

**СТРУКТУРА РАВНОВЕСНОЙ ПСЕВДОТУРБУЛЕНТНОСТИ
В ГАЗОВЗВЕСЯХ
В УСЛОВИЯХ ЛОКАЛЬНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ**

Ю. А. Бувич, В. Г. Марков

(Москва)

В потоках дисперсных систем имеют место интенсивные пульсации частиц и жидкой фазы. Такое пульсационное движение (называемое ниже «псевдотурбулентностью») оказывает обычно определяющее влияние на формирование реологических свойств дисперсных систем и на интенсивность протекающих в них процессов переноса.

Механизм возникновения псевдотурбулентных движений, связанный с работой сил внешнего поля и сил вязкого взаимодействия фаз на флуктуациях концентрации дисперсной системы, подробно обсуждается, например, в [1] на примере взвешенного слоя. Феноменологически наличие псевдотурбулентности выражается в отклонении истинных мгновенных локальных значений скоростей жидкости и частиц, объемной концентрации системы и давления от соответствующих средних значений v , w , ρ и p (называемых ниже «динамическими переменными»). Гидродинамическая модель произвольной дисперсной системы предложена в работе [2]. Ниже результаты [2] применены к исследованию установившейся псевдотурбулентности в неограниченном потоке газозвеси при условии, что градиенты всех динамических переменных кроме давления p пренебрежимо малы. Такую псевдотурбулентность называем «равновесной». В этой работе рассмотрен лишь «неоднородный» режим, когда в системе имеет место агрегирование частиц. Вычислены, в частности, среднеквадратичные скорости пульсаций фаз в этом режиме, эффективные коэффициенты диффузии в разных направлениях и другие характеристики псевдотурбулентности. Оценены размеры возникающих неоднородностей и получен критерий наступления неоднородного режима псевдооживления.

1. Спектральные меры и плотности. Рассматриваем ниже отклонения v' , w' , ρ' , p' как случайные функции координат и времени. Любое такое отклонение можно представить в виде стохастического интеграла Фурье — Стильтьеса, например

$$\rho'(t, \mathbf{r}) = \int e^{i(\omega t + \mathbf{k}\mathbf{r})} dZ_\rho$$

где dZ_ρ — спектральная мера случайного процесса $\rho'(t, \mathbf{r})$. Свойства спектральных мер и правила вычисления различных корреляционных функций рассматриваемых случайных процессов изложены, например, в [3]. Уравнения для спектральных мер dZ_v , dZ_w , dZ_ρ и dZ_p получены и решены в [2]. Их решение для случая газозвеси, когда можно пренебречь тяжестью, импульсом и вязкими напряжениями в газе, имеют вид

$$\begin{aligned} dZ_p &= - \frac{i\omega d_2 \beta K \rho}{[i\omega(1-\rho) + \beta K] k^2} \left[\frac{\omega}{1-\rho} + \left(\frac{1}{1-\rho} + \frac{d \ln K}{d\rho} \right) \mathbf{u}\mathbf{k} \right] dZ_\rho \\ dZ_v &= \left\{ \left[\frac{\omega}{1-\rho} + \left(\frac{1}{1-\rho} + \frac{d \ln K}{d\rho} \right) \mathbf{u}\mathbf{k} \right] \frac{\mathbf{k}}{k^2} - \frac{d \ln K}{d\rho} \mathbf{u} \right\} dZ_\rho \quad (1.1) \\ dZ_w &= \frac{\beta K}{i\omega(1-\rho) + \beta K} \left[\frac{\omega}{1-\rho} + \left(\frac{1}{1-\rho} + \frac{d \ln K}{d\rho} \right) \mathbf{u}\mathbf{k} \right] \frac{\mathbf{k}}{k^2} dZ_\rho \\ \beta &= \frac{9\kappa v_0}{2\alpha^2}, \quad v_0 = \frac{\mu_0}{d_1}, \quad \kappa = \frac{d_1}{d_2}, \quad \mathbf{u} = \mathbf{v} - \mathbf{w} \end{aligned}$$

Здесь d_1 и d_2 — плотности газа и материала частиц, a — радиус частиц, μ_0 — вязкость газа, а $K = K(\rho)$ ($K(0) = 1$) — функция, показывающая, во сколько раз возрастает вязкая сила, действующая со стороны несущего потока газа на частицу в концентрированной газозвеси, относительно расположения частиц в которой неизменно, по сравнению с силой Стокса, действующей на изолированную частицу.

Соотношения (1.1) позволяют выразить спектральные плотности $\Psi_{\varphi\psi}(\omega, \mathbf{k})$ произвольных случайных процессов $\varphi'(t, \mathbf{r})$ и $\psi'(t, \mathbf{r})$ в виде функций от динамических переменных и спектральной плотности $\Psi_{\rho, \rho}(\omega, \mathbf{k})$ случайного процесса $\rho'(t, \mathbf{r})$. Имеем представления

$$\begin{aligned} \Psi_{vi, vj}(\omega, \mathbf{k}) &= \frac{1}{(1-\rho)^2} \left[(\omega + cuk_1)^2 \frac{k_i k_j}{k^4} - (c-1)u(\omega + cuk_1) \times \right. \\ &\times \left. \frac{\delta_{i1} k_j + \delta_{j1} k_i}{k^2} + (c-1)^2 u^2 \delta_{i1} \delta_{j1} \right] \Psi_{\rho, \rho}(\omega, \mathbf{k}), \quad c = 1 + (1-\rho) \frac{d \ln K}{d\rho} \\ \Psi_{wi, wj}(\omega, \mathbf{k}) &= \left(\frac{\omega_0}{1-\rho} \right)^2 \frac{(\omega + cuk_1)^2}{\omega^2 + \omega_0^2} \frac{k_i k_j}{k^4} \Psi_{\rho, \rho}(\omega, \mathbf{k}), \quad \omega_0 = \frac{\beta K}{1-\rho} \\ \Psi_{\rho, vj}(\omega, \mathbf{k}) &= \frac{1}{1-\rho} \left[(\omega + cuk_1) \frac{k_j}{k^2} - (c-1)u\delta_{j1} \right] \Psi_{\rho, \rho}(\omega, \mathbf{k}) \quad (1.2) \\ \Psi_{\rho, wj}(\omega, \mathbf{k}) &= \frac{\omega_0}{1-\rho} \frac{-i\omega + \omega_0}{\omega^2 + \omega_0^2} (\omega + cuk_1) \frac{k_j}{k^2} \Psi_{\rho, \rho}(\omega, \mathbf{k}) \\ \Psi_{vi, wj}(\omega, \mathbf{k}) &= \frac{\omega_0}{(1-\rho)^2} \frac{-i\omega + \omega_0}{\omega^2 + \omega_0^2} \left[(\omega + cuk_1)^2 \frac{k_i k_j}{k^4} - (c-1)u(\omega + \right. \\ &\left. + cuk_1) \frac{k_j \delta_{i1}}{k^2} \right] \Psi_{\rho, \rho}(\omega, \mathbf{k}), \quad \Psi_{\varphi, \psi}(\omega, \mathbf{k}) = \langle dZ_{\varphi}^* dZ_{\psi} \rangle \end{aligned}$$

Координатная ось x_1 выбрана здесь вдоль направления вектора межфазового скольжения \mathbf{u} .

Для спектральной плотности $\Psi_{\rho, \rho}(\omega, \mathbf{k})$ в [2] получено выражение

$$\Psi_{\rho, \rho}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{A}{\pi} \frac{\Phi_{\rho, \rho}(\mathbf{k})}{\omega^2 + (A - B\omega^2)^2}, \quad B = \frac{\text{tr } \mathbf{D}}{\langle \omega'^2 \rangle} = \frac{D_1 + 2D_2}{\langle \omega'^2 \rangle} \quad (1.3)$$

$$A = \mathbf{kDk} = D_1 k_1^2 + D_2 (k_2^2 + k_3^2)$$

Здесь \mathbf{D} — тензор коэффициентов псевдотурбулентной диффузии частиц с собственными значениями $D_1, D_2, D_3 = D_2$, а $\Phi_{\rho, \rho}(\mathbf{k})$ — спектральная плотность величины ρ' , рассматриваемой в фиксированный момент времени, т. е. как случайная функция только от координат.

Если бы частицы были точечными, т. е. их положения могли быть определены с точностью до δ -функций, то из равноправия частиц и статистической однородности пространства следовало бы $\Phi_{\rho, \rho}(\mathbf{k}) = \text{const}$ (см., например, [4]). В действительности положения центров частиц определяются с точностью до некоторого объема σ_f . Учет этого обстоятельства при помощи процедуры сглаживания коротковолновой области спектра флуктуаций концентрации, предложенной Массиньоном [5], позволил получить в работе [6] выражение

$$\Phi_{\rho, \rho}(\mathbf{k}) = \frac{3\sigma_0}{8\pi^3} \rho \left(1 - \frac{\rho}{\rho_*} \right) \frac{\sin kb_f - kb_f \cos kb_f}{(kb_f)^3} \quad \left(\begin{array}{l} \sigma_0 = 4/3\pi a^3 \\ \sigma_f = 4/3\pi b^3 \end{array} \right) \quad (1.4)$$

где ρ_* — концентрация газозвеси в состоянии плотной упаковки. В [6] было принято, что объем σ_f равен просто среднему удельному объему частицы $\sigma = \sigma_0 \rho^{-1}$. Тем самым не учитывались эффекты экранировки смещений некоторой частицы в ее удельном объеме соседними частицами, что

приводило к необходимости учитывать эту экранировку независимо, например, при вычислении эффективных коэффициентов диффузии частиц в концентрированных системах. Здесь в качестве меры объема σ_f используем свободный объем $\sigma_0 - \sigma_*$, где $\sigma_* = \sigma_0 \rho_*^{-1}$, как это делается обычно в статистической физике жидкостей. Тогда имеем

$$b_f = a\rho^{-1/3} (1 - \rho / \rho_*)^{1/3} = b (1 - \rho / \rho_*)^{1/3}$$

Функция $\Phi_{\rho,\rho}(\mathbf{k})$ в форме (1.4) несколько неудобна для последующих вычислений. Поэтому заменим ее приближенно ступенчатой функцией, такой, что интеграл от $\Phi_{\rho,\rho}(\mathbf{k})$ по волновому пространству останется прежним; получим тогда после вычислений

$$\begin{aligned} \Phi_{\rho,\rho}(\mathbf{k}) &= \frac{3}{4\pi} \frac{\rho^2}{k_0^3} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_*}\right) Y(k_0 - k) \\ k_0 = k_{\infty} &= \left(\frac{3\rho\rho}{2}\right)^{1/3} \cdot \left(1 - \frac{\rho}{\rho_*}\right)^{-1/3} \frac{1}{a} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Здесь $Y(x)$ — функция Хевисайда. Отметим, что $\Phi_{\rho,\rho}(\mathbf{k})$ в форме (1.5) можно получить и непосредственно, если использовать вместо метода Массиньона известный метод Дебая, представляющий собой, по существу, метод Массиньона, применяемый не в истинном, а в волновом пространстве (см., например, [1]). Заметим также, что с точностью до постоянного сомножителя выражений (1.4) и (1.5) представляют собой фурье-преобразования одно другого.

Если частицы нельзя считать статистически независимыми и в потоке газовой смеси имеют место коррелированные движения целых групп частиц («пакетов»), формулу (1.5) для $\Phi_{\rho,\rho}$ по-прежнему можно считать справедливой, но $k_0 < k_{\infty}$. Уменьшение k_0 в этом случае отражает просто уменьшение числа степеней свободы системы частиц при появлении корреляционных связей между ними и соответствующее убывание числа гармоник в фурье-представлении флуктуаций концентрации газовой смеси. Уравнение для определения k_0 рассмотрено ниже.

Интегрируя спектральные плотности (1.2) по частоте ω и используя при этом соотношение (1.3), получаем выражения для частичных спектральных плотностей

$$\begin{aligned} \Phi_{v_i, v_j}(\mathbf{k}) &= \frac{\Phi_{\rho,\rho}(\mathbf{k})}{(1-\rho)^2} \left[\left(\frac{A}{B} + c^2 u^2 k_1^2 \right) \frac{k_i k_j}{k^4} - c(c-1) u^2 \frac{k_1 (\delta_{i1} k_j + \delta_{j1} k_i)}{k^2} + \right. \\ &\quad \left. + (c-1)^2 u^2 \delta_{i1} \delta_{j1} \right], \\ \Phi_{w_i, w_j}(\mathbf{k}) &= \frac{\omega_0^2 \Phi_{\rho,\rho}(\mathbf{k})}{(1-\rho)^2} \frac{A}{A + \omega_0 + B\omega_0^2} \left(1 + c^2 u^2 k_1^2 \frac{1 + B\omega_0}{A\omega_0} \right) \frac{k_i k_j}{k^4}, \\ \Phi_{\rho, v_j}(\mathbf{k}) &= \frac{\Phi_{\rho,\rho}(\mathbf{k})}{1-\rho} \left[c \frac{k_1 k_j}{k^2} - (c-1) \delta_{j1} \right] u, \\ \Phi_{\rho, w_j}(\mathbf{k}) &= \frac{\omega_0 \Phi_{\rho,\rho}(\mathbf{k})}{1-\rho} \frac{A}{A + \omega_0 + B\omega_0^2} \left(\frac{1}{\omega_0} + c u k_1 \frac{1 + B\omega_0}{A\omega_0} \right) \frac{k_j}{k^2} \quad (1.6) \\ \Phi_{v_i, w_j}(\mathbf{k}) &= \frac{\omega_0^2 \Phi_{\rho,\rho}(\mathbf{k})}{(1-\rho)^2} \frac{A}{A + \omega_0 + B\omega_0^2} \left\{ \left[\left(1 + c^2 k_1^2 u^2 \right) \frac{k_i k_j}{k^4} - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - c(c-1) u^2 \frac{k_1 k_j \delta_{i1}}{k^2} \right] \frac{1 + B\omega_0}{A\omega_0} - i \left(2c k_1 \frac{k_i k_j}{k^4} - (c-1) \frac{k_j \delta_{i1}}{k^2} \right) \frac{u}{\omega_0} \frac{1 + B\omega_0}{A\omega_0} \right\} \end{aligned}$$

Соотношения (1.6) содержат величину B , которая согласно (1.3) зависит от неизвестных $\langle w'^2 \rangle$, D_1 и D_2 . Для дальнейшего необходимо найти явные представления этих неизвестных через динамические переменные.

2. Характеристики равновесной псевдотурбулентности. Используем для определения D_1 , D_2 формулу

$$D_j \approx \int_0^\infty d\tau \iint e^{i\omega\tau} \Psi_{w_i, w_j}(\omega, \mathbf{k}) d\omega d\mathbf{k} = \int_0^\infty R_{w_i, w_j}(\tau, 0) d\tau \quad (2.1)$$

$$R_{w_i, w_j}(\tau, \xi) = \langle w_i'(t, \mathbf{r}) w_j'(t + \tau, \mathbf{r} + \xi) \rangle$$

(суммирование по j здесь не производится). Используя при интегрировании в (2.1) соотношения (1.2), (1.3), (1.5) и меняя порядок интегрирования по ω и τ , получаем уравнения

$$D_1 = \frac{2\pi c^2 u^2}{(1-\rho)^2 k_0^2} \frac{\Phi}{D_1 - D_2} \left(\frac{1}{3} - r^2 + r^2 \operatorname{arctg} \frac{1}{r} \right), \quad \Phi = \frac{3}{4\pi} \rho^2 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_*} \right)$$

$$D_2 = \frac{\pi c^2 u^2}{(1-\rho)^2 k_0^2} \frac{\Phi}{D_1 - D_2} \left(\frac{2}{3} + r^2 - r(1+r^2) \operatorname{arctg} \frac{1}{r} \right), \quad r^2 = \frac{D_2}{D_1 - D_2}$$

Из (2.2) имеем универсальное трансцендентное уравнение для r

$$\alpha = \frac{r^2}{1+r^2} = \frac{1 + \frac{3}{2}r^2 - \frac{3}{2}r(1+r^2) \operatorname{arctg}(1/r)}{1 - 3r^2 + 3r^3 \operatorname{arctg}(1/r)}, \quad \alpha = \frac{D_2}{D_1} \quad (2.3)$$

Нетрудно показать, что уравнение (2.3) имеет единственный положительный корень $r \approx 0.855$; соответствующее значение $\alpha \approx 0.4221$. Таким образом, отношение коэффициентов псевдотурбулентной диффузии частиц в продольном (вдоль u) и поперечном направлении представляет собой универсальную постоянную, не зависящую ни от динамических переменных, ни от физических параметров фаз.

Разрешая уравнения (2.2), имеем тогда

$$D_1 = \frac{2cu}{(1-\rho)k_0} \left[\pi\Phi(1+r^2) \left(\frac{1}{3} - r^2 + r^3 \operatorname{arctg} \frac{1}{r} \right) \right]^{1/2}, \quad D_2 = 0.422D_1$$

Или, подставляя сюда r и α , получаем окончательно

$$D_1 = \frac{0.859cu}{k_0} \frac{\rho}{1-\rho} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_*} \right)^{1/2}, \quad D_2 = 0.422D_1 \quad (2.4)$$

Аналогично (2.1) имеем уравнение для

$$\langle w'^2 \rangle = \frac{\omega_0}{(1-\rho)^2} \int \frac{\Phi_{\rho, \rho}(\mathbf{k})}{k^2} \frac{A\omega_0 + c^2 u^2 k_1^2 (1 + B\omega_0)}{A + \omega_0(1 + B\omega_0)} d\mathbf{k} \quad (2.5)$$

Уравнение для k_0 (при $k_0 < k_{\infty}$) получим приравняв диссипацию ε_1 энергии псевдотурбулентности мелкомасштабными изотропными «дрожаниями» частиц в пределах их удельных объемов вязкой (броуновской) диссипации ε_2 энергии этих дрожаний силами вязкости. Такое же уравнение в несколько иных целях было использовано в работе [6]. Фактически предполагается, что диссипация псевдотурбулентной энергии в тепло осуществляется через посредство указанных мелкомасштабных дрожаний, подробное обсуждение этого условия в связи с данными экспериментов содержится в [7].

Для ε_2 используем обычное выражение, следующее из теории броуновского движения:

$$\varepsilon_2 = 3\rho d_2 \beta^2 K^2 D_m,$$

где D_m — коэффициент диффузии, вызываемой рассматриваемыми дрожаниями.

Величину ε_1 представим в виде, обычном в гидродинамике вязкой жидкости с эффективной вязкостью $\mu_m = \rho d_2 D_m$. Последнее можно сделать, строго говоря, лишь если линейный масштаб псевдотурбулентности намного выше среднего расстояния между частицами в системе, т. е. $k_0 \ll \ll k_\infty$. Для течений газозвесей это обычно так. Аналогично [7] получим тогда уравнение

$$3\beta^2 K^2 = \frac{\omega_0}{(1-\rho)^2} \int \Phi_{\rho, \rho}(\mathbf{k}) \frac{A\omega_0 + c^2 u^2 k_1^2 (1 + B\omega_0)}{A + \omega_0(1 + B\omega_0)} d\mathbf{k} \quad (2.6)$$

Уравнение (2.6) отличается от такого же уравнения в [7] отсутствием в правой части члена, обусловленного «сжимаемостью» диспергированной фазы (отличием дивергенции \mathbf{w}' от нуля) за счет возможных изменений концентрации газозвеси в потоке. Последнее уточнение введено потому, что такая «сжимаемость» не сопровождается диссипацией энергии.

Введем безразмерные параметры

$$\Omega = \frac{\omega_0}{D_1 k_0^2}, \quad \Delta = (1 + 2\alpha) \frac{D_1 \omega_0}{\langle w'^2 \rangle}, \quad Z = \frac{D_1 k_0}{c\alpha} \quad (2.7)$$

Из выражения (2.4) для D_1 величину Z можно записать в виде

$$Z^2 = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{\rho}{1-\rho} \right)^2 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_*} \right), \quad \gamma = 1.3563$$

Уравнения (2.5) и (2.6) запишутся тогда в форме

$$\frac{1 + 2\alpha}{\Delta} = \mathfrak{Z}_1 \int_0^1 \int_0^1 \frac{\Omega Z^2 [t^2 + \alpha(1-t^2)] + (1 + \Delta)t^2}{\xi^2 [t^2 + \alpha(1-t^2)] + (1 + \Delta)\Omega} \xi^2 d\xi dt$$

$$\Omega = \frac{\gamma}{(1-\rho)^2} \int_0^1 \int_0^1 \frac{\Omega Z^2 [t^2 + \alpha(1-t^2)] + (1 + \Delta)t^2}{\xi^2 [t^2 + \alpha(1-t^2)] + (1 + \Delta)\Omega} \xi^4 d\xi dt \quad (2.8)$$

Эти уравнения решались на БЭСМ при разных ρ в интервале от нуля до $\rho_* = 0.6$. Полученные зависимости приведены в табл. 1. Значения параметра Ω вместе с выражением (2.4) для D_1 определяют величину k_0 . Это k_0 имеет смысл лишь при $k_0 < k_\infty$. Если решение k_0 системы (2.5), (2.6) оказывается больше k_∞ из (1.5), то нужно взять $k_0 \equiv k_\infty$.

Таблица 1

Зависимость Ω , Δ , X_j ($j=1, 2, 4, 6, 8$) от ρ . При $\rho=0$ имеем $\Omega=0.2165$, $\Delta=1.5403$, $X_j=0$; при $\rho=0.6$ — $\Omega=0.6912$, $\Delta=3.2481$, $X_j=0$

ρ	Ω	Δ	$10^3 X_1$	$10^3 X_2$	$10^3 X_4$	$10^3 X_6$	X_8
0.05	0.2329	1.5968	0.2917	0.1059	0.1694	0.4782	99.243
0.10	0.2513	1.6596	1.2294	0.4444	0.6880	1.9037	45.690
0.15	0.2721	1.7293	2.9041	1.0464	1.5684	4.2332	28.006
0.20	0.2958	1.8073	5.3930	1.9392	2.8153	7.3710	19.290
0.25	0.3229	1.8956	8.7397	3.1357	4.4155	11.144	14.167
0.30	0.3542	1.9964	12.906	4.6243	6.3202	15.273	10.850
0.35	0.3906	2.1129	17.697	6.3360	8.4105	19.326	8.5777
0.40	0.4333	2.2497	22.613	8.0901	10.435	22.647	6.9837
0.45	0.4834	2.4142	26.577	9.4938	11.893	24.255	5.8890
0.50	0.5426	2.6184	27.439	9.7592	11.782	22.638	5.2573
0.55	0.6118	2.8830	21.085	7.4179	8.7336	15.736	5.3949

Ниже рассматриваем лишь «неоднородные» режимы течения газозвесей, когда в них образуются «пакеты» совместно движущихся частиц, полости, содержащие чистый газ, и т. п. [8], причем ввиду наличия корреляционных связей между поведением соседних частиц $k_0 < k_\infty$. Анализ однородных течений, когда частицы можно считать статистически независимыми и $k_0 = k_\infty$, существенно отличается от приводимого и должен рассматриваться независимо. В этом случае имеем единственное первое уравнение из системы (2.8) и соотношение $k_0 = k_\infty$ вместо второго уравнения.

Используя выражения для спектральных плотностей из п. 1, имеем

$$\langle v_i' p' \rangle = \langle w_i' p' \rangle = \langle \rho' p' \rangle = \langle v_1' v_2' \rangle = \langle w_1' w_2' \rangle = \langle v_1' w_2' \rangle = \langle v_2' w_1' \rangle = \langle \rho' v_2' \rangle = \langle \rho' w_2' \rangle = 0$$

Ненулевые средние представляются в виде

$$X_1 = \frac{\langle w_1'^2 \rangle}{c^2 u^2} = \frac{3\gamma\Omega Z^2}{1-\alpha} \{ \Omega Z^2 [\alpha J_2 + (1-\alpha) J_4] + (1+\Delta) J_4 \} \quad (2.9)$$

$$X_2 = \frac{\langle w_2'^2 \rangle}{c^2 u^2} = \frac{3\gamma\Omega Z^2}{2(1-\alpha)} \{ \Omega Z^2 [\alpha J_0 + (1-2\alpha) J_2 - (1-\alpha) J_4] + (1+\Delta) (J_2 - J_4) \}, \quad \langle w_2'^2 \rangle \equiv \langle v_2' w_2' \rangle$$

$$X_3 = \frac{\langle v_1'^2 \rangle}{c^2 u^2} = \gamma Z^2 \left[\frac{1}{15} \frac{3+2\alpha}{1+2\alpha} X_0 + \frac{1}{5} - \frac{2}{3} \frac{c-1}{c} + \left(\frac{c-1}{c} \right)^2 \right]$$

$$X_4 = \frac{\langle v_2'^2 \rangle}{c^2 u^2} = \frac{\gamma Z^2}{15} \left(\frac{1+4\alpha}{1+2\alpha} X_0 + 1 \right), \quad X_0 = \frac{\Omega Z^2 (1+2\alpha)}{\Delta}$$

$$X_5 = \frac{3\gamma\Omega Z^2}{1-\alpha} \left\{ \Omega Z^2 [\alpha J_2 + (1-\alpha) J_4] + (1+\Delta) \left(J_4 - \frac{c-1}{c} J_2 \right) \right\}$$

$$X_6 = \frac{3\gamma\Omega Z^2}{1-\alpha} (1+\Delta) (1-\rho) J_2, \quad X_5 = \frac{\langle v_1' w_1' \rangle}{c^2 u^2}, \quad X_6 = \frac{\langle \rho' w_1' \rangle}{cu}$$

$$X_7 = \frac{\langle \rho' v_1' \rangle}{cu} = \gamma Z^2 (1-\rho) \left(\frac{1}{c} - \frac{2}{3} \right), \quad X_8 = \frac{cuk_0}{\omega_0} = \frac{1}{\Omega Z}$$

$$J_m = \int_0^1 \int_0^1 \frac{t^m dt d\xi}{t^2 + \tau^2(\xi)}, \quad \tau^2(\xi) = \frac{\alpha \xi^2 + \Omega(1+\Delta)}{(1-\alpha)\xi^2}$$

$$J_0 = \frac{1-\alpha}{\alpha} (Y_1 - Y_2), \quad J_2 = \left(\Omega Z^2 + \frac{1+\Delta}{1-\alpha} \right)^{-1} \left(\frac{1+2\alpha}{3\gamma\Delta} - \frac{\alpha}{1-\alpha} \Omega Z^2 J_0 \right)$$

$$J_4 = \frac{1}{3} - \frac{3}{2} \frac{\alpha}{1-\alpha} J_2 + \frac{1}{2} \frac{\alpha + \Omega(1+\Delta)}{1-\alpha} (1 - Y_1) - \frac{1}{2} Y_2$$

$$Y_1 = \left(\frac{\alpha\Omega(1+\Delta)}{1-\alpha} \right)^{1/2} \arctg \left(\frac{1-\alpha}{\alpha\Omega(1+\Delta)} \right)^{1/2}$$

$$Y_2 = (\Omega(1+\Delta))^{1/2} \arctg (\Omega(1+\Delta))^{-1/2}$$

Конкретные расчеты параметров (2.9) также проводили на ЭВМ, причем всегда предполагалось $\rho_* = 0.6$. Зависимости величин X_j ($j = 1, 2, 4, 6, 8$) от ρ собраны в табл. 1. Величины X_j ($j = 3, 5, 7$) зависят от вида функции $K(\rho)$. Экспериментальные данные об этой функции приведены в [9]; однако достаточно удобная эмпирическая формула для $K(\rho)$, пригодная во всем интервале изменения ρ при разных значениях критериев Рейнольдса и Архимеда, в [9] отсутствует. Здесь для простоты используем приближенную формулу вида

$$K(\rho) = (1-\rho)^{-n}, \quad c = 1+n \quad (2.10)$$

Параметр n изменяется от 1-2 при больших значениях чисел Рейнольдса и Архимеда до 3-4 при малых значениях этих чисел. Например, согласно [10] n изменяется от 1.39 до 3.65, согласно [11] — от 1.375 до 3.75. Следует, однако, отметить, что данные [10, 11] получены для слоя частиц, находящихся в псевдооживленном состоянии, т. е. совершающих псевдотурбулентные движения. Тем не менее, согласно [9], значения параметра n для слоя неподвижных частиц близки к указанным. Ниже все расчеты проведены для значений n от 1 до 4, зависимости параметров X_j ($j = 3, 5, 7$) при этих n приведены в табл. 2.

Введем отношения

$$N_v = \frac{\langle v_2'^2 \rangle}{\langle v_1'^2 \rangle} = \frac{X_4}{X_3}, \quad N_w = \frac{\langle w_2'^2 \rangle}{\langle w_1'^2 \rangle} = \frac{X_2}{X_1}$$

Таблица 2

Зависимость X_j ($j=3, 5, 7$) от ρ и n . Первые числа в клетках таблицы дают $10^3 X_3$, вторые — $10^3 X_5$, третьи — $10^3 X_7$

ρ	$n=1.0$	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
0.05	0.2964	0.4065	0.5080	0.5944	0.6667	0.7275	0.7789
	0.0401	-0.0103	-0.0433	-0.0678	-0.0858	-0.0993	-0.1109
	-0.4020	-0.6433	-0.8041	-0.9190	-1.0051	-1.0721	-1.1257
0.10	1.2033	1.6491	2.0606	2.4106	2.7036	2.9497	3.1580
	0.1718	-0.0397	-0.1807	-0.2815	-0.3570	-0.4158	-0.4628
	-1.5432	-2.4691	-3.0864	-3.5273	-3.8580	-4.1152	-4.3210
0.15	2.7411	3.7532	4.6375	5.4819	6.1473	6.7059	7.1788
	0.4140	-0.0340	-0.4160	-0.6532	-0.8311	-0.9694	-1.0801
	-3.3088	-5.2941	-6.6176	-7.5630	-8.2721	-8.8235	-9.2647
0.20	4.9143	6.7203	8.3870	9.8042	10.991	11.983	12.831
	0.7862	-0.1352	-0.7494	-1.1882	-1.5173	-1.7732	-1.9779
	-5.5556	-8.8889	-10.111	-12.693	-13.889	-14.815	-15.556
0.25	7.6969	10.506	13.093	15.303	17.149	18.699	20.012
	1.3105	-0.1754	-1.1659	-1.8735	-2.4041	-2.8169	-3.1471
	-3.1019	-12.963	-16.204	-18.519	-20.255	-21.605	-22.635
0.30	10.997	14.977	18.650	21.774	24.390	26.537	28.446
	1.9965	-0.1354	-1.6400	-2.6791	-3.4533	-4.0644	-4.5493
	-10.714	-17.143	-21.429	-24.490	-26.786	-28.571	-30.000
0.35	14.604	19.839	24.672	28.781	32.222	35.112	37.558
	2.8303	-0.1430	-2.1252	-3.5410	-4.6029	-5.4288	-6.0896
	-13.088	-20.940	-26.175	-29.915	-32.719	-34.900	-36.645
0.40	18.083	24.502	30.428	35.467	39.638	43.231	46.221
	3.7400	0.0344	-2.5508	-4.3482	-5.6962	-6.7447	-7.5834
	-14.815	-23.704	-29.630	-33.862	-37.037	-39.506	-41.481
0.45	20.584	27.837	34.531	40.223	44.990	48.994	52.382
	4.5261	0.1161	-2.8240	-4.9240	-6.4991	-7.7241	-8.7041
	-15.341	-24.545	-30.632	-35.065	-38.352	-40.909	-42.995
0.50	20.532	27.754	34.421	40.090	44.838	48.824	52.199
	4.7513	0.2137	-2.8113	-4.9721	-6.5993	-7.8531	-8.8614
	-13.839	-22.222	-27.778	-31.746	-34.722	-37.037	-38.889
0.55	15.145	20.539	25.519	29.753	33.299	36.277	38.797
	3.6014	0.1046	-2.2265	-3.8917	-5.1405	-6.1119	-6.8839
	-9.3364	-14.938	-18.673	-21.340	-23.341	-24.897	-26.142

Легко видеть, что первое из них зависит от ρ и n , второе — только от ρ , причем зависимость от ρ весьма слаба, так что N_p и N_w успешно могут быть аппроксимированы постоянными. Например, при изменении ρ от 0.05 до 0.55 величина N_w монотонно изменяется от 0.3630 до 0.3518, а N_p при $n=2$ и $n=4$ — от 0.3335 до 0.3423 и от 0.2175 до 0.2251 соответственно. Отметим, что N_p существенно убывает с увеличением n .

Полный поток газа Q относительно неподвижной диспергированной фазы равен сумме «регулярного» и «нерегулярного» псевдотурбулентного потоков

$$Q = (1 - \rho) u_Q = (1 - \rho) u - \langle \rho' v_1' \rangle = (1 - \rho) \varphi u, \\ \varphi = 1 - (1 - \rho)^{-1} c X_7 \quad (2.11)$$

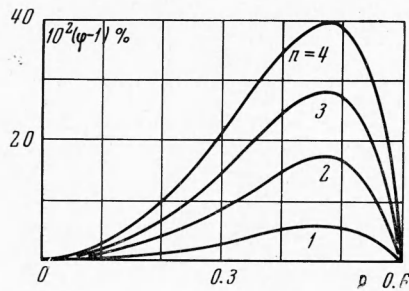
Величина φ показывает, во сколько раз полный поток Q превышает регулярный поток $(1 - \rho) u$; ее зависимости от ρ при разных n приведены на фиг. 1. Ввиду отрицательности X_7 в табл. 2 псевдотурбулентный поток положителен и при достаточно больших n может составлять до 30—40%

регулярного. Соотношение (24) позволяет выразить все характеристики псевдотурбулентности из (2.9) через наблюдаемую величину — полный относительный поток газа Q .

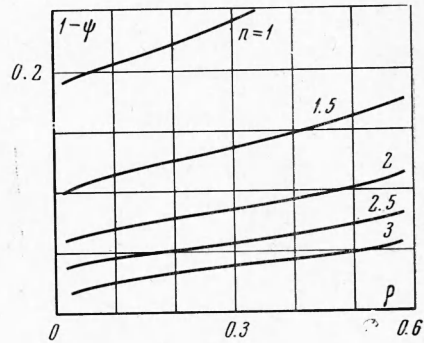
Для уравнения переноса псевдотурбулентной энергии в неравновесных условиях представляет интерес величина [2]

$$\psi = 1 - \frac{\langle v'w' \rangle^2}{\langle v'^2 \rangle \langle w'^2 \rangle} = 1 - \frac{(X_5 + 2X_2)}{(X_1 + 2X_2)(X_3 + 2X_4)}$$

Зависимость ψ от ρ и n иллюстрируется на фиг. 2. Отличие ψ от единицы существенно лишь при малых n , причем для всех n величину ψ можно аппроксимировать линейной функцией от ρ .



Фиг. 1



Фиг. 2

Выражая k_0 через X_8 из (2.9) и используя ω_0 и k_∞ из (1.2) и (1.5), запишем условие локальной неоднородности газозвеси в виде

$$k_0 = \frac{\beta K}{1-\rho} \frac{X_8}{cu}, \quad \frac{\beta Ka}{u} < \left(\frac{3\pi\rho}{2} \right)^{1/3} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_*} \right)^{-1/3} \frac{c(1-\rho)}{X_8} \quad (2.12)$$

Подробное обсуждение этого условия приведено ниже, но уже из (2.12) видно, что любая газозвесь в достаточно разреженном ($\rho \sim 0$) или близком к плотноупакованному ($\rho \sim \rho_*$) состояниях должна рассматриваться как локально-однородная, т. е. $k_0 = k_\infty$.

Таким образом, все псевдотурбулентные средние выражены через динамические переменные. При необходимости таким же путем можно получить выражения и для различных корреляционных функций.

3. Исследование равновесной псевдотурбулентности и ее влияния на среднее движение. В безградиентном стационарном потоке (т. е. в равновесных условиях) динамические уравнения из [2] имеют вид

$$-\frac{1}{d_2} \frac{dp}{dr} + g + \beta K_1 u = 0, \quad -\frac{1-\rho}{d_2} \frac{dp}{dr} - \beta \rho K_1 u = 0 \quad (3.1)$$

$$K_1 = \frac{K}{\chi} = K + c(X_7 - X_8) \frac{dK}{d\rho} + \frac{\rho^2}{2} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_*} \right) \frac{d^2 K}{d\rho^2}$$

Здесь \mathbf{g} — вектор ускорения внешнего массового поля.

Решение системы (3.1) имеет форму

$$\frac{dp}{dr} = \rho d_2 g, \quad \mathbf{u} = -\frac{(1-\rho)\mathbf{g}}{\beta K_1} = -\frac{\chi(1-\rho)\mathbf{g}}{\beta K} \quad (3.2)$$

Параметр χ показывает, во сколько раз вязкое сопротивление неподвижной зернистой насадки больше сопротивления слоя частиц той же пористости, находящегося в состоянии равновесного псевдотурбулентного дви-

жения, при равном нулю псевдотурбулентном потоке. Действительно, в неподвижной насадке скорость газа u^* равна

$$u^* = - \frac{(1-\rho)g}{\beta K}, \quad \frac{u}{u^*} = \frac{K}{K_1} = \chi$$

Соответствующее отношение полных относительных потоков равно

$$\frac{u_Q}{u^*} = \Phi \chi > 1 \quad (3.3)$$

Эта же величина $\Phi \chi$ характеризует отношение эффективных вязких сопротивлений неподвижного и подвижного слоев одинаковой пористости при одинаковом потоке газа Q . Таким образом, перепад давления, необходимый для обеспечения определенного потока газа через слой хаотически пульсирующих частиц, ниже такого перепада для слоя регулярно упакованных неподвижных частиц. Это снижение эффективного сопротивления частиц, вовлеченных в псевдотурбулентное движение, вызвано двумя факторами, действующими в одинаковом направлении:

1) появлением положительного псевдотурбулентного потока $\langle \rho' v_1' \rangle$, увеличивающего полный поток газа при фиксированном градиенте давления, и

2) появлением отрицательной флуктуационной добавки к силе вязкого межфазового взаимодействия.

Первое явление обусловлено, очевидно, сравнительно облегченным «прорывом» газа через участки с повышенной в результате флуктуаций пористостью.

Второе явление связано с тем, что газ, прорывающийся через такие участки, испытывает пониженное сопротивление, причем это снижение не компенсируется повышением сопротивления газу, протекающему через объемы с пониженной пористостью. Кроме того, флуктуации пористости вызывают некоторое повышение сопротивления регулярному потоку за счет нелинейности функции $K(\rho)$ (последний член в скобках во второй строке (3.1)). Как легко усмотреть, влияние последнего эффекта, рассматривавшегося ранее в [12], весьма незначительно даже при большой нелинейности (например, высоких n в (2.10)).

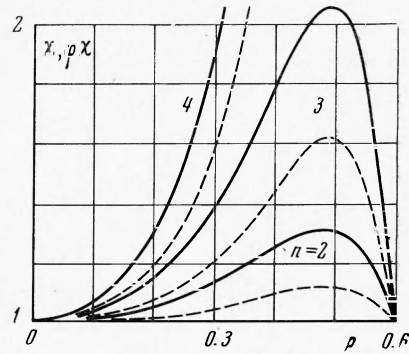
При выполнении соотношения (2.10) для χ имеем представление

$$\chi = \left\{ 1 + n(n+1) \left[\frac{X_7 - X_6}{1-\rho} + \frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{1-\rho} \right)^2 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_*} \right) \right] \right\}^{-1}$$

Зависимости χ (пунктир) и $\Phi \chi$ (сплошные кривые) от ρ при различных n представлены на фиг. 3. Оба эти коэффициента, рассматриваемые как функции ρ , имеют максимумы при $\rho = 0.45-0.50$ ($\rho_* = 0.60$). В частности, при $n = 3$ возможно, как легко видеть из фиг. 3, 50%-ное снижение сопротивления системы флуктуирующих частиц по сравнению с системой неподвижных частиц. С ростом n коэффициенты χ и $\Phi \chi$ резко возрастают. Однако высокие значения n крайне маловероятны для локально-неоднородных систем, ибо, как правило, при таких n система локально-однородна, и предлагаемый анализ к ней неприменим. Качественно эффекты снижения сопротивления рассматривались ранее в [7].

Отмеченное снижение сопротивления неоднократно наблюдалось в опытах с псевдооживленным слоем и достигало 20–50% (см., например, ссылки в [8], а также [13, 14]). В работе [15] это явление связывается с медленной циркуляцией взвешенного материала внутри слоя, в [13, 14] оно объясняется эффектом «спрямления» каналов между частицами в условиях развитого псевдооживления, т. е. в конечном итоге пульсациями частиц. Вторая точка зрения подвергалась сомнению в [8] на том основании, что генерация псевдотурбулентности требует дополнительных затрат энергии несущего потока дисперсионной среды. Но несмотря на этот дополнительный расход энергии, флуктуации пористости настолько облегчают прорыв газа через участки с пониженным содержанием частиц, что его полный поток оказывается все же выше, чем в аналогичной системе без флуктуаций.

Можно полагать также, что по этим же причинам эффективное сопротивление неподвижной насадки с упорядоченной укладкой частиц будет отличаться от сопротивления неподвижной, но неупорядоченной насыпки той же пористости. Некоторые сравнительные данные, подтверждающие этот вывод, приведены в [14].



Фиг. 3

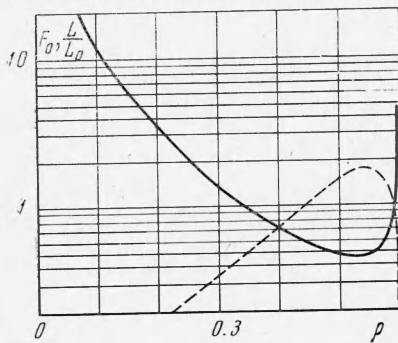
Рассмотрим подробнее условие неоднородности (2.12). Используя (2.11) и (3.2), запишем это условие в форме

$$\bar{F} = \frac{Q^2}{2ag} > \bar{F}_0 = \frac{(1-\rho)^2 \chi \Phi^2 X_8}{2c} \left(\frac{2}{3\pi\rho} \right)^{1/3} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_*} \right)^{1/3} \quad (3.4)$$

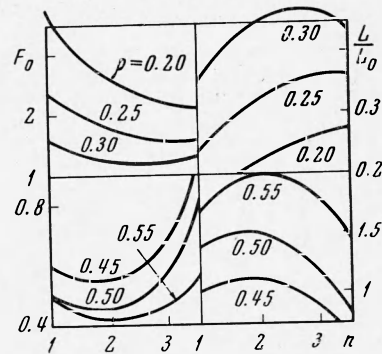
Здесь F — число Фруда течения. Зависимость критического числа Фруда F_0 , при переходе через которое локально-неоднородный режим течения сменяется локально-однородным, от ρ при $n = 1$ показана на фиг. 4 сплошной кривой, а соответствующая зависимость безразмерной длины

$$\frac{L}{L_0} = \frac{1}{k_0 L_0} = \frac{c}{\chi \Phi^2 (1-\rho)^2 X_8}, \quad L_0 = \frac{Q^2}{g} \quad (3.5)$$

пунктиром. Ясно, что L (а в некотором смысле также L_0) характеризует пространственный масштаб псевдотурбулентных движений и может рас-



Фиг. 4



Фиг. 5

считываться также как некий средний размер неоднородностей, возникающих в равновесных условиях. Из фиг. 4 видно, что L/L_0 монотонно (и почти экспоненциально) возрастает с ρ , достигает максимума при $\rho \approx 0.55$, а затем резко падает до нуля. Критическое число Фруда F_0 убывает с увеличением ρ , достигает минимума и далее быстро возрастает. При $\rho \rightarrow 0$ и $\rho \rightarrow \rho_*$ число $F_0 \rightarrow \infty$ и $L/L_0 \rightarrow 0$. Кривые L/L_0 и F_0 при других n ведут себя аналогично. Зависимость F_0 и L/L_0 от n при некоторых ρ (цифры у кривых) показана на фиг. 5.

Критерий локальной однородности $F < F_0$ фактически совпадает с полуэмпирическим критерием $F \leq 1$, предложенным Вильгельмом и Квоком [16], рассматривавшим псевдооживление слоя частиц различными потоками дисперсионной среды (см. также [14]). Формула (3.5) имеет ту же структуру, что и выражение для максимального размера устойчивого газового пузыря в псевдооживленном слое, полученное в [8]; однако масштаб L оказывается на несколько порядков ниже диаметра такого устойчивого пузыря. Подчеркнем, что условие (3.4) и уравнение (3.5) характеризуют, конечно, локальные свойства системы, связанные с ее структурой, но отнюдь не гидродинамические возмущения, которые могут возникнуть в потоке при нарушении устойчивости.

Рассмотрим монотонное расширение псевдооживленного слоя частиц с данными свойствами при увеличивающемся потоке газа. Вблизи от начала псевдооживления слой локально-однороден. При дальнейшем увеличении Q возможны два варианта: либо $F < F_0$ во всей области существования слоя, и псевдооживление однородно при всех ρ , либо же кривые $F(\rho)$ и $F_0(\rho)$ пересекаются при некотором $\rho = \rho_+$, причем, как видно из фиг. 4, ρ_+ очень близка к ρ_* . При переходе через ρ_+ наступает неоднородный режим, который неизбежно снова сменяется однородным при некотором $\rho = \rho_-$, не обязательно близком к нулю. Описанная картина смены режимов согласуется с экспериментальными фактами [8, 13, 14].

Среднеквадратичные псевдотурбулентные скорости фаз можно охарактеризовать при помощи чисел N_v , N_w , введенных выше, и величин

$$\frac{\langle v'^2 \rangle}{Q^2} = \left(\frac{c}{\varphi(1-\rho)} \right)^2 (X_3 + 2X_4), \quad \frac{\langle w'^2 \rangle}{Q^2} = \left(\frac{c}{\varphi(1-\rho)} \right)^2 (X_1 + 2X_2)$$

Значения этих величин при разных ρ и n собраны в табл. 3. Видно, что при не слишком малых ρ псевдотурбулентные скорости обеих фаз совпадают по порядку величины с потоком Q , что качественно согласуется (равно как и зависимость $\langle v'^2 \rangle$ и $\langle w'^2 \rangle$ от ρ) с многочисленными экспериментальными фактами (см. библиографию в [13, 14]).

Эффективные псевдотурбулентные давления (нормальные напряжения) P_j диспергированной фазы в продольном и поперечном направлениях с учетом мгновенности передачи импульса в материале частиц представляются в форме [7]

$$\Pi_j = \frac{P_j}{d_2 Q^2} = \rho \left[1 - \left(\frac{\rho}{\rho_*} \right)^{1/3} \right]^{-1} \frac{\langle w_j'^2 \rangle}{Q^2} \quad (3.6)$$

Значения Π_j приведены в табл. 4. Нетрудно видеть, что давления P_j , входящие в динамические уравнения из [2], могут оказывать весьма сильное влияние на движение газозвеси в неравновесных условиях.

Коэффициенты диффузии частиц характеризуются отношением α в (2.3), (2.4) и величиной

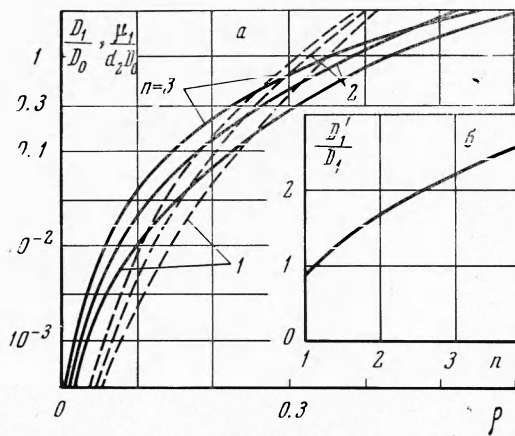
$$\frac{D_1}{D_0} = \frac{0.859c^2\rho}{\chi\varphi^3(1-\rho)^4 X_8} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_*} \right)^{1/2}, \quad D_0 = \frac{Q^3}{g} \quad (3.7)$$

Таблица 3

Зависимость величин $\langle v'^2 \rangle / Q^2$ и $\langle w'^2 \rangle / Q^2$ (соответственно первые и вторые цифры в клетках таблицы) от ρ и n

	$n = 1.0$	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
0.05	0.0028 0.0022	0.0051 0.0035	0.0084 0.0050	0.0126 0.0068	0.0177 0.0089	0.0237 0.0112	0.0306 0.0138
0.10	0.0127 0.0104	0.0230 0.0161	0.0374 0.0231	0.0557 0.0312	0.0779 0.0404	0.1038 0.0508	0.1335 0.0623
0.15	0.0320 0.0272	0.0578 0.0419	0.0931 0.0594	0.1374 0.0797	0.1905 0.1025	0.2518 0.1273	0.3210 0.1555
0.20	0.0641 0.0564	0.1142 0.0857	0.1817 0.1202	0.2652 0.1593	0.3633 0.2027	0.4750 0.2500	0.5990 0.3008
0.25	0.1126 0.1023	0.1974 0.1533	0.3095 0.2118	0.4453 0.2770	0.6019 0.3473	0.7767 0.4235	0.9672 0.5034
0.30	0.1817 0.1703	0.3128 0.2509	0.4821 0.3413	0.6829 0.4396	0.9094 0.5441	1.1570 0.6535	1.4217 0.7666
0.35	0.2749 0.2657	0.4645 0.3848	0.7036 0.5150	0.9803 0.6532	1.2869 0.7969	1.6146 0.9442	1.9581 1.0936
0.40	0.3930 0.3914	0.6525 0.5579	0.9729 0.7357	1.3363 0.9205	1.7311 1.1089	2.1453 1.2936	2.5733 1.4877
0.45	0.5265 0.5405	0.8634 0.7619	1.2734 0.9948	1.7329 1.2333	2.2244 1.4734	2.7352 1.7122	3.2562 1.9476
0.50	0.6353 0.6743	1.0428 0.9509	1.5384 1.2420	2.0938 1.5403	2.6383 1.8407	3.3064 2.1395	3.9363 2.4343
0.55	0.5939 0.6541	1.0001 0.9453	1.5109 1.2626	2.1011 1.5984	2.7511 1.9466	3.4453 2.3027	4.1711 2.6630

Зависимость безразмерного коэффициента диффузии в продольном направлении D_1 / D_0 от ρ при трех значениях n проиллюстрирована на фиг. 6, а сплошными кривыми.



Фиг. 6

Выражения для коэффициентов переноса импульса и псевдотурбулентной энергии диспергированной фазы получатся из выражений для соответствующих коэффициентов диффузии при учете мгновенности передачи импульса и энергии в материале частиц [7]. В результате имеем

$$\begin{aligned} \frac{\mu_1}{d_2 D_0} &= \\ &= \frac{\lambda_1}{d_2 D_0} = \rho \left[1 - \left(\frac{\rho}{\rho_*} \right)^{1/3} \right]^{-1} \frac{D_1}{D_0} \\ \frac{\mu_2}{d_2 D_0} &= \frac{\lambda_2}{d_2 D_0} = \frac{\alpha \mu_1}{d_2 D_0} \quad (3.8) \end{aligned}$$

Величина $\mu_1 / d_2 D_0$ показана на фиг. 6, а пунктиром. При $\rho \rightarrow \rho_*$ эта величина обращается в бесконечность, а D_1 / D_0 стремится к некой конечной величине. Последнее связано с использованием предположения о

Таблица 4

Зависимость псевдотурбулентных давлений диспергированной фазы в продольном (Π_1) и поперечном (Π_2) направлениях (первые и вторые цифры в клетках таблицы соответственно) от ρ и n

	$n = 1.0$	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
0.05	0.0001 0.0000	0.0002 0.0001	0.0003 0.0001	0.0003 0.0001	0.0005 0.0002	0.0006 0.0002	0.0007 0.0003
0.10	0.0013 0.0005	0.0021 0.0008	0.0030 0.0011	0.0040 0.0015	0.0052 0.0019	0.0066 0.0024	0.0080 0.0029
0.15	0.0064 0.0035	0.0099 0.0053	0.0140 0.0076	0.0188 0.0101	0.0242 0.0130	0.0301 0.0163	0.0366 0.0198
0.20	0.0214 0.0077	0.0325 0.0117	0.0456 0.0164	0.0604 0.0217	0.0769 0.0276	0.0948 0.0341	0.1141 0.0410
0.25	0.0588 0.0211	0.0881 0.0316	0.1218 0.0437	0.1593 0.0571	0.2000 0.0718	0.2435 0.0873	0.2895 0.1039
0.30	0.1442 0.0517	0.2126 0.0762	0.2892 0.1036	0.3724 0.1334	0.4609 0.1652	0.5536 0.1934	0.6494 0.2327
0.35	0.3295 0.1180	0.4772 0.1709	0.6387 0.2287	0.8101 0.2900	0.9883 0.3538	1.1709 0.4193	1.3563 0.4856
0.40	0.7219 0.3331	1.0289 0.4748	1.3569 0.6262	1.6977 0.7834	2.0452 0.9438	2.3950 1.1052	2.7438 1.2662
0.45	1.5515 0.5542	2.1870 0.7813	2.8555 1.0201	3.5402 1.2647	4.2294 1.5108	4.9147 1.7557	5.5905 1.9971
0.50	3.3442 1.1884	4.7117 1.6758	6.1541 2.1888	7.6322 2.7145	9.1206 3.2439	10.601 3.7706	12.062 4.2901
0.55	7.3874 2.5939	10.675 3.7558	14.259 5.0163	18.051 6.3504	21.984 7.7341	26.006 9.1488	30.074 10.530

локальной неоднородности, неадекватного в области $\rho \sim \rho_*$. В действительности вблизи ρ_* отношение D_1 / D_0 быстро уменьшается до нуля.

В ряде задач о тепло- или массопереносе в газозвеси интерес могут представить коэффициенты диффузии газа. Представим их в виде

$$D_1' = \int_0^{\infty} e^{i\omega\tau} d\tau \iint \Psi_{v_1, v_1}(\omega, \mathbf{k}) d\omega d\mathbf{k}, \quad D_2' = \int_0^{\infty} e^{i\omega\tau} d\tau \iint \Psi_{v_2, v_2}(\omega, \mathbf{k}) d\omega d\mathbf{k}$$

После вычисления получим

$$\frac{D_1'}{D_1} = \left[\frac{1}{3} - r^2 - 2 \frac{c-1}{c} + \frac{1}{r} \left(r^2 + \frac{c-1}{c} \right)^2 \arctg \frac{1}{r} \right] \left[\frac{1}{3} - r^2 + r^3 \arctg \frac{1}{r} \right]^{-1} \\ \frac{D_2'}{D_2} \equiv 1 \quad (3.9)$$

Отсюда видно, что D_1' / D_1 зависит от n из (2.10), но не зависит от ρ (фиг. 6, б). При n , не слишком близких к единице, $D_1' > D_1$. Отметим, что оценка (3.9) для коэффициентов диффузии газа весьма груба, что связано в первую очередь с использованием в ней эйлеровых, а не лагранжевых корреляций для скорости газа.

В заключение заметим, что весь развитый в п. 1 аппарат основывается на предположении, что сила вязкого взаимодействия газа с единичной частицей линейна по относительной скорости и может быть представлена в стоковской форме. Второе допущение совершенно не принципиально, отказ от него требует лишь тривиального переопределения величины β в (1.1). Первое допущение неверно при высоких числах Рейнольдса, когда сила вязкого трения квадратична по скорости. Однако расчеты сохраняют свою силу и для этого случая, если только использовать приближенные линейные аппроксимации для истинной силы взаимодействия при различных относительных скоростях.

Поступила 8 IV 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Б у е в и ч Ю. А. Приближенная статистическая теория взвешенного слоя. ПМТФ, 1966, № 6.
2. Б у е в и ч Ю. А. Гидродинамическая модель дисперсных систем. ПММ, 1969, т. 33, вып. 3.
3. Я г л о м А. М. Введение в теорию стационарных случайных функций. Усп. матем. н., 1952, т. 7, вып. 5.
4. М ю н с т е р А. Теория флуктуаций. В сб.: «Термодинамика необратимых процессов», Изд-во иностр. лит., 1962.
5. M a s s i g n o n D. *Mechanique statistique des fluides*. Paris, Dunod, 1957.
6. Б у е в и ч Ю. А. К статистической механике частиц, взвешенных в потоке газа. ПММ, 1968, т. 32, вып. 1.
7. Б у е в и ч Ю. А. Статистическая механика газозвесей. Квазиизотропная модель. ПММ, 1969, т. 33, вып. 1.
8. Д э в и д с о н И. Ф., Х а р р и с о н Д. Псевдооживление твердых частиц. М., «Химия», 1965.
9. E r g u n S. Fluid flow through packed columns. Chem. Engng, Progr., 1952, vol. 48, p. 89.
10. R i c h a r d s o n J. F., Z a k i W. H. Sedimentation and fluidization. Pt. 1. Trans. Instn Chem. Engrs, London, 1954, vol. 32, p. 35.
11. Г о р о ш к о В. Д., Р о з е н б а у м Р. Б., Т о д е с О. М. Приближенные закономерности гидравлики взвешенного слоя и стесненного падения. Изв. вузов, Нефть и газ, 1958, № 1.
12. Т о д е с О. М. О гидравлическом сопротивлении взвешенного слоя. Теор. основы хим. технол., 1967, т. 1, № 4.
13. З а б р о д с к и й С. С. Гидродинамика и теплообмен в псевдооживленном (кипящем) слое. М., Госэнергоиздат, 1963.
14. А э р о в М. Э., Т о д е с О. М. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем. Л., «Химия», 1968.
15. A d l e r I. L., H a r p e l J. The fluidization of uniform smooth spheres in liquid media. Chem. Engng Progr. Sympos. Series, 1962, vol. 58, No. 38.
16. W i l h e l m R. H., K w a u k M. Fluidization of solid particles. Chem. Engng Progr., 1948, vol. 44, p. 201.