

течения. Кроме того, расчетные кривые зависимости  $\xi^0$  от  $K_*$  для неизотермического течения жидкости без кипения в области больших недогревов должны были бы заметно расслойться по давлениям и весовым скоростям, чего не видно на фиг. 3. Поэтому можно полагать, что снижение значений  $\xi^0$  при  $K_* > 2$  вызвано главным образом специфическим для значительных недогревов влиянием процесса кипения на гидравлическое сопротивление в области больших скоростей.

В работе [6] показано, что область недогревов  $K_* < 2$  характерна для возникновения нормальных кризисов кипения при вынужденном движении жидкости. В области  $K_* > 2$  имеют место распространенные кризисы кипения, которые существенно отличаются от нормальных, как по внешним признакам, так и по характеру зависимости критического теплового потока от недогрева. Наличие общей границы при переходе от нормальных к распространенным кризисам и из области значений  $\xi^0 \approx 1$  к области сниженных  $\xi^0$  указывает на существование более глубоких, чем было известно до сих пор, связей кризисов кипения с гидродинамическими явлениями в потоке жидкости, которые в данном случае проявлялись при переходе в область распространенных кризисов кипения.

Поступила 12 X 1966

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Sieberski R., Mulligan H. Friction and Heat — Exchange Relation ship in Bubble Boiling, Jet Propuls, 1953, vol. 25, No 1.
2. Полетавкин П. Г. Гидравлическое сопротивление при поверхностном кипении воды. Теплоэнергетика, 1959, № 12.
3. Орнатский А. П. Обобщение опытных данных по гидравлическому сопротивлению при поверхностном кипении. ПМТФ, 1965, № 3.
4. Стюшина, Н. Г. Рябинин Г. А. К методике расчета гидравлического сопротивления в парогенерирующих трубках при малых значениях удельного теплового потока. Инж.-физ. ж., 1965, т. 9, № 6.
5. Штоколов Л. С. Обобщение экспериментальных данных о распространенном кризисе теплообмена при кипении жидкости. ПМТФ, 1966, № 1.
6. Кутателадзе С. С. и др. Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое, СО АН СССР, 1964.

#### О ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ СКОРОСТИ ЗВУКА В НАСЫЩЕННЫХ ПАРАХ И ЖИДКОЙ ФАЗЕ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ

*И. С. Радовский*

(Москва)

При экспериментальном исследовании скорости звука в области критической точки в ряде работ [1, 2] наблюдалось пересечение кривых температурной зависимости скорости звука в насыщенных парах и жидкой фазе, т. е. в некотором температурном интервале (от 0.3 до 0.5° К) вблизи критической точки величина скорости звука в жидкой фазе оказывалась меньшей, чем в насыщенном паре. Этому, на первый взгляд, аномальному явлению достаточно обоснованного объяснения не давалось, а в некоторых работах, например в [3], утверждалось, что пересечение кривых в действительности не может иметь места и обусловлено лишь недостаточной точностью экспериментов. Однако, анализ экспериментальных данных [2] показывает, что разница в величинах скорости звука в насыщенном паре и жидкой фазе вблизи критической точки существенно превышает возможную погрешность экспериментов.

Полученный в работе [4] вывод, что кривые температурной зависимости скорости звука в насыщенных парах и жидкой фазе могут для одних веществ пересекаться лишь в одной точке — критической, а для других — в двух точках, нельзя признать вполне обоснованным, так как он базируется на недостаточно корректном предположении о разложимости термодинамических функций в ряд Тейлора вблизи критической точки. Критическое состояние — в известном смысле особое, поэтому к такому предположению следует относиться весьма осторожно [5].

Ниже приводится анализ температурной зависимости скорости звука в области критической точки, основанный не на разложении в ряд, а на применении обычного математического аппарата термодинамики.

Воспользовавшись уравнением Лапласа для скорости звука

$$a^2 = -v^2 \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_s \quad (1)$$

найдем производную по температуре вдоль линии насыщения

$$\frac{da}{dT} = \frac{a}{v} \frac{dv}{dT} - \frac{v^2}{2a} \frac{d}{dT} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_s \quad (2)$$

С другой стороны, производная  $da / dT$  вдоль линии насыщения определяется из соотношения

$$\frac{da}{dT} = \left( \frac{\partial a}{\partial T} \right)_v + \left( \frac{\partial a}{\partial v} \right)_T \frac{dv}{dT} \quad (3)$$

Значение производной  $(\partial a / \partial v)_T$  в критической точке<sup>1</sup> получено в работе [6]

$$\left( \frac{\partial a}{\partial v} \right)_{T_*} = \frac{a_*}{v_*} \quad (4)$$

Следовательно,

$$\left( \frac{da}{dT} \right)_* = \left( \frac{\partial a}{\partial T} \right)_{T_*} + \frac{a_*}{v_*} \left( \frac{\partial v}{dT} \right)_* \quad (5)$$

Сравнивая (5) с соотношением (2) применительно к критической точке, можно получить

$$\left[ \frac{d}{dT} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_s \right]_* = - \frac{2a_*}{v_*^2} \left( \frac{\partial a}{\partial T} \right)_{T_*} \quad (6)$$

В [6] показано, что

$$\left( \frac{\partial a}{\partial T} \right)_{T_*} > 0 \quad (7)$$

Поскольку  $a_* \neq 0$ , то из (6) и (7) следует, что

$$\left[ \frac{d}{dT} \left( \frac{\partial p}{\partial v} \right)_s \right]_* < 0 \quad (8)$$

Неравенство (8), очевидно, справедливо при подходе к критической точке вдоль линии насыщения как со стороны паровой, так и со стороны жидкой фазы. Оно означает, в частности, что вблизи критической точки производная  $(\partial p / \partial v)_s$  для жидкой фазы

уменьшается по абсолютной величине при уменьшении температуры, т. е. существует область, в которой  $|(\partial p / \partial v)_s| < |(\partial p / \partial v)_{s*}|$ . В то же время, величина удельного объема жидкой фазы также уменьшается при удалении от критической точки, т. е.  $v' < v_*$ .

Анализируя уравнение (1) с учетом последних неравенств, нетрудно установить, что непосредственно вблизи критической точки при  $T < T_*$  величина скорости звука в жидкой фазе становится меньше, чем в критической точке; т. е.  $a' < a_*$ .

В то же время, как показано в [6],

$$\left( \frac{da''}{dT} \right)_* = -\infty \quad (9)$$

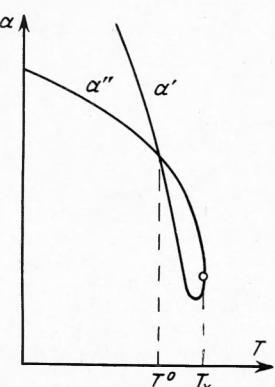
т. е. при  $T < T_*$  скорость звука в насыщенном паре всегда больше, чем в критической точке. Следовательно, вблизи критической точки существует температурный интервал, в котором  $a' < a''$ . С другой стороны, известно, что на некотором удалении от критической точки, благодаря существенному уменьшению сжимаемости жидкой фазы, скорость звука в жидкой фазе значительно превышает скорость звука в насыщенном паре.

Таким образом, пересечение кривых температурной зависимости скорости звука в насыщенных парах и жидкой фазе вблизи критической точки — явление совершенное закономерное для всех веществ.

Этот же вывод можно получить несколько иным путем, воспользовавшись соотношением (5) для определения производной  $da' / dT$  в критической точке

$$\left( \frac{da'}{dT} \right)_* = \left( \frac{\partial a}{\partial T} \right)_{T_*} + \frac{a_*}{v_*} \left( \frac{dv'}{dT} \right)_* \quad (10)$$

<sup>1</sup> Здесь и в дальнейшем индексом \* обозначены величины в критической точке.



Фиг. 1

Известно, что  $(dv' / dT)_* = +\infty$ , поэтому с учетом (7) получим

$$\left(\frac{da'}{dT}\right)_* = +\infty \quad (11)$$

Из (11) и (9) следует, что в критической точке кривые температурной зависимости скорости звука в насыщенных парах и жидкой фазе плавно сопрягаются (см. фигуру). При удалении от критической точки ( $T < T_*$ ) скорость звука в жидкой фазе сначала уменьшается, достигая минимума, затем монотонно возрастает. При  $T = T^0$  она становится равной  $a''$  (точка пересечения кривых).

Величина температурного интервала  $T_* - T^0$ , в котором  $a' < a''$ , может быть различной для разных веществ. Если она не превышает погрешности измерения температуры при измерениях скорости звука, то пересечение кривых, естественно, не может быть экспериментально обнаружено. Именно такой случай, очевидно, имел место в работе [7], где были проведены весьма подробные измерения скорости звука в обеих фазах в области критической точки аргона.

Необходимо заметить, что вывод о наличии пересечения кривых справедлив при  $a_* \neq 0$ , т. е.  $c_{v*} \neq \infty$ . Поэтому обнаружение такого пересечения может служить экспериментальным подтверждением того, что теплоемкость  $c_v$  в критической точке конечна.

Поступила 5 IX 1966

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Таннебергер Н. Eine Untersuchung des kritischen Zustandes mit Ultraschall. Z. Phys., 1959, B 153, S. 445.
2. Трелин Ю. С. Исследование скорости распространения ультразвуковых волн в двуокиси углерода в области жидкого и газообразного состояния. Сб. «Применение ультраакустики к исследованию вещества». Изд. МОПИ, 1961, вып. 13.
3. Ноздрев В. Ф. Применение ультраакустики в молекулярной физике. Физматгиз, 1958.
4. Глинский А. А. Об одном акустическом эффекте в системе жидкость — пар вблизи критической точки. Акуст. ж., 1965, № 1.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Статистическая физика. Физматгиз, 1951.
6. Радовский И. С. Об акустическом методе определения критической температуры вещества. Теплофиз. высоких температур, 1967, № 5.
7. Радовский И. С. Экспериментальное исследование скорости звука в аргоне на линии насыщения. ПМТФ, 1963, № 3.

#### ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ ФОРМЕ НЕКОТОРЫХ КОЛЬЦЕВЫХ РЕБЕР, ОХЛАЖДАЕМЫХ ИЗЛУЧЕНИЕМ

*Г. Л. Гродзовский, З. В. Пасечник*

(Москва, Киев)

Рассмотрена осесимметричная задача об определении оптимальной геометрии некоторых типов одиночных кольцевых теплопроводящих ребер, охлаждаемых излучением.

Если базовая поверхность (от которой тепло отводится ребрами) представляет собой достаточно длинное цилиндрическое или призматическое тело, то ребра располагаются вдоль него, и задачу можно решать в плоской постановке. В такой постановке исследовалась задача об оптимальном профиле одиночного ребра в работах [1-6].

В работах [1-5] рассматривались ребра с контурами из определенных классов кривых, и определялись их оптимальные размеры. В работах [1-2] изучено ребро прямоугольного профиля, в [3] — ребро треугольного профиля, в [4] — ребро с контуром из класса степенных функций, в [5] — трапециевидное ребро.

В работе [6] была решена вариационная задача об абсолютно оптимальном профиле плоского ребра с заданной толщиной у края. Показано, что этот профиль совпадает вначале с профилем степенного вида, а затем переходит в профиль постоянной толщины. Таким образом, в плоской постановке задача решена полностью.

Если базовой поверхностью является довольно короткое цилиндрическое тело, то для охлаждения ее возможно применение кольцевого ребра (фиг. 1).

Такие кольцевые ребра исследованы частично. В работе [7] исследовалась эффективность кольцевого ребра постоянной толщины, в [8] — решена задача об определении оптимальных, в смысле веса, размеров такого же ребра, в работе [9] — исследована система кольцевых ребер постоянной ширины (прямоугольного сечения).