

где N — число реакций. Квазистационарное запаздывание равно Ω/ϵ . В том случае, когда пики температурного отклонения разделены квазистационарным участком, площадь первого термического эффекта пропорциональна Q_1 , а площадь второго — Q_2 и т. д.

Поступила в редакцию
23/1 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Šestak, V. Šatava, W. W. Wendlandt. *Thermochim. Acta*, 1973, 7, 333.
2. A. G. Merzhanov, V. V. Barzykin a. o. *Thermochim. Acta*, 1977, 21, 301.
3. V. V. Barzykin, V. T. Gontkovskaya a. o. *Thermal analysis (proceedings fourth JCTA, Budapest, 1974)*. V. 1. 1975.
4. В. Т. Гонтковская, Н. И. Озерковская и др. *ФГВ*, 1978, 14, 6.
5. K. Heide, G. Kluge a. o. *Thermal analysis (proceedings fourth JCTA, Budapest, 1974)*. V. 1. 1975.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ ПРОДОЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ГАЗА В КАМЕРЕ СГОРАНИЯ

В. И. Фурлетов

(Москва)

Для приближенной оценки частоты собственных продольных колебаний газа в камере сгорания предложена формула [1]

$$f = kt_r^{-1} = k \left(2 \int_0^l \frac{cdx}{c^2 - v^2} \right)^{-1}, \quad (1)$$

где t_r — время пробега звукового импульса по камере в прямом и обратном направлениях; x — координата вдоль оси камеры; l — длина камеры; v — местная скорость течения; c — местная скорость звука. Течение газа предполагается одномерным. Величина коэффициента k зависит от граничных условий и номера моды колебаний. Для камеры акустически открытой (или закрытой) с обоих концов $k = n$, n — номер моды колебаний, $n = 1, 2, 3, \dots$. Для камеры, у которой один конец закрыт, а другой открыт, $k = 2n - 1$.

Формула (1) не учитывает некоторых свойств течения и процесса горения газа в камере, приводящих к усилению или затуханию колебаний и к изменению их частоты, а именно: отличие граничных условий, соответствующих акустически открытому или закрытому концу камеры, поглощение и генерацию волновой энергии в зоне горения [2].

В связи с этим представляется целесообразным сравнить результаты численного решения задачи на собственные значения о распространении продольных колебаний газа в камере с результатами, полученными по формуле (1). В настоящей работе это сравнение проводится применительно к условиям, характерным для камеры сгорания с критическими условиями течения на ее концах.

Постановка задачи. Рассмотрим одномерное течение газа в камере сгорания. Выделим характерные участки (рис. 1). Горение газа происходит на участке II. Предполагается, что в сечении x_c находятся стабилизаторы пламени, являющиеся источником гидравлических потерь. Параметры течения газа на участках I и III остаются постоянными.

Одномерное неизоэнтропическое течение идеального газа описывается следующей системой уравнений:

$$\partial \rho / \partial t + \partial \rho v / \partial x = 0, \quad (2)$$

$$\partial v / \partial t + v \cdot \partial v / \partial x - \sim 1 / \rho \cdot \partial p / \partial x, \quad (3)$$

$$c_p \rho (\partial T / \partial t + v \cdot \partial T / \partial x) + p \cdot \partial v / \partial x = F, \quad (4)$$

$$p = R \rho T. \quad (5)$$

Обозначения общепринятые. Скорость тепловыделения F — известная функция x , t и параметров течения. С помощью (2) и (5) уравнение (4) может быть преобразовано к виду

$$\partial p / \partial t + v \cdot \partial p / \partial x + \kappa p \cdot \partial v / \partial x = (\kappa - 1)F, \quad (6)$$

где κ — отношение теплоемкостей при постоянных давлении и объеме, $\kappa = \text{const}$.

Решение системы (2), (3), (6) будем искать в виде суммы стационарного и возмущенного движения

$$\rho = \bar{\rho} + \rho', \quad p = \bar{p} + p', \quad v = \bar{v} + v'.$$

Стационарное движение газа описывается указанной системой уравнений, в которых производные по времени равны нулю; возмущенное движение газа — системой линеаризованных уравнений

$$\partial \rho' / \partial t + v \cdot \partial \rho' / \partial x + \rho \cdot \partial v' / \partial x + v' \cdot \partial \rho / \partial x + \rho' \cdot \partial v / \partial x = 0, \quad (7)$$

$$\partial v' / \partial t + v \cdot \partial v' / \partial x + 1 / \rho \cdot \partial p' / \partial x + v' \cdot \partial v / \partial x - \rho' / \rho^2 \cdot \partial p / \partial x = 0, \quad (8)$$

$$\partial p' / \partial t + v \cdot \partial p' / \partial x + \kappa p \cdot \partial v' / \partial x + v' \cdot \partial p / \partial x + \kappa p' \cdot \partial v / \partial x = (\kappa - 1)F'. \quad (9)$$

Величина F' отлична от нуля на участке II, где скорость тепловыделения зависит от колебаний газа. Примем, что $F' = k_3 F p' / p$; показатель взаимодействия по давлению k_3 — заданный постоянный множитель [3]. Здесь и в дальнейшем черта над буквами для обозначения стационарных величин не ставится с целью упрощения записи. В результате решения системы (7)–(9) должны быть определены частота и коэффициент усиления (затухания) колебаний, а также распределения по длине камеры величин, характеризующих акустическое поле.

Введем систему безразмерных параметров при помощи следующих равенств:

$$\rho = \rho^* / \rho_1^*, \quad v = v^* / c_1^*, \quad p = p^* / \kappa p_1^*, \quad T = T^* \kappa R^* / c_1^*,$$

$$t = t^* c_1^* / l^*, \quad x = x^* / l^*, \quad F = F^* l^* / \kappa p_1^* c_1^*,$$

где l^* — длина трубы; c_1^* — скорость звука. Размерные величины временно отмечены звездочками; нижний индекс 1 относится к параметрам течения газа на входе в камеру. После введения безразмерных переменных система (7)–(9) не изменяет своего вида. Коэффициенты в этих уравнениях — функции координаты x — определяются решением системы уравнений для стационарного движения.

Приведенные уравнения справедливы для описания стационарного и возмущенного движения на участках I–III (см. рис. 1). На границах между участками решение должно удовлетворять условиям стыковки, которые рассмотрены ниже.

Предварительно выпишем в безразмерном виде решение системы уравнений для стационарного движения газа [4]. На участках, где тепло-

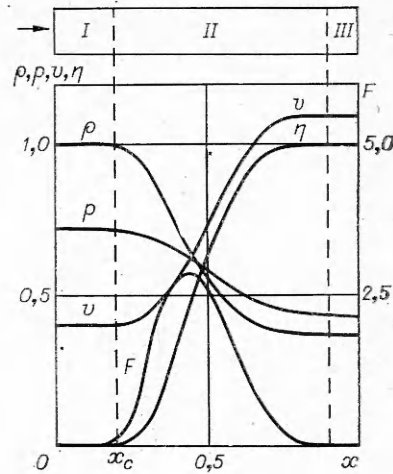


Рис. 1.

выделение отсутствует, все параметры потока постоянны. Так, на участке *I*

$$\rho = T = 1, v = M_1, p = 1/\kappa,$$

на участке *II*

$$\frac{\rho}{\rho_2} = 1 \left(\frac{\delta p}{\kappa M_2^2} + 1 \right), \quad \frac{v}{v_2} = \frac{\delta p}{\kappa M_2^2} + 1, \\ p = p_2 (1 - \delta p), \quad \frac{T}{T_2} = (1 - \delta p) \left(\frac{\delta p}{\kappa M_2^2} + 1 \right),$$

где относительный перепад давления

$$\delta p = \frac{p_2 - p}{p_2} = \frac{\kappa}{\kappa + 1} (1 - M_2^2) - \left\{ \left[\frac{\kappa}{\kappa + 1} (1 - M_2^2) \right]^2 - \right. \\ \left. - \frac{2\kappa^2}{\kappa + 1} M_2^2 \left(1 + \frac{\kappa - 1}{2} M_2^2 \right) \eta q \right\}^{1/2}.$$

Нижний индекс 2 относится к параметрам течения в сечении x_c справа; M — число Маха; η — коэффициент полноты сгорания, равный отношению количества тепла, подведенного в результате химической реакции к единице массы газа, к полному количеству тепла Q_a , которое может выделиться при сгорании единицы массы смеси; $q = Q_a / c_p T_{01} = T_{0a} / T_{01} - 1$ — полный подогрев газа; T_{0a} — максимально достижимая температура продуктов сгорания, нижний индекс 0 соответствует состоянию адиабатически заторможенного газа. При решении системы стационарных уравнений учтено, что скорость тепловыделения может быть представлена в виде

$$F = \frac{1}{\kappa - 1} M_1 \left(1 - \frac{\kappa - 1}{2} M_1^2 \right) q \frac{d\eta}{dx}.$$

На участке *III* в тех случаях, когда его можно выделить, все параметры течения остаются неизменными и равными их значениям в конце участка *II*.

Для сечения x_c справедливы следующие законы сохранения [4]:

$$\rho_2 v_2 = \rho_1 v_1,$$

$$p_{01} - p_{02} = \xi \frac{\rho_1 v_1^2}{2},$$

$$T_{02} = T_{01}, \quad (10)$$

где ξ — коэффициент гидравлического сопротивления стабилизаторов. Примем для ξ значения [5]

$$\xi = \left(\frac{\beta \sqrt{\rho_2} - \varepsilon}{1 - \varepsilon} \right)^2,$$

где β — коэффициент смягчения входа, зависящий от угла при вершине стабилизатора, а ε — степень загромождения сечения камеры стабилизаторами.

Из уравнения для падения полного давления с помощью уравнения состояния, записанного для полных значений давления, плотности и температуры, и известных соотношений между термодинамическими параметрами и параметрами заторможенного газа получим трансцендентное уравнение для определения коэффициента скорости λ_2

$$1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \left(\frac{1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \lambda_1^2}{1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \lambda_2^2} \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} = \xi \frac{\kappa}{\kappa + 1} \left(1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \lambda_1^2 \right)^{\frac{1}{\kappa - 1}} \lambda_1^2.$$

Определив λ_2 , вычисляем значения ρ_2 , v_2 , p_2 и T_2 по формулам, которые следуют из (10):

$$\rho_2 = \rho_1 \lambda_1 / \lambda_2, \quad v_2 = v_1 \lambda_2 / \lambda_1,$$

$$p_2 = p_1 \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \frac{1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda_2^2}{1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda_1^2}, \quad T_2 = T_{01} \left(1 - \frac{\kappa-1}{\kappa+1} \lambda_2^2 \right).$$

Две последние формулы получены с помощью известных соотношений для параметров заторможенного потока.

Таким образом, для описания стационарного движения необходимо знание параметров состояния газа на входе в камеру, коэффициента гидравлического сопротивления стабилизаторов ζ , изменения коэффициента полноты сгорания топлива η по длине камеры и полного подогрева газа q .

Подогрев газа в камере q_k заключен в интервале $0 \leq q_k \leq q_{\max}$ [4], где $q_{\max}$ — максимально достижимый подогрев для заданного λ_1 ,

$$q_{\max} = (1 - \lambda_2^2)^2 / 4 \eta_k \lambda_2^2.$$

Если в конце камеры $\eta_k = 1$ и подогрев максимален, то коэффициент скорости в конечном сечении камеры $\lambda = 1$.

Рассмотрим условия перехода через границы между выделенными участками камеры для возмущенного движения газа. Для сечения x_c между участками I и II справедливы соотношения (10). Вариация переменных в них приводит к следующей системе уравнений:

$$\begin{aligned} v_2 \rho'_2 + \rho_2 v'_2 &= M_1 \rho'_1 + v'_1, \\ a_{21} \rho'_2 + a_{22} v'_2 + a_{23} p'_2 &= b_{21} \rho'_1 + b_{22} v'_1 + b_{23} p'_1, \\ -c_{22} \rho'_2 + a_{32} v'_2 + \kappa p'_2 &= -\rho_2 \rho'_1 + b_{32} v'_1 + \kappa \rho_2 p'_1, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} a_{21} &= \frac{1}{2} m_2 v_2^2; \quad a_{22} = m_2 M_1; \quad a_{23} = \left(1 - \frac{1}{2} M_1^2 \right) m_2; \\ a_{32} &= (\kappa - 1) M_1; \quad b_{21} = \frac{1}{2} M_1^2 (m_1 - \zeta); \quad b_{22} = M_1 (m_1 - \zeta); \\ b_{23} &= \left(1 - \frac{1}{2} M_1^2 \right) m_1; \quad b_{32} = \rho_2 a_{32}; \\ m_i &= \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M_i^2 \right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \quad (i = 1, 2). \end{aligned}$$

На границе между участками II и III средние и возмущенные параметры непрерывны.

Перейдем к обсуждению граничных условий. В начальном сечении камеры возмущенное движение газа предполагается изоэнтропическим, а условия втекания газа в камеру критическими. Поэтому массовый расход газа через это сечение остается постоянным. Отсюда следуют известные граничные условия при $x = 0$ [1]

$$p'_1 = \rho'_1, \quad v'_1 = -M_1 p'_1. \quad (11)$$

В конце камеры расположено короткое сопло с критическим перепадом давления. Истечение газа через сопло предполагается квазистационарным, параметры адиабатически заторможенного потока на длине сопла неизменными. В таком случае число Маха на входе в сопло при колебаниях остается постоянным. Поэтому граничное условие при $x = 1$ имеет вид [1]

$$k_n M c^2 \rho' + 2 \rho c v' - (\kappa - 1 + k_n) M p' = 0 \quad (12)$$

или

$$2\rho c v' - (\kappa - 1) M p' - k_n \rho c v s' / c_p = 0, \quad (13)$$

где s' — возмущение энтропии; $s'/c_p = p'/\kappa p - \rho'/\rho$. В соотношения (12) и (13) дополнительно введен коэффициент k_n , при $k_n = 0$ взаимодействие между энтропийными и акустическими волнами в сопле не учитывается, при $k_n = 1$ — учитывается (истечение газа неизоэнтропическое). Выражения (12) и (13) справедливы при $M < 1$.

Для оценки точности метода вычисления и влияния некоторых геометрических и режимных параметров на частоту колебаний решение задачи о распространении колебаний получено также для камеры с акустически закрытыми концами. В этом случае при $x = 0$ $p' = \rho'$, $v' = 0$ и при $x = 1$ $v' = 0$.

Метод решения. Задача нахождения частоты собственных колебаний газа в камере сгорания решается как задача на определение собственных функций и собственных значений.

Решение системы (7) — (9) ищется в виде

$$\rho' = \sigma(x) e^{-iSt}, \quad v' = v(x) e^{-iSt}, \quad p' = \pi(x) e^{-iSt}, \quad (14)$$

где $S = \omega + i\gamma$ — комплексная частота; $\omega = 2\pi f$. Координатные функции $\sigma(x)$, $v(x)$, $\pi(x)$ — комплексные величины. При $\gamma < 0$ колебания затухают, при $\gamma > 0$ — усиливаются; условие $\gamma = 0$ соответствует установившимся колебаниям. Величину $d = 2\pi\gamma/\omega$ назовем показателем устойчивости.

После подстановки выражений (14) в (7) — (9) и сокращения на e^{-iSt} получим систему обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка

$$\begin{aligned} v \cdot d\sigma/dx + \rho \cdot dv/dx &= (iS - dv/dx)\sigma - d\rho/dx \cdot v, \\ \rho^2 v \cdot dv/dx + \rho \cdot d\pi/dx &= dp/dx \cdot \sigma + \rho^2 (iS - dv/dx)v, \\ \kappa p \cdot dv/dx + v \cdot d\pi/dx &= -dp/dx \cdot v + (iS - \kappa \cdot dv/dx)\pi. \end{aligned} \quad (15)$$

Такая же подстановка выражений (14) делается в граничные условия и в условия стыковки решений на границах смежных участков камеры. Из вида уравнений (15) и граничных условий следует, что решение линейной задачи определяется с точностью до произвольной постоянной, которой можно распорядиться, выбрав определенным образом, например, значение $\pi_r(0)$ и $\pi_i(0)$. Согласно (11), граничные условия в начале камеры зададим в виде

$$\pi_r(0) = 1, \quad \pi_i(0) = 0, \quad \sigma_r(0) = 1, \quad \sigma_i(0) = 0, \quad v_r(0) = -M_1, \quad v_i(0) = 0, \quad (16)$$

где нижние индексы r и i относятся к вещественной и мнимой частям комплексной величины.

Задав произвольными значениями ω и γ , интегрируем систему (15), начиная с $x = 0$. Интегрирование проводится методом Рунге — Кутты четвертого порядка с постоянным шагом интегрирования. Если ω и γ выбраны правильно, то при $x = 1$ будут выполнены граничные условия

$$\begin{aligned} k_n M c^2 \sigma_r(1) + 2\rho c v_r(1) - (\kappa - 1 + k_n) M \pi_r(1) &= 0, \\ k_n M c^2 \sigma_i(1) + 2\rho c v_i(1) - (\kappa - 1 + k_n) M \pi_i(1) &= 0, \end{aligned} \quad (17)$$

которые являются следствием уравнения (12). Поиск значений ω и γ осуществляется методом Ньютона. Наибольшая эффективность поиска достигается в случае, когда начальные значения ω и γ оказываются близкими к точным.

Таким образом, для определения шести неизвестных функций σ_r , σ_i , v_r , v_i , π_r , π_i и двух собственных значений задачи ω и γ имеем восемь граничных условий, из которых шесть заданы на входе и два на выходе из камеры. Задача решалась на ЭВМ М-220.

Примеры расчета. Сопоставление результатов численного интегриро-

вания с известными точными решениями задачи для камеры с двумя акустически закрытыми концами в отсутствие подогрева газа подтвердило хорошую точность и эффективность выбранного метода решения задачи.

Частота колебаний ω и показатель устойчивости d зависят от большого числа параметров течения. Ограничимся исследованием влияния на ω и d нескольких параметров, а именно положения зоны горения и характера истечения газа через сопло. Отчасти будут затронуты также вопросы влияния на устойчивость числа Маха потока, подогрева газа и показателя взаимодействия. С этой целью выберем два режима течения: $M_1 = 0,2$, $q = 1,5$ и $M_1 = 0,4$, $q = 0,85$. В первом случае подогрев значительно меньше максимально допустимого по условиям теплового запираания ($q/q_{\max} = 0,319$), во втором — близок к нему ($q/q_{\max} = 0,945$). Кривую выгорания зададим в виде

$$\eta = 35z^3 - 105z^4 + 126z^5 - 70z^6 + 15z^7,$$

где $z = (x - x_c)/z_c$; $0 \leq z \leq 1$; z_c — протяженность зоны горения; положим $z_c = 0,7$ для обоих случаев. Зависимость $\eta(z)$ взята произвольно, но такая, чтобы правильно передать характер выгорания смеси по длине камеры. При выбранном $\eta(z)$

$$F \sim d\eta/dz = 105z^2(1 - z)^4.$$

Загромождение камеры стабилизаторами пламени $\varepsilon = 0$. (В результате расчетов, проведенных для обоих режимов течения при $x_c = 0,3$, $\varepsilon = 0,4$ и угле при вершине стабилизаторов $\alpha = 60^\circ$, получены значения f и d , существенно отличающиеся от их значений при $\varepsilon = 0$ в широкой области изменения подогрева газа q .) Изменение средних параметров течения по длине зоны горения для режима с $M_1 = 0,4$ показано на рис. 1. Аналогичные кривые для течения с $M_1 = 0,2$ приведены в [2]. Значения ρ , p , v получены с помощью выписанных ранее решений стационарной системы уравнений.

Зависимости частоты и показателя устойчивости от положения стабилизаторов x_c для выбранных режимов течения приведены на рис. 2—5. Рис. 2 и 3 относятся к течению $M_1 = 0,2$, $q = 1,5$, а рис. 4 и 5 — к течению $M_1 = 0,4$, $q = 0,85$. Обозначения кривых приведено в таблице. Штриховыми линиями на рис. 2 и 4 показаны значения частот для первой и второй моды колебаний, вычисленные по формуле (1).

Обсуждение начнем с анализа влияния положения зоны горения на частоту при $k_n = 0$, когда взаимодействие между энтропийными и акустическими волнами в сопле не учитывается. Обратим внимание на разный характер изменения частоты по мере уменьшения x_c : при небольшом подогреве частота увеличивается (см. рис. 2, 1, 3, 5, 7), а при относительно большом — уменьшается (см. рис. 4, 1, 3, 5, 7). Это объясняется зависимостью времени пробега звукового импульса по камере в прямом и обратном направлениях t_r от температуры и скорости движения газа. Увеличение температуры смеси и протяженности горячего участка камеры приводит к уменьшению t_r , а увеличение скорости в горячем участке камеры — к росту t_r . При относительно небольшом подогреве большее влияние на t_r оказывает температура, а при подогреве, близком к критическому, — скорость. Из рис. 2 и 4 видно, что в случае $k_n = 0$ формула (1) удовлетворительно описывает изменение частоты: ошибка не превышает 16%.

Учет зависимости скорости тепловыделения от колебаний давления не приводит к заметному изменению частоты (ср. кривые 1, 3 и 5, 7 на рис. 2 и 4). Величина k_3 выбрана примерно равной показателю устойчивости для ламинарного пламени [6]. Рассмотрим влияние положения зоны горения на устойчивость процесса горения. Из рис. 3 видно, что при отсутствии реакции пламени на колебания давления ($k_3 = 0$) показатель устойчивости d слабо зависит от положения стабилизаторов пламени x_c ,

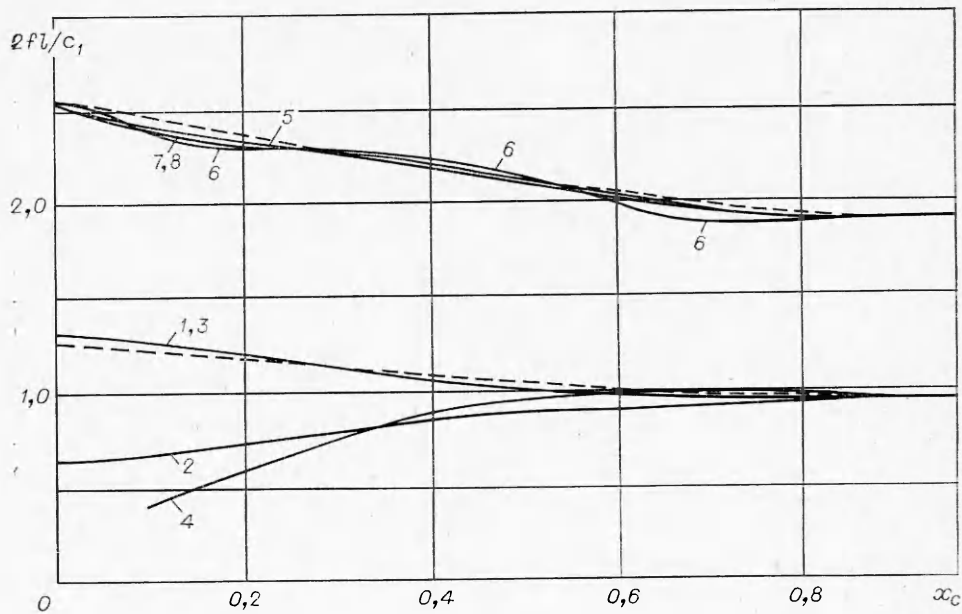


Рис. 2.

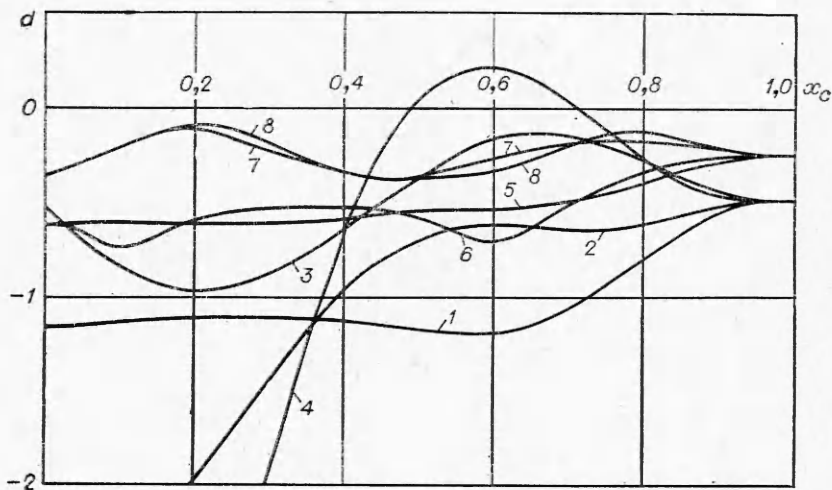


Рис. 3.

если, по крайней мере, половина зоны горения находится внутри камеры. В случае $k_3 \neq 0$ d зависит от положения пламени. Максимальные значения d приходятся на такие положения стабилизатора x_c , когда область пламени с максимальной скоростью тепловыделения оказывается вблизи пучности колебаний давления для данной моды колебаний. Для любого x_c показатель d при $k_3 = 2$ больше соответствующих значений d при $k_3 = 0$, т. е. зависимость скорости тепловыделения от колебаний давления всегда уменьшает устойчивость процесса горения.

Для течения с большей скоростью (см. рис. 5) сильная зависимость d от x_c наблюдается уже при $k_3 = 0$. Это объясняется возросшей ролью диссипации волновой энергии в зоне горения [2].

Перейдем к случаю неизоэнтропического истечения газа через сопло ($k_n = 1$). Изменение типа граничного условия приводит к существенному изменению частоты и показателя устойчивости для первой моды колеба-

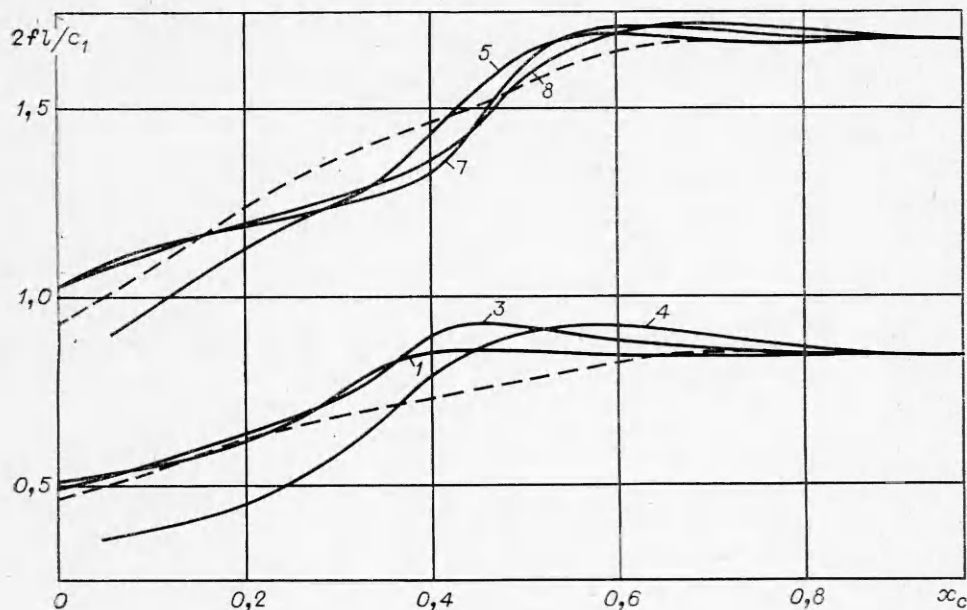


Рис. 4.

ний (см. рис. 2—5, 2, 4, 6, 8). При стабилизаторах, расположенных в первой четверти камеры сгорания частота первой моды колебаний может отличаться в несколько раз от ее значения, вычисленного по формуле (1). В зависимости от положения зоны горения d увеличивается или уменьшается по сравнению со случаем $k_n = 0$. Происходит это из-за изменения величины и направления потока волновой энергии через входное сечение сопла и из-за изменения акустического поля в камере, что отражается на величине генерации и диссипации волновой энергии в зоне горения.

Согласно [1] взаимодействие энтропийных акустических волн в сопле приводит к генерации волновой энергии при

$$\pi/2 < |\psi_s| < \pi, \quad (18)$$

где ψ_s — угол фазового смещения между колебаниями давления и энтропии на входе в сопло. Анализ результатов расчета показывает, что это условие недостаточно для генерации волновой энергии в сопле. Так, в случае $M_1 = 0,2$, $x_c = 0,6$ поток волновой энергии направлен в сторону сопла, несмотря на то, что $\psi_s = -0,6\pi$ [2].

В работе [1] сделано два упрощающих предположения. Во-первых, взаимодействие между колебаниями энтропии и колебаниями давления считается пренебрежимо малым по сравнению с взаимодействием между колебаниями энтропии и скорости смещения частиц в звуковой волне. Во-вторых, не учитывается перенос волновой энергии вместе с потоком газа. В связи с этим необходимо дальнейшее уточнение роли взаимодействия энтропийных и акустических волн в генерации волновой энергии в сопле.

Взаимодействие акустических и энтропийных волн в сопле. Рассмотрим случай критического истечения газа

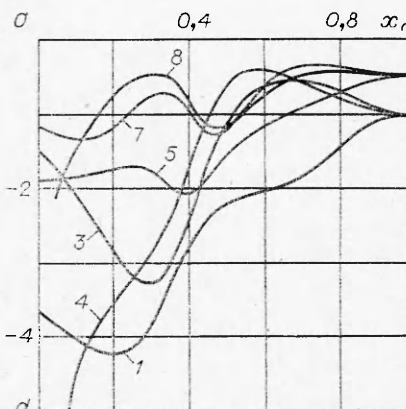


Рис. 5.

Номер кривой	h_3	h_n	Мода ко- лебаний	Номер кривой	h_3	h_n	Мода ко- лебаний
1	0	0		5	0	0	
2	0	1		6	0	1	
3	2	0	1	7	2	0	2
4	2	1		8	2	1	

через короткое (квазистационарное) сопло. Поток волновой энергии через входное сечение сопла [2]

$$\Pi = \overline{p'v'} + v \left(\frac{\overline{p'^2}}{2\rho c^2} + \frac{\overline{\rho v'^2}}{2} \right), \quad (19)$$

где p' , v' — возмущения давления и скорости на входе в сопло; ρ , v , c — средние значения параметров перед соплом. Черта над буквами означает осреднение во времени за период колебаний. Между p' , v' и возмущениями энтропии s' существует зависимость [13]. Подставляя выражение для v' из (13) в (19), получим

$$\Pi = v \left\{ \left[\kappa + \frac{(\kappa-1)^2}{4} M^2 \right] \frac{\overline{p'^2}}{2\rho c^2} + \frac{1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2}{2} \frac{\overline{p's'}}{c_p} + \frac{\rho c^2}{8} M^2 \frac{\overline{s'^2}}{c_p^2} \right\}.$$

При $\Pi < 0$ поток волновой энергии направлен от сопла к камере, поэтому условием генерации волновой энергии в сопле в результате взаимодействия акустических и энтропийных волн будет неравенство

$$\frac{\overline{p's'}}{\rho c_p} < -\alpha_1 \frac{\overline{s'^2}}{c_p^2} - \beta_1 \frac{\overline{p'^2}}{p^2},$$

где

$$\alpha_1 = \frac{\kappa M^2}{4 \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)}; \quad \beta_1 = \frac{\kappa + \frac{(\kappa-1)^2}{4} M^2}{\kappa \left(1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2 \right)}.$$

Рассмотрим случай нейтральных колебаний. Имеем

$$\frac{\overline{p's'}}{\rho c_p} = \frac{1}{2} \frac{|p'|}{p} \frac{|s'|}{c_p} \cos \psi_s, \quad \frac{\overline{s'^2}}{c_p^2} = \frac{|s'|^2}{2c_p^2}, \quad \frac{\overline{p'^2}}{p^2} = \frac{|p'|^2}{2p^2} \quad (20)$$

и условие генерации волновой энергии принимает вид

$$\cos \psi_s < -\alpha_1 A - \beta_1 \cdot 1/A, \quad (21)$$

где $A = (|s'|/c_p)/(|p'|/p)$ — величина, показывающая во сколько раз безразмерная амплитуда колебаний энтропии больше относительной амплитуды колебаний давления. При угле фазового смещения между колебаниями давления и энтропии на входе в сопло $\psi_s < 0$ колебания давления опережают колебания энтропии. В случае неустановившихся колебаний средние по времени величины (20) являются функциями показателя устойчивости и изменяют свой вид.

Дополнительно получим условие, при котором взаимодействие между акустическими и энтропийными волнами приводит по крайней мере к уменьшению потока волновой энергии к соплу. При $s' = 0$ поток волно-

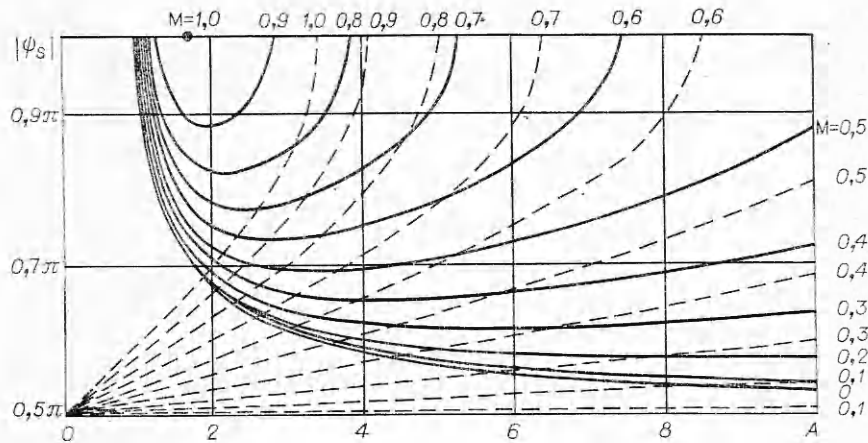


Рис. 6.

вой энергии через входное сечение сопла

$$\Pi_0 = v \left[\kappa + \frac{(\kappa - 1)^2}{4} M^2 \right] \frac{\overline{p'^2}}{2 \rho c^2}.$$

Колебания энтропии будут уменьшать вынос волновой энергии при условии, что $\Pi_0 - \Pi > 0$, т. е. когда

$$\frac{1 + \frac{\kappa - 1}{2} M^2}{2} \frac{\overline{p' s'}}{c_p} + \frac{\rho c^2 M^2}{8} \frac{\overline{s'^2}}{c_p^2} < 0.$$

Для нейтральных колебаний это условие сводится к неравенству

$$\cos \psi_s < -\alpha_1 A. \quad (22)$$

Решения неравенств (21) и (22) представлены на рис. 6. Области генерации волновой энергии в сопле расположены между сплошными линиями, зависящими от параметра M_1 , и прямой $|\psi_s| = \pi$; области уменьшения выноса волновой энергии — между штриховыми линиями и прямой $|\psi_s| = \pi$. Ниже штриховых линий и справа от них лежат области параметров ψ_s и A , при которых рассматриваемое взаимодействие увеличивает поток волновой энергии к соплу. Области генерации расположены внутри соответствующих областей уменьшения выноса волновой энергии через входное сечение сопла. С ростом числа Маха потока области генерации заметно сокращаются и стягиваются в точку при $M = 1$. Условие (18), приведенное в [1], оказывается справедливым при малых значениях скорости потока и достаточно больших значениях отношения $(|s'|/c_p)/(|p'|/p)$.

В опытах возмущения энтропии не могут быть определены непосредственно. Поэтому целесообразно привести условие генерации волновой энергии в сопле через возмущения температуры. Для этого, используя известное термодинамическое соотношение

$$s'/c_p = T'/T - (\kappa - 1)/\kappa \cdot p'/p$$

и выражение

$$v'/v - 1/2 \cdot T'/T = 0,$$

тождественное уравнению (13) при $k_n = 1$, представим поток волновой энергии (19) в виде

$$\Pi = \frac{1}{2} v p \left\{ \frac{\overline{p' v'}}{p v} + \frac{1}{2 \kappa} \frac{\overline{p'^2}}{p^2} + \frac{\kappa M^2}{2} \frac{\overline{v'^2}}{v^2} \right\}.$$

Используя это выражение, получим условие генерации волновой энергии в сопле

$$\cos \psi_T < -\frac{\kappa M^2}{4} B - \frac{1}{\kappa} \frac{1}{B},$$

где $B = (|T'|/T)/(|p'|/p)$ — величина, показывающая во сколько раз относительная амплитуда возмущений температуры больше относительной амплитуды возмущений давления.

Условие уменьшения потока волновой энергии к соплу будет определяться неравенством

$$\cos \psi_T < -\kappa M^2/4 \cdot B.$$

Решение этих неравенств можно представить в графическом виде. Внешне они будут выглядеть так же, как и решения неравенств (21) и (22), представленные на рис. 6.

Таким образом, в работе предложен метод численного решения задачи о распространении акустических продольных колебаний газа в камере сгорания. Он позволяет определять собственные частоты и показатели устойчивости колебаний, а также распределения амплитуд колебаний давления, скорости и других параметров по длине камеры. Уточнены условия, при которых взаимодействие между акустическими и энтропийными волнами в коротком сопле приводит к генерации волновой энергии. Оценки частоты по приближенной формуле (1) удовлетворительно совпадают с результатами численного решения задачи, за исключением случая продольных колебаний газа первой моды при взаимодействии их с колебаниями энтропии в сопле.

Поступила в редакцию
10/IV 1979

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. В. Раушенбах. Вибрационное горение. М., ГИФМЛ, 1961.
2. В. И. Фурлетов. — В сб.: Горение гетерогенных и газовых смесей. Черноголовка, ОИХФ АН СССР, 1977.
3. Л. Крокко, Ч. Синь-И. Теория неустойчивости горения в жидкостных ракетных двигателях. М., ИЛ, 1958.
4. Г. Н. Абрамович. Прикладная газовая динамика, М., Наука, 1969.
5. Б. В. Раушенбах, С. А. Белый и др. Физические основы рабочего процесса в камерах сгорания воздушно-реактивных двигателей. М., Машиностроение, 1964.
6. В. А. Скляр, В. И. Фурлетов. ПМТФ, 1974, 1.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ ВИХРЕВЫХ КОЛЕЦ НА ОТКРЫТОМ КОНЦЕ ИМПУЛЬСНОЙ КАМЕРЫ

А. П. Быковец, В. Б. Репин

(Казань)

Импульсная камера — это устройство, в котором происходит периодическое накопление и сгорание взрывоопасной смеси [1]. В простейшем случае она представляет собой трубу, закрытую с одного конца, через который подаются горючее и окислитель. В настоящее время такие устройства нашли широкое применение для очистки поверхностей нагрева котлоагрегатов [1], используются для нанесения покрытий [2], ведутся работы по применению их для интенсификации тепло- и массообменных процессов [3].