l, & z > l + \psi_r \quad (0 \leq z \leq l). \end{cases}$$

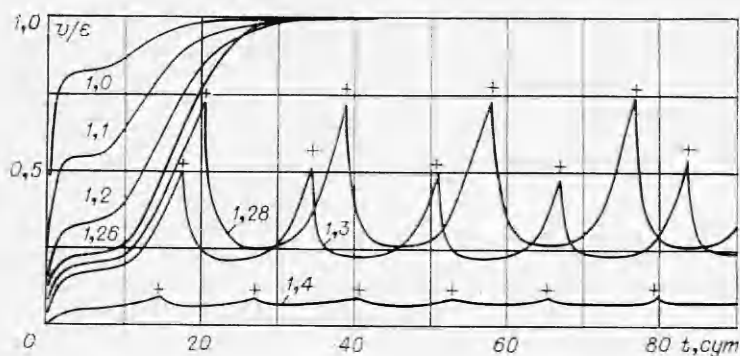
Для конкретных грунта, типа и фазы развития сельскохозяйственных культур существует оптимальный интервал влагосодержания корнеобитаемого слоя, в котором интенсивность транспирации не зависит от влажности. Верхней границей этого интервала, как правило, является наименьшая влагоемкость θ_r , а нижней — влажность $\theta_K = \gamma\theta_r$, где $0,5 < \gamma \leq 1$.

Для поддержания влагосодержания в корневой зоне в оптимальных пределах назначался полив нормой $(1 - \gamma) \langle \theta_r \rangle z_K(t)$, как только оно снижалось до величины $\langle \theta_K \rangle z_K(t)$. Продолжительность полива принята равной 0,5 сут и интенсивность полива $R = (1 - \gamma) \langle \theta_r \rangle z_K(t) / 0,5$ м/сут. Здесь через $\langle \theta_r \rangle$ и $\langle \theta_K \rangle$ обозначены средние по глубине корневой зоны величины θ_r и θ_K . Начало полива на графиках отмечено знаком \dagger , а цифры над кривыми означают глубину залегания уровня грунтовых вод l .

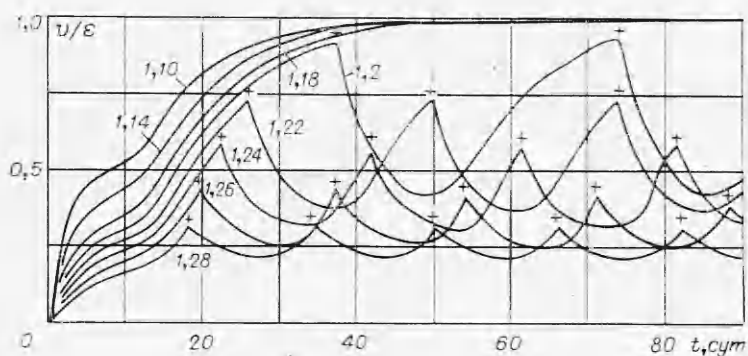
Во всех вариантах следующие параметры, входящие в формулы (1.6)—(1.10), имели одни и те же значения: $m = n = 3$, $\theta_s = 0,5$, $\theta_r = 0,32$, $\theta_0 = 0,15$, $\theta_K = 0,7 \theta_r = 0,224$, $\theta_s = 0,16$, $c = 1,125$.

Графики v фиг. 1—3 соответствуют случаю, когда величины ε и z_K постоянны в течение рассматриваемого периода и равны 0,004 м/сут и 0,5 м.

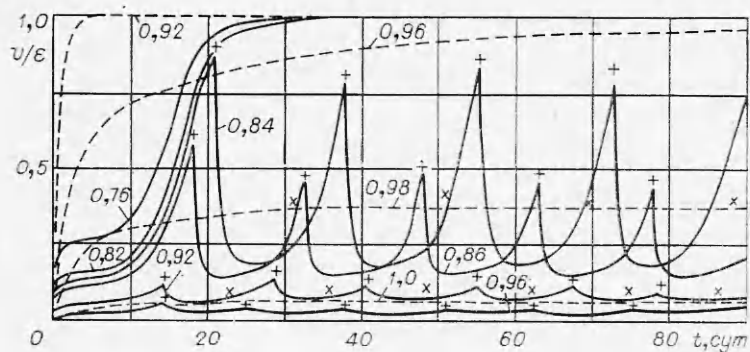
В первом из указанных вариантов (см. фиг. 1) исследуемая толща грунта считается однородной с $k_c = 1$ м/сут, $\psi_r = -1$ м и $a = 1,06$ м⁻³.



Ф и г. 1



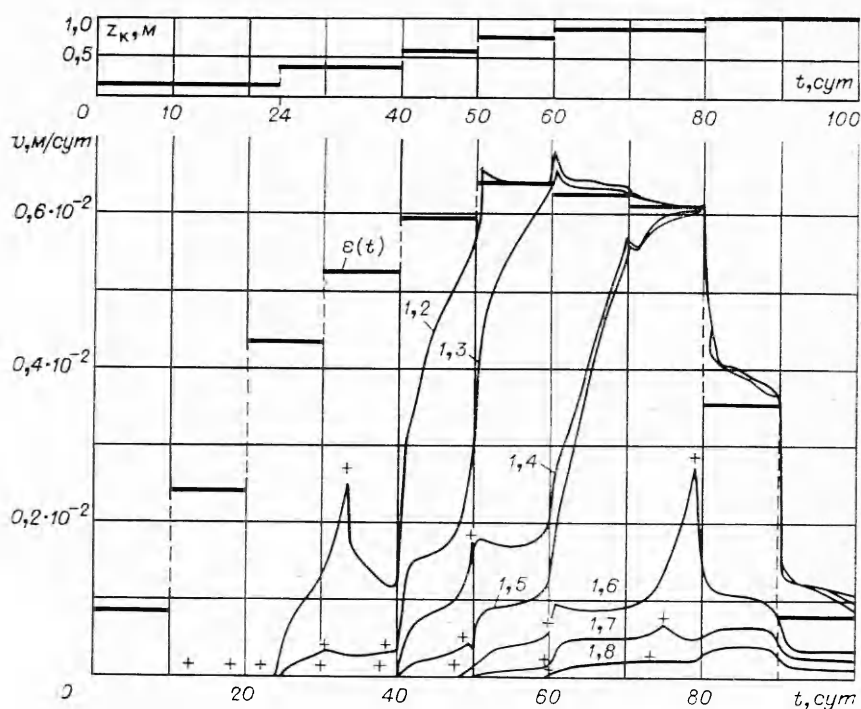
Ф и г. 2



Ф и г. 3

Во втором варианте (см. фиг. 2) рассматривалась фильтрация в двухслойном грунте с коэффициентом фильтрации $k_s = 1$ м/сут и мощностью 0,5 м для верхнего слоя и $k_s = 0,1$ м/сут для нижнего. Остальные параметры те же, что и ранее, т. е. слои отличаются только значениями коэффициентов фильтрации.

На фиг. 3 показаны графики u для двухслойного грунта с одинаковыми значениями коэффициентов фильтрации слоев ($k_s = 1$ м/сут), но обладающих разной водоудерживающей способностью. Штриховые линии — случай, когда сверху залегает слой мощностью 0,5 м, имеющий большую водоудерживающую способность с параметром $a = 1,06$ м⁻³, а для нижне-



Фиг. 4

го слоя $a = 8,48 \text{ м}^{-3}$. При этом значение $\psi_r = -1$ и $-0,5$ м для верхнего и нижнего слоев соответственно. Сплошные линии — случай, когда сверху залегают слои, имеющие меньшую водоудерживающую способность.

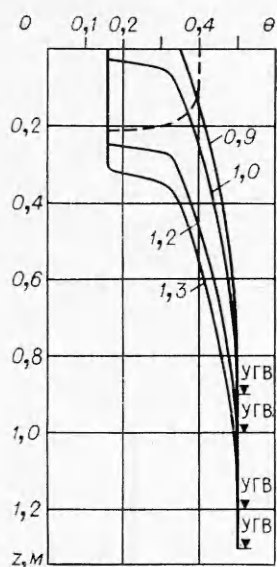
Анализ графиков v показывает, что существует глубина залегания уровня грунтовых вод l_* такая, что при $l \leq l_*$ не требуется, а при $l > l_*$ необходима дополнительная подача воды для поддержания влагосодержания в корнеобитаемом слое в оптимальных пределах.

Для рассмотренных вариантов $l_* = 1,26$ (см. фиг. 1), $1,18$ (см. фиг. 2), $0,96$ и $0,82$ м (см. фиг. 3). Видно, что небольшое увеличение глубины залегания уровня грунтовых вод по сравнению с l_* приводит к значительному уменьшению скорости капиллярного притока. Благодаря постоянным значениям ϵ и z_k для глубин $l > l_*$ происходит повторение характера поведения v в промежутках между поливами.

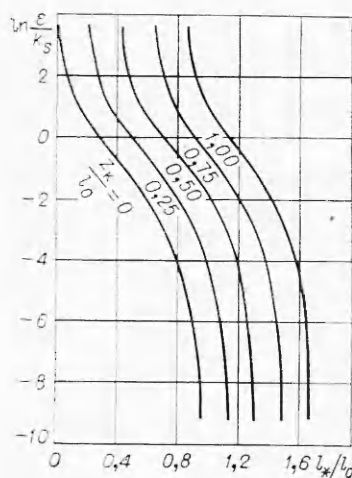
Сравнение графиков v на фиг. 1 и 2 для одних и тех же глубин показывает, что в случае двухслойного грунта с нижним менее проницаемым слоем величина капиллярного притока значительно меньше. Если поменять местами слои, то v уменьшается еще сильнее, хотя характер графиков остается тем же.

Как видно из фиг. 3, величина и характер поведения v существенно зависят от параметров, характеризующих водоудерживающую способность литологических слоев.

В реальных условиях с течением времени изменяются значения потенциальной транспирации ϵ , зависящей от метеорологических условий, типа и фазы развития растений, увеличивается мощность корневой зоны. Графики v фиг. 4 получены с учетом изменения величин z_k и ϵ во времени по ступенчатому закону. Эти данные взяты для пшеницы соответственно из работ [7, 8]. Остальные параметры те же, что и в первом варианте.



Фиг. 5



Фиг. 6

Глубина залегания l уровня грунтовых вод варьировалась от 1,2 до 1,8 м. Расчеты показывают, что для глубин $l > 1,6$ м питание зоны аэрации грунтовыми водами практически прекращается. При $z_k = 0,14$ м ($t \leq 24$ сут), когда капиллярная кайма лежит ниже корневой зоны, величина $v = 0$ для всех l . С увеличением l растет период времени, для которого $v = 0$. В таблице представлено распределение составляющих суммарной за сезон транспирации, равной 420 мм.

На фиг. 5 для $l = 0,9; 1,0; 1,2$ м при исходных данных для первого варианта приведены профили влажности, которые устанавливаются после того, как скорость капиллярного притока v становится практически равной ε ($t > 35$ сут), а для $l = 1,3$ м — профили влажности, соответствующие моментам времени перед началом полива и после его окончания (штриховая линия).

Для определенных глубин залегания уровня грунтовых вод (УГВ) образуется зона, прилегающая к поверхности земли, в которой влажность θ равна влажности завядания θ_z . При этом отбор влаги корнями растений производится из более глубоких слоев почвы. Для $l = l_*$ мощность этой зоны z_* является максимальной, а средняя влажность в корневой зоне $\langle \theta \rangle = \langle \theta_k \rangle$. Уменьшение l приводит к уменьшению z_* , и, начиная с некоторой глубины, эта зона вообще исчезает, а $\langle \theta \rangle$ для этих случаев становится больше $\langle \theta_k \rangle$. Для тех глубин, при которых требуются дополнительные поливы, $\langle \theta \rangle$ в корневой зоне не опускается ниже $\langle \theta_k \rangle$,

l , м	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8
Оросительная норма, мм	77	113	171	171	330	330	330
Приток из грунтовых вод, мм	306	254	180	164	44	20	8
Изменение влагозапасов, мм	37	53	69	85	46	60	82

хотя в отдельных точках влажность может быть равной влажности задания.

Описанная методика позволяет также исследовать случаи с изменяющимся уровнем грунтовых вод, произвольным распределением интенсивности осадков, поливов, транспирации, наличием гистерезиса в зависимостях давления и коэффициента влагопроводности от влажности.

2. Максимальную глубину залегания уровня грунтовых вод l_* , при которой не требуется поливов, по известным ε и z_k можно найти приближенно из решения следующей стационарной задачи:

$$(2.1) \quad \frac{d}{dz} \left[k(\theta, z) \left(\frac{d\psi}{dz} - 1 \right) \right] = f(z);$$

$$(2.2) \quad \psi = \psi_r(z_*), \quad k \left(\frac{d\psi}{dz} - 1 \right) = 0, \quad z = z_*,$$

где $k(\theta)$ и $\theta(\psi)$ определяются по формулам (1.6), (1.7), а $f(z)$ — по (1.8), в которой полагается $p(\theta) \equiv 1$, так как $\theta \geq \theta_r \geq \theta_k$ и

$$(2.3) \quad q(z) = c(z_k - z_*) - (z - z_*).$$

Величины ε и $(z_k - z_*)$ считаются постоянными. Требуется найти значение z , при котором $\psi = 0$.

Погрешность в f , возникающая от замены (1.9) на (2.3), равна нулю для $c = 1$, а для $c > 1$ не превосходит $f(z_k)(z_*/z_k)/(2c - 1)$, где $f(z^k)$ — наименьшее значение $f(z)$.

Замена $\xi = z - z_*$ позволяет исключить неизвестное заранее z_* . Интегрирование уравнения (2.1) по ξ с учетом (2.2) и условия равенства потоков на разрывах дает

$$(2.4) \quad \frac{d\psi}{d\xi} = 1 + \left(\int_0^\xi f(\zeta) d\zeta \right) / k(\theta, \xi).$$

Раскрывая неопределенность в уравнении (2.4) при $\xi = 0$, находим

$$(2.5) \quad \left. \frac{d\xi}{d\psi} \right|_{\psi=\psi_r(0)} = \begin{cases} 0, & n > 1, \\ 1 / \left(\frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} + f(0) \frac{1+\alpha}{m}} \right), & n = 1, \\ 1, & n < 1, \end{cases}$$

где

$$\alpha = a|\psi_r(0)|^m.$$

Уравнение (2.4) приводится к виду

$$(2.6) \quad \frac{d\xi}{d\psi} = k \left/ \left(k + \int_0^\xi f(\zeta) d\zeta \right) \right.$$

Так как $k \neq 0$ внутри области в силу того, что поток не обращается в нуль, то из условия равенства давлений на разрывах следует, что функция $\xi(\psi)$ непрерывна. Это позволяет интегрировать (2.6) численно методом Рунге — Кутты по ψ от $\psi_r(0)$ до 0 при известных из (2.2), (2.5) значениях ξ и $d\xi/d\psi$ в начальной точке $\psi = \psi_r(0)$. Таким образом находятся значения разности $(l_* - z_*)$ как функции ε и $\xi_k = z_k - z_*$.

Кроме того, на каждом шаге интегрирования получается значение $\xi(\psi)$. Используя эти значения и зависимость $\theta(\psi)$, можно вычислить сред-

нюю по части корневой зоны $z_* < z < z_K$ влажность $\bar{\theta}(\varepsilon, \xi_K)$. С другой стороны, так как средняя влажность в зоне $z < z_*$ равна средней влажности завядания θ_3 , то

$$(2.7) \quad \bar{\theta}(\varepsilon, z_K - z_*) = (\langle \theta_K \rangle - \theta_3) [z_K / (z_K - z_*)] + \theta_3.$$

При заданном z_K уравнение (2.7) решается графически и находится z_* . Тем самым определяется и l_* как функция ε и z_K .

Результаты вычисления l_* для случая однородного грунта при $m = n = 3$, $c = 1,125$ представлены на фиг. 6 зависимостями $\ln(\varepsilon/k_s)$ от l_*/l_0 для различных z_K/l_0 (где $l_0 = |\psi_r|$) и $\alpha = \alpha l_0^m = (\theta_s - \theta_r) / (\theta_r - \theta_0) = 1,06$. При $\varepsilon/k_s \rightarrow \infty$ значение $l_* \rightarrow z_K(\theta_s - \theta_r) / (\theta_K - \theta_3)$, т. е. линейно зависит от z_K . При $\varepsilon/k_s \rightarrow 0$ зависимость $l_*(z_K)$ для некоторого диапазона изменения α и z_K близка к линейной, что видно из фиг. 6. Для случая, изображенного на фиг. 1, $l_* = 1,26$ м, а из фиг. 6 $l_* = 1,25$ м. Небольшое различие возникает, по-видимому, вследствие замены (1.9) на (2.3), а также сглаживания кривой влажности от z в окрестности z_* при разностной аппроксимации нестационарной задачи. При $c = 1$ зависимость $l_*(\varepsilon/k_s, z_K)$, получаемую из решения стационарной задачи, можно использовать для оценки точности разностной схемы для нестационарной задачи.

Поступила 4 III 1974

ЛИТЕРАТУРА

1. Рыбакова С. Г., Сабинин В. И., Борисова В. П. Некоторые задачи прогноза водного режима на орошаемых массивах. — В кн.: Динамика сплошной среды. Вып. 22. Новосибирск, изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1975.
2. Аверьянов С. Ф. Зависимость водопроницаемости почвогрунтов от содержания в них воздуха. — «Докл. АН СССР», 1949, т. 69, № 2.
3. Gardner W. R. Some steady-state solution of the unsaturated moisture flow equations with application to evaporation from a water table. — «Soil Science», 1958, vol. 85, N 4.
4. Будаговский А. И. Испарение почвенной влаги. М., «Наука», 1964.
5. Molz J., Remson I. Extraction term models of soil moisture use by transpiring plants. — «Water Resources Research», 1970, vol. 16, N 5.
6. Самарский А. А. Введение в теорию разностных схем. М., «Наука», 1971.
7. Saxton K. E., Johnson H. P., Shaw R. H. Modeling evapotranspiration and soil moisture. — «Transaction of the ASAE», 1974, vol. 17, N 4, p. 673—677.
8. Шабалин И. И. Водопотребление и режим орошения основных сельскохозяйственных культур. — В кн.: Кулундинская степь и вопросы ее мелиорации. Новосибирск, «Наука», 1972.