динамической стадии фазовых превращений при электрическом взрыве металлов. Препринт № 83—91. Новосибирск: ИЯФ СО АН СССР, 1983.
6. Худяев С. И., Столин А. М., Маклаков С. В. Тепловой взрыв в условиях фазового превращения.— ФГВ, 1983, № 5.
7. Худяев С. И., Столин А. М. Анализ условий самовоспламенения в цилиндрическом объеме при фронтальном фазовом превращении.— Хим. физика, 1984, № 9.
8. Маклаков С. В., Столин А. М., Худяев С. И. Фазовый переход в условиях неизотермического куэттовского течения жидкости.— ПМТФ, 1984, № 4.
9. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. О гидродинамическом тепловом «взрыве».— ДАН СССР, 1965, т. 163, № 1.
10. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике. М.: Наука, 1967.
11. Худяев С. И. Некоторые оценки собственных значений сферически-симметричных задач.— В кн.: Численные методы решения задач математической физики. М.: Наука, 1966.
12. Вольперт А. И., Худяев С. И. Анализ в классах разрывных функций и уравнения математической физики. М.: Наука, 1975.
13. Мержанов А. Г., Столин А. М. Гидродинамические аналоги явлений воспламенения и потухания.— ПМТФ, 1974, № 1.
14. Истратов А. Г., Либрович В. Б. Об устойчивости решений в стационарной теории теплового взрыва.— ПММ, 1963, т. 27, вып. 2.
15. Столин А. М. Неизотермическое течение жидкости в капилляре. Неизотермическое течение жидкости в ротационном вискозиметре.— В кн.: Диффузия и вязкость полимеров. Методы измерения. М.: Химия, 1979.
16. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. Некоторые задачи о неизотермическом стационарном течении вязкой жидкости.— ПМТФ, 1965, № 5.

Поступила 5/IV 1984 г.

УДК 542.953+541.182/3

ДИНАМИКА ПРОЦЕССА ДРОБЛЕНИЯ КАПЕЛЬНОЙ ЖИДКОСТИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

В. И. Логинов

(*Москва*)

Дробление капельной жидкости в турбулентном потоке дисперсионной среды является неотъемлемой частью всех технологических процессов, связанных с образованием аэрозольных и эмульсионных систем. Для случая изотропной турбулентности, когда динамика процесса изменения распределения частиц дисперсной фазы по размерам $N(v, t)$ определяется только процессами их дробления, функция $N(v, t)$ есть решение кинетического уравнения

$$\frac{\partial N(v,t)}{\partial t} = \int\limits_v^\infty f(\omega)\, n(v, \omega)\, N(\omega, t)\, d\omega - f(v)\, N(v, t), \tag{0.1}$$

где $f(v)$ — частота дробления частиц в интервале размеров $(v, v + dv)$; $n(v, \omega)$ — вероятность образования частицы в интервале размеров $(v, v + dv)$ при дроблении частицы с размером в интервале $(\omega, \omega + d\omega)$.

Цель данной работы — определение функций $f(v)$, $n(v, \omega)$, решение уравнения (0.1) и анализ полученных результатов. По сведениям автора, в такой постановке задача исследования динамики процесса дробления капельной жидкости ранее не рассматривалась.

1. Определение частоты дробления. Для нахождения функции $f(v)$ воспользуемся следующей моделью. Будем полагать, что дробление одиночной частицы в турбулентном потоке полностью определяется флюктуациями диссипации энергии в ее окрестности. При этом если среднее по объему порядка размера частицы значение диссипации энергии превысит критическое значение $a(v)$, то произойдет акт дробления. В дальнейшем считается, что распределение диссипации энергии в окрестности дробящейся капли равномерное со средним значением $\varepsilon(t)$.

Поскольку, согласно принятой модели, частоту дробления можно трактовать как вероятность пересечения случайным процессом $\varepsilon(t)$ уровня $a(v)$ за единицу времени при условии, что в момент начала отсчета времени $\varepsilon(t) < a(v)$, запишем ее в виде

$$f(v) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{P\{\varepsilon(t) < a(v),\ \varepsilon(t+\Delta t) > a(v)\}}{P\{\varepsilon(t) < a(v)\}}. \tag{1.1}$$

Числитель правой части этого равенства соответствует вероятности того, что среднее значение диссипации энергии в окрестности рассматриваемой частицы в момент времени t меньше, а при $t + \Delta t$ больше величины $a(v)$.

Раскладывая $\varepsilon(t + \Delta t)$ в ряд по Δt и считая процесс стационарным, преобразуем правую часть равенства (1.1) к виду

$$f(v) = \frac{\int\limits_0^\infty \dot{\varepsilon} p_2(a(v), \dot{\varepsilon})\, d\dot{\varepsilon}}{\int\limits_0^{a(v)} p(\varepsilon)\, d\varepsilon},$$

где $p_2(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ — совместная плотность распределения величины $\varepsilon(t)$ и скорости ее изменения $\dot{\varepsilon}(t)$ в один и тот же момент времени; $p(\varepsilon)$ — одномерное распределение величины $\varepsilon(t)$. Для определения вероятности $p_2(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ воспользуемся известным соотношением [1]

$$p_2(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \lim_{\Delta t \to 0} \Delta t g_2\left(\varepsilon + \frac{\Delta t}{2}\dot{\varepsilon},\ \varepsilon - \frac{\Delta t}{2}\dot{\varepsilon}\right), \tag{1.2}$$

где $g_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ — совместная плотность распределения случайной величины $\varepsilon(t)$ в разные моменты времени.

На основе анализа теоретических и экспериментальных результатов по исследованию процесса диссипации энергии в [2] сделан вывод, что $p(\varepsilon)$ хорошо аппроксимируется логарифмическим нормальным законом распределения. Следуя этому результату, запишем $p(\varepsilon)$ в виде

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\alpha\varepsilon} \exp\left\{-\frac{1}{2\alpha^2}(\ln \varkappa\varepsilon)^2\right\},\quad \alpha^2 = \ln\left(\frac{\sigma_\varepsilon^2}{\bar{\varepsilon}^2} + 1\right),\quad \varkappa = \frac{1}{\bar{\varepsilon}} \exp\left\{\frac{\alpha^2}{2}\right\}, \tag{1.3}$$

где $\bar{\varepsilon}$ и σ_ε^2 — среднее значение и дисперсия процесса диссипации энергии. Полагая, что процесс $\varepsilon(t)$ взаимно однозначно связан со стационарным гауссовским процессом $x(t)$ с нулевым средним значением, дисперсией α^2 и корреляционной функцией R_x^2 путем преобразования $x = \ln(\varkappa\varepsilon)$ двумерной плотности распределения $g_1(x(t),\ x(t+\tau))$, получим

$$g_2(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = \frac{1}{2\pi\alpha^2\beta\varepsilon_1\varepsilon_2} \exp\left\{-\frac{1}{2\alpha^2\beta^2}[(\ln \varkappa\varepsilon_1)^2 - 2R_x \ln \varkappa\varepsilon_1 \cdot \ln \varkappa\varepsilon_2 + (\ln \varkappa\varepsilon_2)^2]\right\},\quad \varepsilon_1 = \varepsilon(t),\quad \varepsilon_2 = \varepsilon(t+\tau),\quad \beta^2 = 1 - R_x^2. \tag{1.4}$$

При таком преобразовании корреляционные функции процессов $\varepsilon(t)$ и $x(t)$ удовлетворяют равенству

$$R_\varepsilon^2(\tau) = \frac{\exp\{\alpha^2 R_x^2(\tau)\} - 1}{\exp\{\alpha^2\} - 1}. \tag{1.5}$$

Для вычисления совместной плотности распределения $p_2(\varepsilon, \dot{\varepsilon})$ требуется знать поведение корреляционной функции $R_\varepsilon^2(\tau)$ только при малых значениях τ. Поскольку процесс диссипации энергии является физическим дифференцируемым процессом с дифференцируемой в нуле корреляционной функцией, будем считать, что при малых величинах τ

$$R_\varepsilon^2(\tau) \approx 1 - \left(\frac{\tau}{T_0}\right)^2 \tag{1.6}$$

(T_0 — постоянная времени корреляции для процесса $\varepsilon(t)$). В предположении, что время корреляции зависит только от средней величины диссипации энергии и вязкости дисперсионной среды ν, из теории размерности получим $T_0 \approx \sqrt{\nu/\bar{\varepsilon}}$.

Соотношения (1.4)—(1.6) позволяют раскрыть правую часть равенства (1.2). Результат вычислений запишем в виде

$$(1.7)\quad p_2(\varepsilon, \dot{\varepsilon}) = \frac{T_0}{2\pi\alpha c\varepsilon^2}\exp\left\{-\frac{T_0^2}{2c^2}\left(\frac{\dot{\varepsilon}}{\varepsilon}\right)^2 - \frac{1}{2\alpha^2}(\ln\varkappa\varepsilon)^2\right\},\ c = 1 - \exp\{-\alpha^2\}.$$

Подставляя (1.7) и (1.3) в (1.1) и проводя необходимые преобразования, получим выражения для частоты дробления

$$(1.8)\qquad f(y) = \frac{c}{\sqrt{2\pi}\,T_0\alpha}\frac{d}{dy}\ln\Phi(y),$$

$$\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{y} e^{-\frac{1}{2}y^2}dy,\ y = \frac{1}{\alpha}\ln(\varkappa a(v)).$$

Чтобы найти величину $a(v)$, воспользуемся моделью механизма дробления капель, основанной на сравнении капиллярных сил и сил вязкого трения. Подобная модель неоднократно обсуждалась [3] в связи с определением минимального размера радиуса капель r_0, дробящихся в турбулентном потоке:

$$(1.9)\qquad r_0 = \gamma\frac{\sigma}{(\rho\sqrt{\bar{\varepsilon}\nu})},$$

где σ — межфазное поверхностное натяжение; ν, ρ — кинематическая вязкость и плотность дисперсионной фазы; γ — числовой множитель порядка единицы.

Заменяя в (1.9) $\bar{\varepsilon}$ на $a(v)$ и переходя от радиусов к объемам дробящихся капель, получим

$$(1.10)\qquad a(v) = \left[\gamma\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{1/3}\frac{\sigma}{\rho}\right]^2\frac{1}{\nu v_0^{2/3}},\quad v_0 = \frac{4}{3}\pi r_0^3.$$

Величину α, входящую в (0.1), определим на основании результата [4], где из предположения о справедливости гипотезы Миллионщикова для пульсаций скорости в поле изотропной турбулентности получено равенство

$$\sigma_\varepsilon^2 = 0{,}4\bar{\varepsilon}^2.$$

Подставляя (1.10) в (1.8) и вычисляя величину α, приведем выражение для частоты дробления к виду

$$(1.11)\qquad f(x) = \frac{1}{2{,}03\sqrt{2\pi}\,T_0}\frac{d}{dx}\ln\Phi(x),\ x = -1{,}1\ln\left(1{,}3\frac{v}{v_0}\right).$$

Эта положительно определенная на вещественной оси функция монотонно убывает с ростом x. Ее с 5%-ной точностью можно аппроксимировать выражениями вида

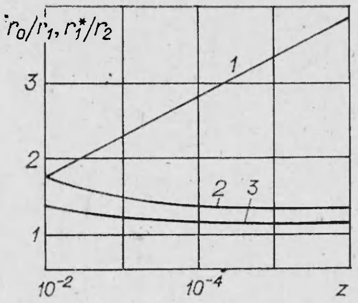
$$(1.12)\quad 2{,}03\sqrt{2\pi}\,T_0 f(x) = \begin{cases} -x + \dfrac{0{,}798}{1 - 0{,}65x} & \text{при } x \leqslant 0, \\ \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp\left\{-\dfrac{x^2}{2}\right\}(1 + \exp\{-1{,}65x\}) & \text{при } x \geqslant 0. \end{cases}$$

Понятие частоты дробления позволяет с вероятностных позиций подойти к определению минимального размера капель, которые могут дробиться в турбулентном потоке. Кажется естественным связать минимальный линейный размер дробящихся капель r_1 с критической частотой дробления f_1, полагая последнюю равной некоторому малому числу ($0 < f_1 \leqslant$

$\leqslant 1$). Отождествляя в (1.12) $f(x)$ с f_1, а v с v_1 и учитывая, что малые значения $f(x)$ принимает при $x > 1$, получим

$$r_0/r_1 \approx 0{,}92 \exp\{0{,}41\sqrt{-\ln z}\},$$

$$z = 2{,}03\sqrt{2\pi}T_0 f_1.$$



Фиг. 1

Величина общепринятого сегодня минимального размера для дробящихся капель r_0 в несколько раз превосходит величину $r_1(f_1 \leqslant 0{,}01)$. При этом отношение r_0/r_1 монотонно растет с увеличением интенсивности турбулизации потока (фиг. 1, кривая *1*). Равенство r_0 и r_1 достигается при выполнении условия $T_0 f_1 = 0{,}12$, которое в области развитой турбулентности соответствует значениям $f_1 > 1$. Кривые *2* и *3* отвечают зависимостям отношений двух значений размеров капель r^*/r_1, вычисленных при разных частотах дробления $(0{,}01 \geqslant f_1 < f_1^*;\ f_1/f_2 = 10^{-3}$ и $10^{-4})$, от интенсивности турбулизации потока. Как видно из этих графиков, уменьшение величины f_1 даже на три порядка приводит к изменению r_1 не более чем в 1,7 раза. Такая слабая зависимость r_1 от f_1 позволяет (без опасения существенно повлиять на величину r_1) в качестве f_1 выбрать любую из величин 10^{-2}, 10^{-3} или даже 10^{-4}, удовлетворяющую нашим представлениям о малости частоты дробления капель, дробление которых практически не наблюдается.

2. Определение функции $n(v,\ \omega)$. В малых областях (порядка размера капли) турбулентного потока случайным образом может реализоваться большое количество гидродинамических ситуаций, которым соответствуют разные механизмы дробления, а следовательно, и разные варианты дробления. Поэтому функция $n(v,\ \omega)$, описывающая дробление одиночной капли, является вероятностной по своей природе, что учитывается при ее определении.

Пусть одиночная капля объема ω может порождать до k штук дочерних капель с объемами v_i $(i = \overline{1, k})$. Вероятность образования этих капель будем характеризовать многомерной плотностью распределения $p(v_1, v_2, \ldots, v_k, \omega)$. При этом вероятность образования капли фиксированного объема v будет равна

$$n(v, \omega) = \sum_{i=1}^{k} \int_0^{\omega} \ldots \int p(v_1, \ldots, v_{i-1}, v_i, v_{i+1}, \ldots, v_k, \omega)\, dv_1 \ldots \\ \ldots dv_{i-1} dv_{i+1} \ldots dv_k. \tag{2.1}$$

В силу равноправности всех v_i плотность вероятностей $p(v_1, \ldots, v_k, \omega)$ должна быть симметричной функцией этих переменных, а все интегралы в (2.1) равны между собой. Поскольку значение каждого интеграла в (2.1) есть одномерная плотность распределения $g(v,\ \omega)$, запишем соотношение (2.1) в виде $n(v,\ \omega) = kg(v,\ \omega)$.

Многочисленные наблюдения актов дробления одиночных капель [3] в различных гидродинамических условиях свидетельствуют о том, что при дроблении обычно образуются несколько (чаще две) примерно одинаковых капель и одна или несколько более мелких капель, так называемых сателлитов. При этом ни в одной из работ не отмечалось корреляции между различными вариантами дробления и размерами дробящихся капель. Отсутствие такой связи позволяет предположить, что функция $n(v,\ \omega)$ при фиксированных свойствах дисперсной и дисперсионной фаз зависит только от отношения величин v и ω и ее можно записать в виде

$$n(v, \omega) = k\frac{1}{\omega} g\left(\frac{v}{\omega}\right).$$

Для сохранения суммарного объема у дочерних капель функция $n(v, \omega)$ должна удовлетворять условию

$$(2.2)\qquad \int_0^{\omega} vn(v, \omega)\,dv = \omega,$$

из которого следует, что среднее значение плотности распределения $g(y)$ равно

$$\bar{y} = \int_0^1 yg(y)\,dy = \frac{1}{k}.$$

На основе вышеуказанных наблюдений за дроблениями одиночных капель можно полагать, что функция $g(y)$ является, как правило, бимодальной функцией с двумя четко выраженными максимумами, один из которых расположен в области размеров сателлитов, другой — в области более крупных капель, образующихся при дроблении. Считая функцию $g(y)$ бимодальной, представим ее как сумму двух взвешенных одномодальных плотностей распределений $g_1(y)$ и $g_2(y)$, определенных на интервале (0,1) и имеющих средние значения $\bar{y}_1 = v_1/\omega$ и $\bar{y}_2 = v_2/\omega$:

$$(2.3)\qquad n(v, \omega) = k_1 \frac{1}{\omega} g_1\left(\frac{v}{\omega}\right) + k_2 \frac{1}{\omega} g_2\left(\frac{v}{\omega}\right),\ k = k_1 + k_2.$$

По физическому смыслу величины k_1 и k_2 соответствуют математическим ожиданиям суммарных количеств дочерних капель, образующихся в окрестностях размеров y_1 и y_2. Для выполнения условия (2.2) величины k_i и y_i ($i = 1, 2$) должны удовлетворять равенству $k_1y_1 + k_2y_2 = 1$. В предельном случае, когда дисперсии плотностей распределений $g_1(y)$ и $g_2(y)$ будут стремиться к нулю, что соответствует отсутствию разброса в размерах дочерних капель (детерминированная модель дробления), равенство (2.3) можно привести к виду

$$(2.4)\qquad n(v, \omega) = k_1\delta(v - y_1\omega) + k_2\delta(v - y_2\omega),$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция.

Если функцию $n(v, \omega)$ полагать не бимодальной, а мультимодальной или в случае ее бимодальности не «сжимать» каждое из составляющих ее распределений к среднему значению, а аппроксимировать подходящим дискретным распределением, то вместо (2.4) получим

$$(2.5)\qquad n(v, \omega) = \sum_{i=1}^{n} k_i\delta(v - y_i\omega),\quad \sum_{i=1}^{n} k_i = k,\quad \sum_{i=1}^{n} k_iy_i = 1.$$

3. Решение кинетического уравнения. Решение уравнения (0.1) рассмотрим только для случая, когда капли дробятся точно пополам без образования сателлитов. Соответствующая этой модели дробления функция $n(v, \omega)$, согласно ее определению (2.4), имеет вид

$$(3.1)\qquad n(v, \omega) = 2\delta(v - 0{,}5\omega).$$

Подставляя (3.1) в (0.1) и вычисляя интеграл, получим

$$(3.2)\qquad \partial N(v, t)/\partial t = 2f(2v)N(2v, t) - f(v)N(v, t).$$

Из структуры этого уравнения видно, что его общее решение можно представить в виде суммы независимых частных решений с дискретными спектрами. При этом если v — максимальный размер капли в начальном условии какого-либо из этих решений, то решение будет определено в точках $2^{-j}\,v$ ($j = 0, 1, \ldots$). Естественно, что начальное условие для этого решения также должно быть определено в этих точках.

Рассмотрим процедуру получения одного из таких решений. Записывая уравнение (3.2) для каждой из точек определения решения, имеем бесконечную систему уравнений

$$\frac{\partial}{\partial\tau}N_1 = -\varphi_1 N_1,\ \frac{\partial}{\partial\tau}N_i = 2\varphi_{i-1}N_{i-1} - \varphi_i N_i,\quad i = 2, 3, \ldots,$$

$$\tau = \frac{t}{2{,}03\sqrt{2\pi}\,T_0},\ N_i = N(z_i, \tau),\ z_i = 2^{-i}\frac{v}{\omega_0},\ \varphi_i = 2{,}03\sqrt{2\pi}\,T_0 f(z_i),$$

проводя последовательное решение которых, начиная с первого, получим

$$(3.3)\quad N_1(\tau) = c_1 e^{-\varphi_1\tau},\ N_i(\tau) = \sum_{j=1}^{i-1} c_j\alpha_{ij}e^{-\varphi_j\tau} + c_i e^{-\varphi_i\tau},\quad i = 2, 3, \ldots,$$

$$\alpha_{ij} = 2^{i-j}\left(\prod_{k=j}^{i-1}\varphi_k\right)\left(\prod_{k=j+1}^{i}(\varphi_k - \varphi_j)\right)^{-1}.$$

Постоянные коэффициенты c_i определяются начальными условиями и являются решением системы линейных уравнений

$$N_1(0) = c_1,\ N_i(0) = \sum_{j=1}^{i-1} c_j\alpha_{ij} + c_i,\quad i = 2, 3, \ldots,$$

проводя последовательное решение которых, найдем

$$c_1 = N_1(0),\ c_i = N_i(0) - \sum_{j=1}^{i-1} c_j\alpha_{ij},\quad i = 2, 3, \ldots$$

На основе частного решения (3.3) можно построить алгоритм для определения общего решения уравнения (3.2). Рассмотрим вначале случай, когда начальное условие для уравнения (3.2) задано в виде решетчатой функции $F(v)$, определенной на упорядоченной системе точек v_i, удовлетворяющих условию $v_i > v_{i+1}$. Эту функцию всегда можно представить в виде суммы решетчатых функций, каждая из которых будет определять начальное условие для частного решения (3.3). Слагаемые суммы вычислим при помощи следующей рекуррентной процедуры. На первом шаге выделяем начальное условие $F_1(v)$ для первого частного решения, которое определено в точках $2^{-i}v_1$ ($i = 0, 1, 2 \ldots$). Затем вычисляем разность $F(v) - F_1(v)$ и, отождествляя ее с исходной функцией $F(v)$, аналогичным образом находим начальное условие для второго частного решения и т. д. Сумме частных решений с этими начальными условиями соответствует решение уравнения (3.2) с начальным условием в виде функции $F(v)$.

Если начальное условие задано в виде непрерывной функции, то, аппроксимируя ее решетчатой функцией, сведем задачу к предыдущей.

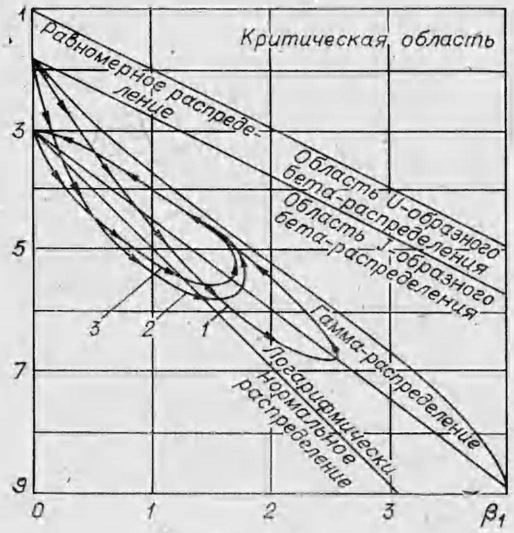
При исследовании решения уравнения (2.5) представляет интерес рассмотреть его зависимость как от времени дробления, так и от вида начальных условий. С этой целью проведены расчеты решения уравнения (3.2) с начальными условиями в виде монодисперсного распределения, сосредоточенного в точке $z = v/\omega_0$, и равномерного распределения на интервале $[z, z/2)$. Величина z изменялась в пределах 10—10^6. Равномерное начальное распределение в расчетах аппроксимировалось решетчатой функцией с десятью ординатами одинаковой амплитуды, расположенными с равным шагом при логарифмическом масштабе величины z.

Непосредственной проверкой установлено, что увеличение степени дискретизации начального условия в 2 раза приводит к изменению нижеприведенных результатов не более чем во втором десятичном знаке.

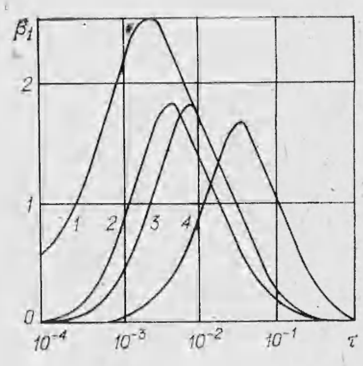
На основе полученных результатов рассчитаны зависимости первых четырех моментов для плотности распределения, соответствующей решению уравнения (3.2), от времени дробления и вычислены координаты диаграммы Джонсона — Пирсона [5]

$$\beta_1(\tau) = \left(\frac{\mu_3(\tau)}{\mu_2^{1,5}}\right)^2,\ \beta_2 = \left(\frac{\mu_4}{\mu_2^2}\right)^2,$$

где μ_i — центрированный i-й момент плотности распределения.



Фиг. 2



Фиг. 3

При расчете вышеназванных величин дискретные решения уравнения (3.2) аппроксимировались при помощи линейной интерполяции их соседних значений. Все расчеты проводились в логарифмическом масштабе переменной z.

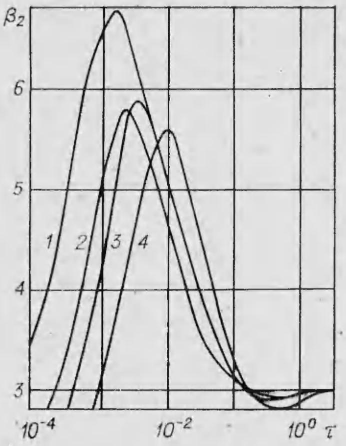
Часть характерных годографов для плотностей распределений частиц по размерам, соответствующих решениям уравнения (3.2) с различными начальными условиями, приведена на фиг. 2 (*1* — монодисперсное распределение в точке $z = 10^6$, *2*, *3* — равномерное распределение z на интервалах $(0{,}5 \cdot 10^6 - 10^6]$, $(0{,}5 \cdot 10^3 - 10^3]$). Все годографы асимптотически сходятся к нормальному закону распределения при логарифмическом масштабе размеров капель. Эта асимптотика сохраняется для всех рассчитанных вариантов решений.

Полученный результат обобщается на произвольное начальное условие, если учесть, что последнее всегда с любой степенью точности можно аппроксимировать суммой монодисперсных распределений. Поскольку каждое из частных решений, соответствующее монодисперсному начальному условию, сходится к нормальному распределению, то на основании центральной предельной теоремы теории вероятностей сумма частных решений также будет сходиться к нормальному распределению при логарифмическом масштабе или логарифмически нормальному — при линейном масштабе размеров частиц.

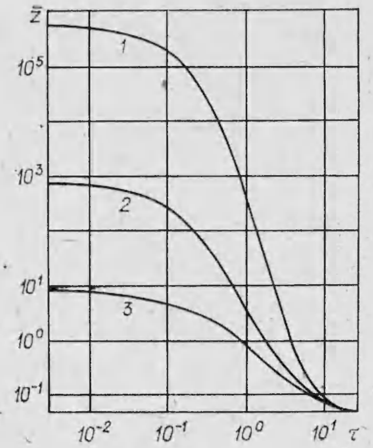
Этот результат полностью совпадает с выводом работы [6], где рассмотрено асимптотическое решение уравнения (0.1) при условии, что $n(v, \omega)$ задано в виде (3.1), а функция $f(v)$ постоянна и не зависит от размеров частиц, там же высказано пожелание проверить полученный вывод для случая, когда $f(v)$ имеет степенной характер от размера дробящихся частиц. Полученные результаты позволяют утверждать, что результаты [6] справедливы не только при степенном характере функции $f(v)$, а даже при более сильной зависимости, определяемой формулой (1.11).

Скорость и время выхода решения на его асимптотическое значение хорошо видны из фиг. 3, 4, где показаны зависимости от времени параметров β_1 и β_2 для решений с различными начальными условиями: *1* — монодисперсное распределение в точке $z = 10^6$; *2—4* — равномерные распределения z на интервалах $(0{,}5-1] \cdot 10^6$, $(0{,}5 - 1] \cdot 10^3$, $(5-10]$. Как видно из фиг. 3, 4, при $\tau > 1$ решение можно считать практически логарифмически нормальным ($\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 3$).

На фиг. 5 приведены графики зависимости среднего размера капель от времени дробления, рассчитанные при различных начальных условиях: *1—3* — начальные распределения z на интервалах $(0{,}5-1] \cdot 10^6$, $(0{,}5-1] \cdot 10^3$, $(5-10]$. Видно, что даже при сильно различающихся начальных условиях средние значения решений при $\tau \geqslant 10$ становятся практически одинаковыми.

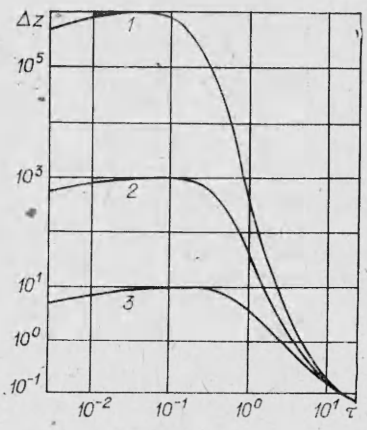


Фиг. 4



Фиг. 5

Для анализа зависимости ширины спектра размеров капель от времени дробления и начальных условий были рассчитаны графики, приведенные на фиг. 6. По оси ординат отложена ширина области размеров Δz, в которую попадает 99% суммарного количества капель. Кривые *1—3* соответствуют равномерному распределению z в исходной эмульсии на интервалах $(0{,}5—1]\cdot 10^6$, $(0{,}5—1]\cdot 10^3$, $(5—10]$. Видно, что, как и для зависимостей от времени средних значений распределения частиц по размерам, при $\tau \geqslant 10$ величины Δz становятся практически одинаковыми. При этом отношение $\Delta z/\bar{z}$ в области $\tau \geqslant 10$ имеет значение $\approx 0{,}5$.



Фиг. 6

ЛИТЕРАТУРА

1. **Тихонов В. И.** Выбросы случайных процессов. М.: Наука, 1970.
2. **Монин А. С., Яглом А. М.** Статистическая гидромеханика. М.: Наука, 1967, т. 2.
3. **Эмульсии**/Под ред. А. А. Абрамзона. Л.: Химия, 1972.
4. **Голицын Г. С.** Флюктуации диссипации энергии в локально изотропном турбулентном потоке.— ДАН СССР, 1962, т. 144, № 3.
5. **Хан Г., Шапиро С.** Статистические модели в инженерных задачах. М.: Мир, 1969.
6. **Колмогоров А. Н.** О логарифмически нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении.— ДАН СССР, 1941, т. 31, № 2.

Поступила 6/IV 1984 г.

УДК 535.211:536.4

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА УНОСА ВЕЩЕСТВА С ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ОТРАЖЕННОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

В. И. Кирко, Н. И. Пак, Е. Г. Попов

(*Красноярск*)

В [1] на основе численного моделирования исследовано воздействие умеренных концентрированных потоков энергии (с плотностью $q \sim 10^5—10^6$ Вт/см^2) на металлы. При отражении сильных ударных волн в газе от жесткой стенки можно получить более мощные лучистые потоки с плотностью $q \sim 10^7$ Вт/см^2 и выше. В [2] эксперимен-