

УДК 623.4.082.6

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ КУМУЛЯТИВНЫХ СТРУЙ ПОЛУСФЕРИЧЕСКИМИ ОБЛИЦОВКАМИ ДЕГРЕССИВНОЙ ТОЛЩИНЫ

С. В. Фёдоров

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, 105005 Москва  
sergfed-64@mail.ru

На основе численного моделирования в рамках двумерной осесимметричной задачи механики сплошных сред проанализированы особенности формирования кумулятивных струй медными полусферическими облицовками дегрессивной (уменьшающейся от вершины к основанию) толщины. В качестве базы для сравнения взяты параметры струи, формируемой современным типовым кумулятивным зарядом с конической облицовкой, который обеспечивает глубину пробития стальной преграды на уровне 10 диаметров заряда. При проведении сопоставительного анализа использовались рассчитываемые массово-скоростные распределения и получаемые на их основе распределения предельная длина струи — скорость, позволяющие оценить потенциальную пробивную способность струи. Показано, что переход к полусферическим кумулятивным облицовкам дегрессивной толщины дает возможность формировать кумулятивные струи, которые по скорости головной части и пробивной способности не будут уступать струям, формируемым коническими облицовками.

Ключевые слова: кумулятивный заряд, кумулятивная струя, полусферическая облицовка дегрессивной толщины, массово-скоростное распределение, распределение предельная длина струи — скорость.

DOI 10.15372/FGV20160511

## ВВЕДЕНИЕ

Глубина проникания в стальную преграду кумулятивных струй, формируемых кумулятивными зарядами с медной конической облицовкой, может составлять до 10 диаметров заряда [1, 2]. Для достижения высокого пробивного действия используются конические облицовки прогрессивной (увеличивающейся от вершины к основанию) толщины, а в систему инициирования заряда взрывчатого вещества вводится специальный линзовый узел, обеспечивающий нагружение облицовки сходящейся детонационной волной [1]. Применение конических облицовок прогрессивной толщины позволяет формировать кумулятивные струи с более высоким градиентом осевой скорости, что способствует увеличению их предельного удлинения и, соответственно, пробивной способности. За счет же использования системы инициирования с линзовым узлом достигается норма-

лизация подхода фронта детонационной волны к поверхности облицовки, что позволяет повысить скорость ее схлопывания и скорость формирующейся кумулятивной струи.

Механизм формирования кумулятивных струй при взрывном обжатии полусферических облицовок отличается от механизма формирования струй из конических облицовок [3]. Если в случае конической облицовки участки кумулятивной струи формируются последовательно друг за другом при схлопывании элементов облицовки от вершины к основанию на оси симметрии, то формирование струи из полусферической облицовки происходит фактически одномоментно в результате опережающего движения материала ее вершинной купольной части, дополнительно ускоряющегося при схлопывании периферийной части облицовки [1–4]. Пробивное действие кумулятивных зарядов с полусферическими медными облицовками постоянной толщины (а на практике применяются полусферические облицовки, главным образом, постоянной толщины) при одном и том же диаметре заряда примерно вдвое меньше, чем при использовании конических медных обли-

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках базовой части государственного задания образовательным организациям высшего образования.

ценок [1]. Различие пробивной способности кумулятивных струй, формируемых коническими и полусферическими облицовками, связано с различием их кинематических параметров, обусловленным различными механизмами формирования струй. Скорость головной части струи из медных конических облицовок лежит на уровне 10 км/с, из полусферических облицовок постоянной толщины — не превышает  $5.5 \div 6$  км/с [1, 2, 4].

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД ЕЕ РЕШЕНИЯ

В настоящей работе рассматривается возможность повышения пробивной способности кумулятивных струй, формируемых полусферическими облицовками, за счет дегрессивной (уменьшающейся от вершины к основанию) толщины последних. Данная работа продолжает исследования [5], где рассматривались пути повышения скорости компактных элементов, формируемых кумулятивными облицовками комбинированной формы полусфера — цилиндр. В работе [5] численными расчетами показано, что скорость компактных элементов может быть увеличена при выполнении струеобразующей части комбинированной облицовки в форме усеченной сферы или слегка вытянутого вдоль оси симметрии эллипсоида вращения толщиной, уменьшающейся от их вершины к экватору. Данный результат, полученный для высокоскоростных компактных элементов [6], послужил основанием для того, чтобы проанализировать особенности проявления эффекта разнотолщинности полусферической облицовки в случае формирования градиентных кумулятивных струй.

Численное моделирование проводилось в рамках двумерной осесимметричной задачи механики сплошных сред. Для описания поведения материала кумулятивных облицовок использовалась модель сжимаемой упругопластической среды с условием пластичности Мизеса при постоянном значении предела текучести, которое выбирали с учетом динамического характера нагружения материала [7, 8]. В работе [8] предложена эмпирическая зависимость, учитывающая влияние деформации, скоростей деформации и температуры материала на предел текучести. В соответствии с указанной зависимостью для металлов при их адиабатическом деформировании предел текучести возрастает с увеличением эквивалентной пластиче-

ской деформации только до ее значения  $\approx 0.5$ , после чего предел текучести выходит практически на постоянный уровень, слабо зависящий от скорости деформирования материала при ее значениях выше  $10^3$  с<sup>-1</sup>. Параметры деформированного состояния материала кумулятивных облицовок в процессе взрывного обжатия и формирования высокоградиентных кумулятивных струй заведомо существенно превышают указанные пороги, что и давало основания полагать предел текучести материала облицовок неизменным. Кроме того, для металлов, наиболее широко используемых в качестве материала кумулятивных облицовок (таких, как алюминий, медь, низкоуглеродистая сталь), их предел текучести (на уровне нескольких сотен мегапаскалей) практически никак не отражается на параметрах формирующихся кумулятивных струй, так как давление взрывного нагружения облицовок на два порядка выше их прочностных характеристик [1, 2]. Это является еще одной причиной, по которой численное моделирование формирования кумулятивных струй часто проводится при постоянном значении предела текучести материала облицовки [9, 10]. В качестве материала кумулятивных облицовок рассматривалась медь. С учетом сделанных выше замечаний ее динамический предел текучести принимался равным 300 МПа [1, 7]. В качестве уравнения состояния материала облицовок взята баротропная зависимость в форме Тэта

$$p = B[(\rho/\rho_0)^k - 1],$$

где  $p$  — давление в материале;  $\rho$ ,  $\rho_0$  — плотности материала соответственно при давлении  $p$  и в нормальных условиях (при  $p = 0$ );  $B$ ,  $k$  — эмпирические параметры. Для медных облицовок с учетом [1, 7] принималось  $\rho_0 = 8900$  кг/м<sup>3</sup>,  $B = 30.2$  ГПа,  $k = 4.8$ .

Расчет процесса детонации заряда взрывчатого вещества проводился в рамках геометрической модели: предполагалось, что фронт детонационной волны распространяется во всех направлениях от задаваемой точки иницирования с постоянной скоростью. При достижении фронтом детонационной волны различных частиц заряда взрывчатого вещества считалось, что взрывчатое вещество мгновенно переходит в газообразное состояние (продукты детонации) с параметрами, соответствующими параметрам Чепмена — Жуге [11]. При этом массовая скорость частиц газа на фронте дето-

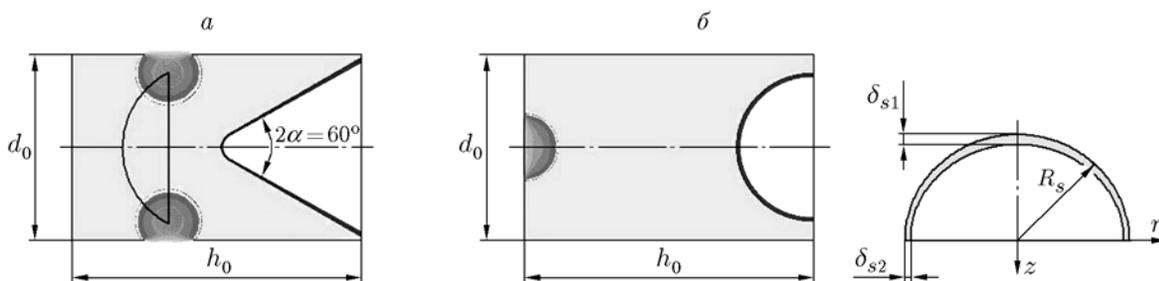


Рис. 1. Схемы кумулятивных зарядов:

*a* — с конической облицовкой прогрессивной толщины и линзовым узлом, *b* — с полусферической облицовкой дегрессивной толщины

национной волны, так же как и скорость детонации, предполагалась направленной вдоль луча, соединяющего точку инициирования с рассматриваемой частицей. Уравнение состояния продуктов детонации взято в виде [11]

$$p = C\rho^\nu + (\gamma - 1)\rho E,$$

где  $\rho$ ,  $E$  — соответственно плотность и удельная внутренняя энергия продуктов детонации;  $\gamma$  — параметр, соответствующий показателю адиабаты продуктов детонации при неограниченных степенях расширения (в расчетах принималось  $\gamma = 1.25$ );  $C$ ,  $\nu$  — константы, рассчитываемые на основании параметров на фронте детонационной волны (в плоскости Чепмена — Жуге) [9, 11].

Для численного моделирования использовался вычислительный алгоритм, разработанный в МГТУ им. Н. Э. Баумана на основе метода свободных лагранжевых точек [12] и достаточно подробно описанный в [13, 14]. В основе численного метода лежит введение в расчетную область неподвижной эйлеровой сетки, в ячейках которой размещаются индивидуальные (лагранжевы) точки среды, несущие информацию о всех параметрах ее движения и состояния и используемые для разностной аппроксимации соотношений механики сплошных сред. Наличие эйлеровой сетки при этом позволяет для каждой индивидуальной точки легко устанавливать ближайшие к ней соседние точки, что необходимо при проведении разностной аппроксимации. В процессе движения среды координаты индивидуальных точек изменяются, поэтому на каждом временном шаге выполняется процедура их перераспределения по ячейкам эйлеровой сетки. Эйлерова сетка задавалась с одинаковыми размерами ячеек в

радиальном и осевом направлениях. Для сквозного расчета ударных волн в расчетную схему вводилась искусственная вязкость [9]. При расчете пластического течения упругопластической среды использовался упрощенный подход [15], в соответствии с которым действующие в среде компоненты дивергента тензора напряжений определялись в предположении упругого поведения материала с последующей их корректировкой на основании условия пластичности (так называемая процедура приведения вектора дивергента напряжений на круг текучести). Описанный алгоритм апробирован на численном решении широкого круга задач взрывного и ударного нагружения сплошных сред и хорошо себя зарекомендовал [5, 16, 17]. К числу его достоинств следует отнести возможность расчета движения сплошной среды с большими деформациями без использования специальных процедур перестройки расчетной сетки.

В расчетах рассматривался цилиндрический кумулятивный заряд диаметром  $d_0 = 100$  мм и высотой  $h_0 = 150$  мм с облицовками различной формы из меди (рис. 1). Параметры кумулятивных струй из полусферических облицовок сравнивались с параметрами струи, формируемой конической облицовкой прогрессивной толщины (увеличивающейся от 1.4 мм в вершине до 2.6 мм у основания) с углом раствора  $60^\circ$  и внутренним диаметром основания 90 мм (рис. 1, *a*). Задаваемые геометрические параметры конической облицовки (в соотношении с рассматриваемым диаметром заряда) являются типичными для современных кумулятивных зарядов с линзовым узлом, обладающих максимальным (в соотношении с диаметром) пробивным действием [1].

Наружный радиус рассматривавшихся полусферических облицовок составлял  $R_s =$

40 мм, их толщина в вершине принималась равной  $\delta_{s1} = 2.4$  мм, а толщина у основания  $\delta_{s2}$  варьировалась от 2.4 до 1.0 мм (рис. 1, б). Дегрессивность толщины полусферических облицовок обеспечивалась тем, что при полусферической форме внешней поверхности их внутренняя поверхность задавалась в форме слегка сплюснутого вдоль оси симметрии полуэллипсоида вращения, описываемого в цилиндрической системе координат  $(r, z)$  уравнением

$$\frac{r^2}{(R_s - \delta_{s2})^2} + \frac{z^2}{(R_s - \delta_{s1})^2} = 1,$$

где  $R_s - \delta_{s2}$  и  $R_s - \delta_{s1}$  — соответственно экваториальная и полярная полуоси ( $R_s - \delta_{s2} \geq R_s - \delta_{s1}$ , так как  $\delta_{s1} \geq \delta_{s2}$ ).

Характеристики взрывчатого вещества взяты соответствующими высокобризантным составам: плотность  $1.74$  г/см<sup>3</sup>, скорость детонации  $8\,600$  м/с [11]. При моделировании функционирования кумулятивного заряда с конической облицовкой положение точки инициирования задавалось с учетом наличия линзового узла (рис. 1, а). В случае полусферических облицовок заряд предполагался безлинзовым и точка его инициирования задавалась в центре торца, противоположного кумулятивной выемке (рис. 1, б).

Размеры задаваемой расчетной области составляли 100 мм в радиальном направлении и 400 мм в осевом. Основная часть расчетов выполнена на эйлеровой сетке, содержащей пять ячеек на 1 мм длины (общее количество ячеек  $10^6$ ). Для вариантов кумулятивных зарядов с конической облицовкой и с полусферической облицовкой, имеющей соотношение толщин в вершине и у основания 2.4 мм/1.0 мм, дополнительно были проведены расчеты на более подробной эйлеровой сетке с размерами ячеек, уменьшенными в два раза (общее количество ячеек  $4 \cdot 10^6$ ). Как показали данные расчеты, измельчение расчетной сетки не привело к сколько-нибудь существенному изменению результатов вычислительных экспериментов.

## АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Представленные на рис. 2 поля плотности материала облицовок и распределения его осевой скорости  $v_z$  по оси симметрии иллюстрируют формирование кумулятивных струй из

конической облицовки и полусферических облицовок с различным соотношением толщин в вершине и у основания (осевая координата  $z$  отсчитывается от основания кумулятивного заряда). Картины течения в случае взрывного обжата всех вариантов полусферических облицовок приведены для одного и того же момента времени ( $t = 46$  мкс) от начала инициирования заряда (см. рис. 1, б). Для конической облицовки картина течения соответствует моменту времени  $t = 32$  мкс от начала распространения сходящейся детонационной волны от края линзы (см. рис. 1, а). Следует отметить, что результаты численного моделирования формирования кумулятивных струй из конической облицовки (рис. 2, е) и полусферической облицовки постоянной толщины (рис. 2, а), такие как распределение скорости и конфигурация течения на различных стадиях схлопывания облицовок, находятся в близком соответствии с данными численных расчетов и рентгенографических исследований, представленными в [1, 2, 4, 18]. Это дает основания полагаться на достоверность воспроизведения используемой расчетной методикой реальной физической картины функционирования кумулятивных зарядов с различными типами облицовок. Как видно из рис. 2, применение полусферических облицовок дегрессивной толщины приводит к повышению скорости головной части формирующейся кумулятивной струи [5, 6]. Если при постоянной толщине облицовки  $\delta_{s1} = \delta_{s2} = 2.4$  мм она была около 5.3 км/с (рис. 2, а), то при соотношении толщин полусферы в вершине и у основания 2.4 мм/1.0 мм скорость «головы» струи возрастает до 9.3 км/с (рис. 2, д).

Как показал анализ процесса схлопывания полусферической облицовки дегрессивной толщины (рис. 3), физическая причина увеличения скорости формирующегося при этом струйного течения заключается в том, что в данном случае создаются условия для обжата облицовки, более близкого к сферически-симметричному. В результате усиливается проявление эффекта сферической кумуляции. При взрывном обжате полусферической облицовки постоянной толщины (рис. 3, а) эти условия нарушаются вследствие опережающего движения ее вершинной части (наблюдается нечто, подобное выворачиванию вершинной части), что связано с более ранним приходом детонационной волны к этой части облицовки и более ранним началом ее нагружения, а также с большими па-

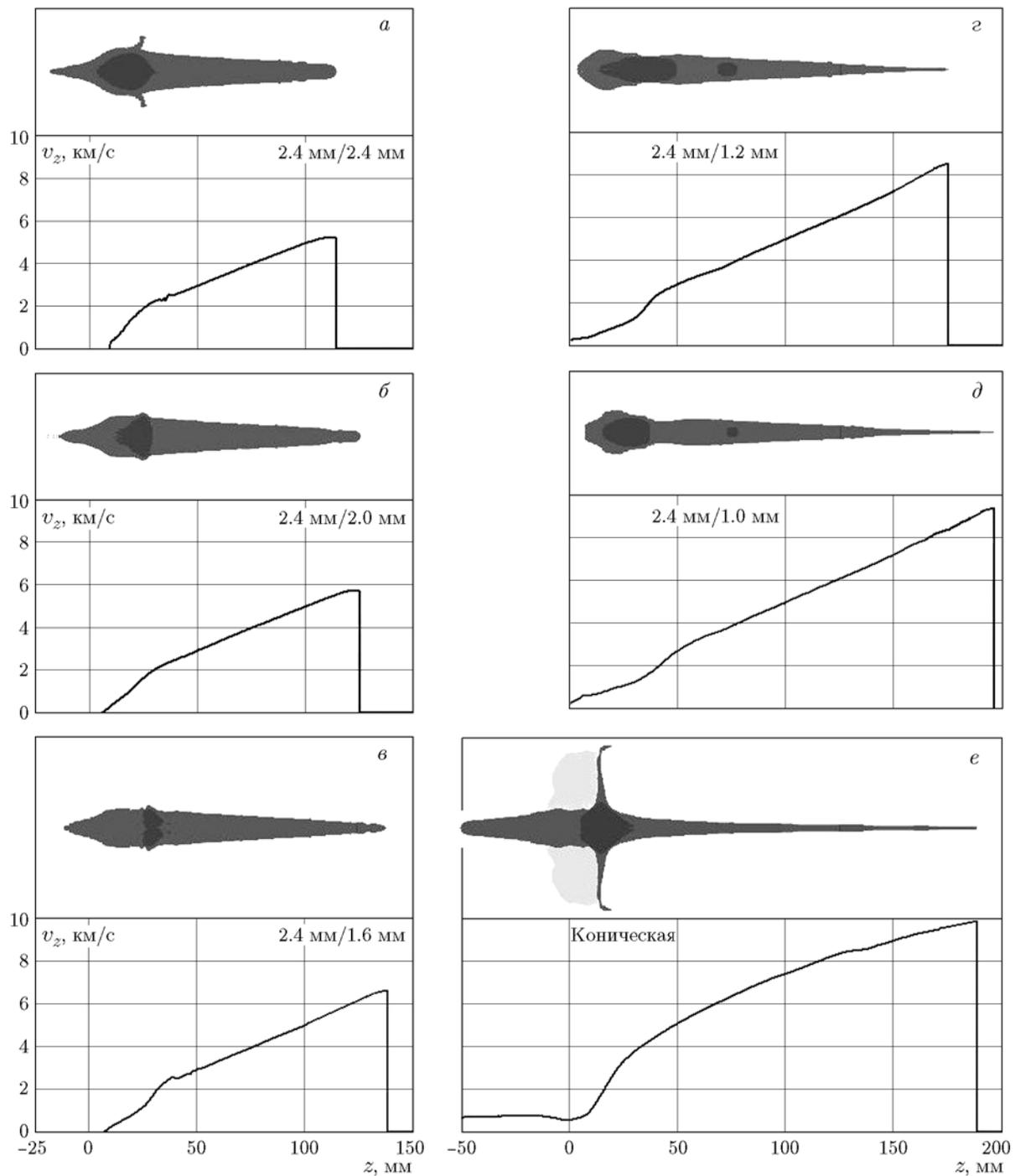


Рис. 2. Формирование кумулятивных струй из полусферических облицовок с различным соотношением толщин в вершине и у основания (*a-d*) и из конической облицовки (*e*)

раметрами нагружения по сравнению с периферийной частью из-за более поздней разгрузки продуктов детонации в прилегающей к вершине облицовки области со стороны свободной боковой поверхности заряда. Наиболее ярко эф-

фект «выворачивания» полусферической облицовки постоянной толщины при ее взрывном нагружении прослеживается на рис. 3, *a* по конфигурациям течения в моменты времени  $t = 26$  и 28 мкс. Эти конфигурации фактически иден-

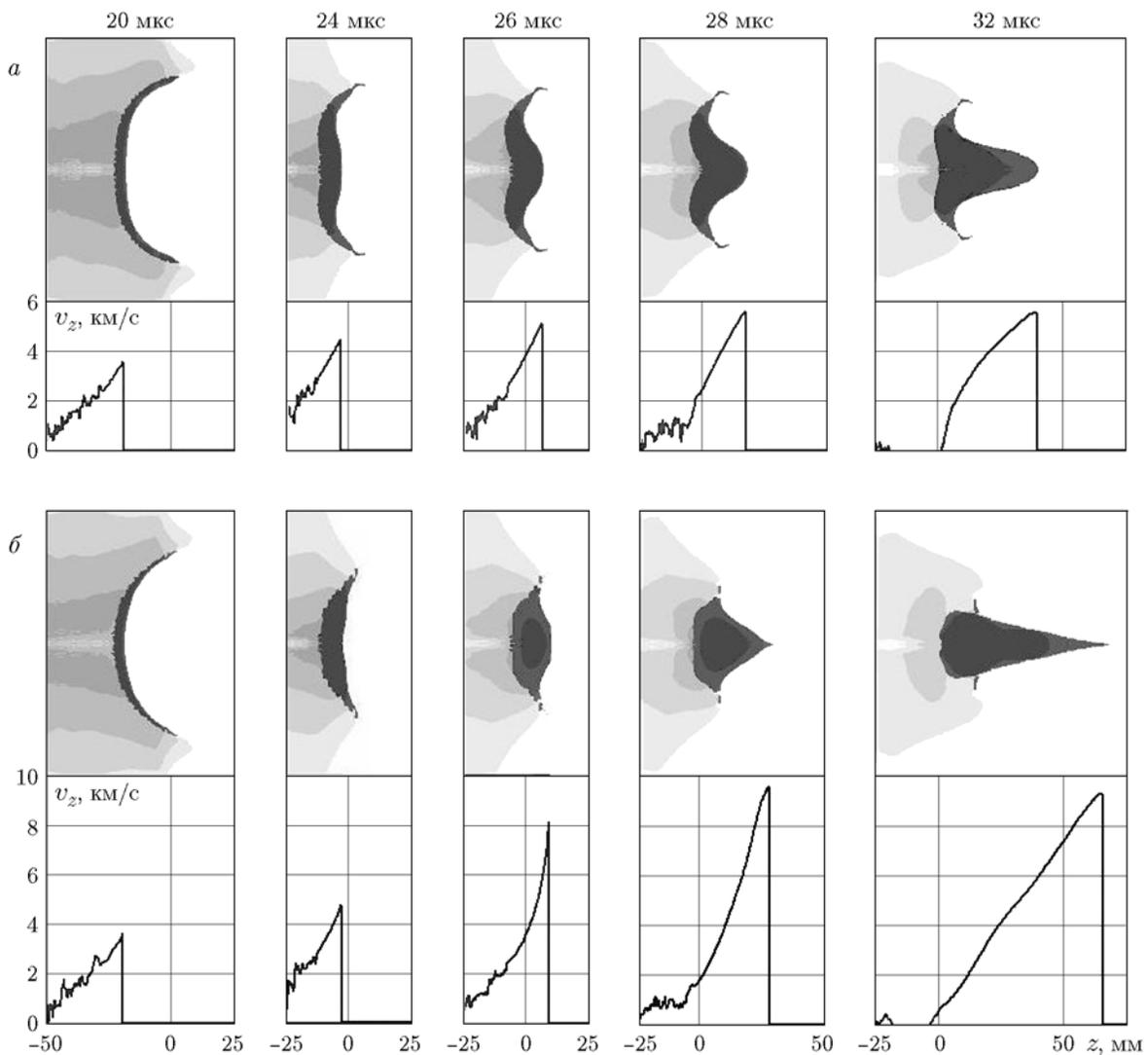


Рис. 3. Сравнительный анализ формирования кумулятивных струй из полусферических облицовок постоянной толщины 2.4 мм (*а*) и дегрессивной толщины 2.4 мм/1.0 мм (*б*)

тичны картине, представленной на рентгеновских снимках взрывного обжатия полусферических облицовок постоянной толщины в [2], где принимаемая ими в процессе обжатия форма образно сравнивается с мексиканской шляпой сомбреро.

Уменьшение толщины периферийной части полусферической облицовки приводит к увеличению скорости ее метания, и эффект «выворачивания» вершины облицовки проявляется в меньшей степени, обеспечивая тем самым лучшие условия для реализации сферической кумуляции (концентрации энергии во внутренних слоях схлопывающейся сферической оболочки). Энергия, приобретаемая

внутренними слоями облицовки в процессе сферически-симметричного схлопывания, при их сжатии к центру преобразуется в кинетическую энергию «выбрасываемой» из центра струи материала (рис. 3, *б*).

Распределение скоростей кумулятивной струи, формируемой полусферической облицовкой с соотношением толщин в вершине и у основания 2.4 мм/1.0 мм, становится близким к скоростным параметрам струи в случае базовой конической облицовки (см. рис. 2, *д, е*). Различие скоростей головной части кумулятивных струй для данных вариантов облицовок составляет около 6 % (9.9 км/с для конуса и 9.3 км/с для полусферы дегрессивной толщины).

Известно, что для кумулятивных зарядов с конической облицовкой максимальная скорость кумулятивной струи ограничивается необходимостью соблюдения при схлопывании облицовки условия нормального струеобразования, заключающегося в том, чтобы скорость движения материала схлопывающейся облицовки к точке контакта на оси симметрии была дозвуковой в системе отсчета, связанной с данной точкой [19]. Невыполнение этого условия приводит к диспергированию (потере сплошности) формирующейся кумулятивной струи с радиальным рассеиванием ее материала. Представленные на рис. 2 результаты с формированием «монолитных» кумулятивных струй из различных вариантов облицовок получены без учета в расчетной модели возможности разрушения материала. Отметим, что для рассматриваемой конической облицовки вопрос сохранения сплошности кумулятивной струи не вызывал сомнения (многочисленные экспериментальные данные для подобных кумулятивных зарядов приведены в [1, 2]). Однако в случае полусферических облицовок дегрессивной толщины такой вопрос, естественно, возникал: а не будет ли обеспечиваемое указанными облицовками увеличение скорости кумулятивных струй сопровождаться их диспергированием.

Очевидно, упомянутый выше критерий нормального струеобразования при схлопывании конических облицовок [19] неприменим к полусферическим, поскольку при их обжатии механизм формирования кумулятивной струи принципиально иной (на отличие механизмов струеобразования указано в [3]). В основе используемого для конических облицовок критерия лежит модель соударения струй идеальной сжимаемой жидкости с определением характера их течения (дозвуковое или сверхзвуковое) в окрестности точки контакта. Как видно из рис. 3, для полусферических облицовок сами понятия точки контакта на оси симметрии и «втекающих» в эту точку потоков материала облицовки теряют смысл. Как отмечалось выше и в работе [3], формирование кумулятивной струи из полусферических облицовок происходит в результате опережающего движения материала их вершинной части, скорость которого уже изначально (при метании продуктами детонации) направлена вдоль оси заряда (в отличие от конических облицовок, материал которых изначально метается к оси симметрии и приобретает результирующее осевое направле-

ние движения только после соударения на оси).

Выработка критерия сохранения сплошности кумулятивными струями, формируемыми полусферическими облицовками дегрессивной толщины, представляет собой отдельную задачу. В рамках настоящей работы для получения некоторой предварительной информации по сформулированному вопросу было дополнительно осуществлено численное моделирование взрывного обжатия рассматриваемых конической облицовки и полусферической облицовки с соотношением толщин в вершине и у основания 2.4 мм/1.0 мм в предположении, что их материал уже изначально является дезинтегрированным (состоящим из не связанных между собой частиц) и полностью лишен способности оказывать сопротивление всестороннему растяжению. Соответствующее указанным свойствам поведение материала облицовок обеспечивалось тем, что в расчетах при возникновении в материале отрицательного давления (согласно принятому уравнению его динамической сжимаемости в форме Тэта, это происходило в случае снижения плотности материала ниже нормального значения  $\rho_0$ ) давление приравнивалось нулю. Прочностные свойства материала (в рамках упругопластической модели) учитывались только при напряженном состоянии всестороннего сжатия, при нулевом же давлении (в разуплотненном материале) компоненты девиатора тензора напряжений считались равными нулю. Фактически принимаемая модель поведения материала облицовок предполагала, что он уже изначально является разрушенным, поэтому при возникновении малейших предпосылок должно происходить рассеивание формирующихся при обжатии облицовок струйных течений. Несмотря на предоставление материалу облицовки таких «возможностей», по-прежнему не наблюдалось рассеивания кумулятивной струи при моделировании взрывного обжатия полусферической облицовки с разнотолщинностью 2.4 мм/1.0 мм (рис. 4, а). Отличие от результатов, приведенных на рис. 2, д, заключалось лишь в небольшом (на уровне 5 %) увеличении скорости «головы» струи. При моделировании же схлопывания конической облицовки из дезинтегрированного материала, напротив, зафиксировано рассеивание головной части формирующейся кумулятивной струи (рис. 4, б) со скоростью выше  $\approx 7.5$  км/с.

Логичной представляется следующая ин-

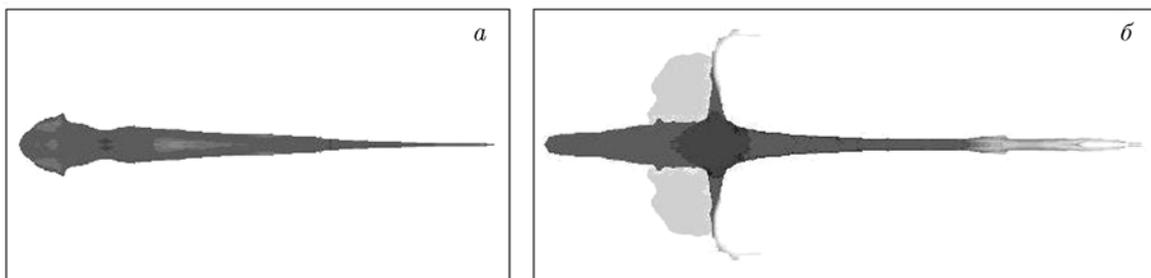


Рис. 4. Формирование кумулятивных струй из полусферической облицовки дегрессивной толщины 2.4 мм/1.0 мм (а) и из конической облицовки (б) в предположении неспособности их материала оказывать сопротивление всестороннему растяжению

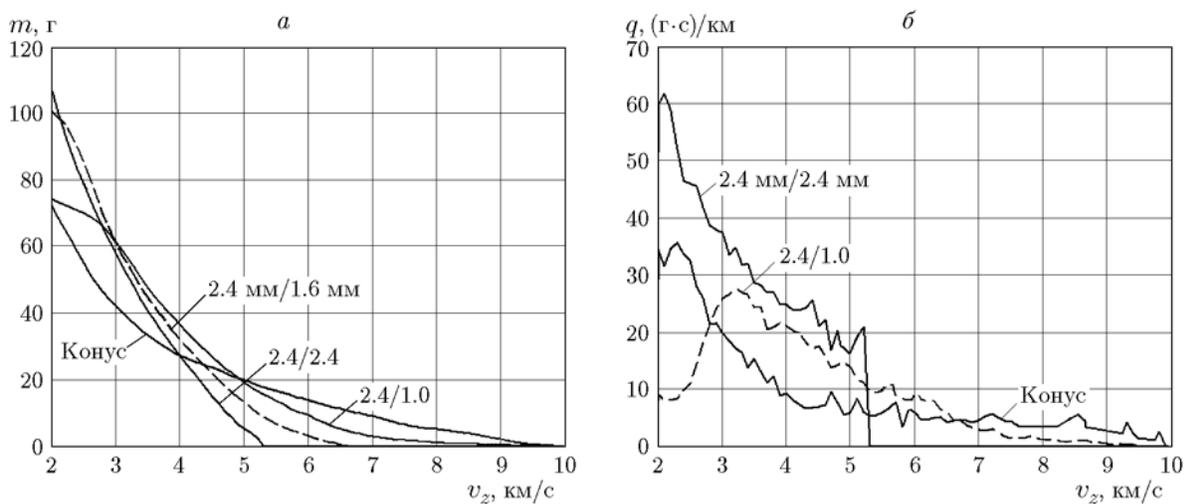


Рис. 5. Массово-скоростные распределения (а) и их плотности (б) для кумулятивных струй, формируемых конической облицовкой и полусферическими облицовками с различным соотношением толщин в вершине и у основания

терпретация результатов численного моделирования взрывного обжата облицовок из материала, изначально лишённого способности сопротивляться всестороннему растяжению. Во-первых, для правдоподобного воспроизведения критических условий струеобразования в любую расчетную методику должна интегрироваться адекватная модель разрушения материала, выбор которой невозможен без опоры на соответствующие экспериментальные данные. Этот вывод следует из результатов, полученных для конической облицовки. Использование для нее модели изначально разрушенного материала, очевидно, сверх меры «облегчает» условия рассеивания кумулятивной струи, и оно начинает проявляться в расчетах (рис. 4, б) тогда, когда согласно экспериментальным данным [1, 2] его не должно быть. Ясно также, что путем подбора модели разрушения мате-

риала и значений входящих в нее параметров условия диспергирования кумулятивной струи могут быть «ужесточены» в той степени, которая необходима для «настройки» используемой расчетной методики на отслеживание перехода между формированием коническими облицовками «монолитных» (см. рис. 2, е) и диспергированных (см. рис. 4, б) струй (эта задача не входит в число решаемых в настоящей работе).

Второй, более важный вывод, вытекающий из анализа представленных на рис. 4 результатов, заключается в том, что условия формирования кумулятивной струи из полусферической облицовки дегрессивной толщины, обеспечивающей ту же скорость головной части струи, что и при конической облицовке, являются более «мягкими». Это следует из того факта, что, в отличие от случая конической облицовки, струя, формируемая полу-

сферической облицовкой с разнотолщинностью 2.4 мм/1.0 мм, даже при создании в расчете предельно облегченных условий диспергирования ее материала сохраняет свою сплошность (см. рис. 4, *a*). Так как из рассматриваемой конической облицовки в реальности формируется полностью «монолитная» кумулятивная струя, представленные на рис. 4 результаты дают весомые основания полагать, что то же самое тем более останется в силе для струи со смягченными условиями формирования, реализующимися при взрывном обжатии полусферической облицовки дегрессивной толщины. Из вышесказанного следует, что использование полусферических облицовок дегрессивной толщины позволит формировать «монолитные» кумулятивные струи, которые по скорости головной части, по крайней мере, не будут уступать струям, формируемым коническими облицовками.

На основе анализа скоростных распределений в сочетании с формой и размерами струйных течений (см. рис. 2) дополнительно можно сделать ряд заключений качественного характера. Головной участок струи, формируемой конической облицовкой (со скоростью выше  $\approx 7$  км/с), является более массивным (более толстым), чем в случае полусферической облицовки 2.4 мм/1.0 мм. По толщине же средних участков кумулятивных струй (со скоростью примерно от 4 до 7 км/с) полусфера дегрессивной толщины 2.4 мм/1.0 мм заметно превосходит конус.

**Массово-скоростные распределения.** Для того чтобы получить количественную информацию о «выходе» материала конической облицовки и полусферических облицовок с варьируемой степенью разнотолщинности в различные участки кумулятивной струи, рассчитывались массово-скоростные распределения (распределения массы материала по участкам струйного течения с различной скоростью). Расчеты выполнялись на основании следующего формального соотношения [5]:

$$m(v_z) = \int_{V: v'_z \geq v_z} \rho' dV, \quad (1)$$

где  $m$  — масса материала облицовки, движущегося с осевой скоростью, не меньшей значения  $v_z$ ;  $\rho'$  — плотность индивидуальных частиц материала облицовки;  $V$  — объем интегрирования, составляющий часть общего объема материала облицовки и выбираемый в каж-

дый момент времени из условия, чтобы осевая скорость  $v'_z$  всех входящих в него индивидуальных частиц была не меньше заданного значения  $v_z$ . Дифференцирование соотношения (1) по скорости дает функцию плотности массово-скоростного распределения  $q(v_z) = -\frac{dm}{dv_z}$ , определяющую массу материала, приходящуюся на единичный интервал скоростей (наличие знака минус в приведенном выражении связано с принятым правилом определения функции  $m(v_z)$ , которая возрастает при отрицательных значениях приращения скорости  $dv_z$ ). Взаимосвязь между функцией массово-скоростного распределения и ее плотностью для кумулятивной струи может быть также представлена в виде интеграла

$$m(v_z) = \int_{v_z}^{v_{jh}} q(v_z) dv_z, \quad (2)$$

в котором верхний предел интегрирования  $v_{jh}$  постоянен и соответствует скорости головной части струи, а нижний предел  $v_z$  переменный.

На рис. 5 приведены полученные по результатам численного моделирования распределения массы материала конической облицовки и полусферических облицовок варьируемой разнотолщинности по участкам с различной скоростью формируемых кумулятивных струй. Кривые массово-скоростных распределений (рис. 5, *a*) имеют следующий смысл: ордината каждой их точки соответствует массе материала струи, движущейся с осевой скоростью не ниже значения, задаваемого абсциссой этой точки. С учетом принятого правила построения (1) кривые  $m(v_z)$  всегда имеют характер монотонного снижения с ростом скорости и обрываются на оси абсцисс при определенном значении, которое фиксирует максимальную скорость струйного течения (скорость «головы» кумулятивной струи  $v_{jh}$ ) — частиц материала со скоростью выше данного значения в струйном течении нет. Следует также отметить, что для полностью сформированной кумулятивной струи в состоянии инерционного удлинения соответствующее ей массово-скоростное распределение, очевидно, изменяться уже не будет (несмотря на то, что поперечные размеры различных участков струи по мере их растяжения уменьшаются).

Анализ кривых плотности массово-скоростных распределений (рис. 5, *b*) свидетель-

Масса кумулятивных струй, формируемых различными облицовками

Вариант облицовки		Масса облицовки, г	Масса кумулятивной струи	
			г	%
Коническая		259	72	28
Полусферическая	2.4 мм/2.4 мм	205	106	52
	2.4 мм/2.0 мм	183	108	59
	2.4 мм/1.6 мм	162	101	62
	2.4 мм/1.2 мм	140	84	60
	2.4 мм/1.0 мм	129	76	59

ствует о том, что ее значение максимально для струи, формируемой полусферической облицовкой постоянной толщины 2.4 мм. Однако высокая плотность массово-скоростного распределения для данной облицовки приходится на узкий скоростной интервал: скорость «головы» формируемой ею струи невелика и составляет 5.3 км/с. Более интересно проследить за значением  $q(v_z)$  для струи из полусферической облицовки дегрессивной толщины 2.4 мм/1.0 мм, скорость головной части которой близка к уровню, обеспечиваемому конической облицовкой. Из рис. 5,б можно уже в количественном выражении установить то, о чем ранее речь шла на качественном уровне: на головном участке со скоростью свыше 7 км/с по массивности кумулятивной струи конус превосходит полусферу с разнотолщинностью 2.4 мм/1.0 мм, которая, в свою очередь, формирует заметно более массивный участок струи в диапазоне скоростей  $3 \div 6$  км/с. На хвостовом участке со скоростью ниже 3 км/с струя из конической облицовки снова становится существенно массивнее, чем из полусферической. Следует обратить внимание на характерную особенность изменения плотности массово-скоростных распределений для кумулятивных струй, формируемых полусферическими облицовками дегрессивной толщины, которая проявляется при достаточно высокой степени их разнотолщинности, — наличие экстремума (точки максимума) на хвостовом участке в диапазоне скоростей  $2.5 \div 3.5$  км/с. В отличие от указанных полусферических облицовок, распределение  $q(v_z)$  для кумулятивной струи, формируемой конической облицовкой, такой особенности не имеет и монотонно возрастает с уменьшением значения  $v_z$ .

Если в интеграле (2) нижний предел интегрирования положить равным скорости «хвоста» кумулятивной струи  $v_{jt}$ , то значение данного интеграла даст полную массу всей струи. Полагая  $v_{jt} = 2$  км/с (участки высокоградиентных кумулятивных струй со скоростью ниже данного значения, как правило, не дают вклада в пробивное действие по металлическим преградам [1]), можно провести сравнительный анализ «выхода» в кумулятивную струю массы материала различных облицовок. Из таблицы видно, что в случае конической облицовки масса струи составляет около 30 %, а в случае полусферической облицовки постоянной толщины — около 50 % от массы облицовки. Полученные для этих облицовок результаты по относительной массе струи хорошо коррелируют с данными, приводимыми в [1]. Из таблицы также видно, что для полусферических облицовок дегрессивной толщины «выход» материала в струю повышается примерно до 60 %. Интересно отметить, что в случае полусферы с соотношением толщин в вершине и у основания 2.4 мм/1.0 мм, приближающейся по скорости головной части формируемой кумулятивной струи к конусу, при вдвое меньшей, чем у него, массе обеспечивается даже несколько большая полная масса струи.

**Распределения предельная длина струи — скорость.** Проведенный анализ массово-скоростных характеристик кумулятивных струй, формируемых различными облицовками, хотя и представляет определенный интерес, однако оставляет открытым основной вопрос о том, как соотносится их пробивное действие. Оценку потенциальной пробивной способности кумулятивных струй можно получить с использованием массово-скоростных распределений (1), (2). Согласно гидродинамической теории про-

никания кумулятивных струй [1, 10], достаточно хорошо описывающей этот процесс, глубиной образуемой в преграде каверны определяется плотностью материала струи и ее длиной. Последняя за счет градиента осевой скорости в кумулятивной струе увеличивается при движении струи к преграде, пока струя не распадется на отдельные безградиентные элементы. Суммарная длина всех этих безградиентных элементов дает предельно возможную полную длину струи  $l_{lim}$ , которая и может быть использована при оценке потенциальной (предельно возможной) глубины проникания струи в преграду. Ясно, что реальная глубина проникания всегда будет меньше (из-за того, что не все участки струи при заданном расстоянии от кумулятивного заряда до преграды успевают растянуться до своей предельной длины к моменту проникания, а также из-за радиального рассеивания элементов разорвавшейся струи, обусловленного технологическими погрешностями изготовления кумулятивной облицовки и заряда взрывчатого вещества). Поэтому использование значения  $l_{lim}$  при сравнительном анализе пробивной способности кумулятивных струй, формируемых различными облицовками, предполагает, что сравнение проводится в идеальных условиях — при достаточном для предельного удлинения всех участков струи расстоянии от кумулятивного заряда до преграды и их строго соосном движении.

Как свидетельствуют результаты теоретических исследований [1, 20], при распаде кумулятивных струй вследствие развития пластической неустойчивости коэффициент предельного удлинения их участков  $n_{lim}$  (отношение предельной длины участка в момент его разрыва к начальной длине) определяется безразмерным параметром

$$u = \rho_0 \dot{\epsilon}_{z0}^2 R_0^2 / \sigma_Y, \quad (3)$$

где  $\sigma_Y$  — предел текучести материала струи,  $\dot{\epsilon}_{z0}$ ,  $R_0$  — начальная скорость осевого деформирования и радиус участка струи. Данный параметр характеризует соотношение инерционных и пластических сил в струе. Зависимость  $n_{lim} = f(u)$  берется обычно в виде степенной функции

$$n_{lim} = Au^\alpha \quad (4)$$

с параметрами  $A$  и  $\alpha$ , получаемыми на основе обобщения результатов численного моделирования процесса развития пластической

неустойчивости высокоградиентных металлических стержней.

И результаты численного моделирования [20], и рентгенографирование кумулятивных струй в свободном полете [2] показывают, что некоторое время после формирования струя деформируется устойчиво. При этом растяжение участков струи происходит равномерно по их длине с сохранением формы, близкой к цилиндрической (без образования и развития «шеек»). Лишь по окончании данной стадии начинается процесс образования «шеек». Если полагать, что состояния любых участков струи в процессе его равномерного деформирования остаются физически идентичными, то соотношение (4) должно оставаться справедливым не только в момент начала рассматриваемой стадии (т. е. при формировании элементов струи), но и в любой другой ее момент, характеризующийся текущим значением  $n$  коэффициента удлинения участка струи. Удовлетворение этого требования возможно только в случае, когда в (4)  $\alpha = 1/3$ . При равномерном растяжении участка струи его текущая скорость осевого деформирования и радиус зависят от текущего коэффициента удлинения  $n$ :  $\dot{\epsilon}_z = \dot{\epsilon}_{z0}/n$ ,  $R = R_0/\sqrt{n}$  [21]. При подстановке данных значений вместо  $\dot{\epsilon}_{z0}$  и  $R_0$  в выражение (3) и последующем определении  $n_{lim}$  на основании (4) при  $\alpha = 1/3$  получаем, что значение  $n_{lim}$  уменьшается ровно в  $n$  раз по сравнению с результатом расчета по начальным параметрам  $\dot{\epsilon}_{z0}$ ,  $R_0$ . Тем самым обеспечивается неизменность общего предельного удлинения участка струи, включающего в себя удлинение от начала формирования до определенного момента времени на стадии равномерного деформирования, а также последующее удлинение от данного момента до момента разрыва на отдельные безградиентные элементы. А это означает, что при  $\alpha = 1/3$  (и только в этом случае) зависимость (4) оказывается пригодной для использования в любой произвольный момент на этапе равномерного растяжения участка кумулятивной струи.

Физически красивое значение  $\alpha = 1/3$  предложено для использования в соотношении (4), например, в [22, 23]. Очень близкие к  $1/3$  значения  $\alpha$  получены также при статистической обработке результатов численного моделирования в [20, 24], хотя, справедливости ради, следует отметить, что в некоторых работах (например, [25]) приводятся и не согла-

сующиеся с указанным значением данные. Не вникая в причины такого рассогласования, при определении полной предельной длины всей кумулятивной струи будем использовать в зависимости (4) показатель степени  $\alpha = 1/3$ , который, как оказалось, обеспечивает проявление не только физической, но и математической гармонии, позволяя приблизиться к решению поставленной задачи аналитическим путем. Значение  $l_{lim}$  в случае «универсальности» (4) по отношению к моментам деформирования кумулятивной струи, в которые определяются коэффициенты предельного удлинения  $n_{lim}$  ее участков, может быть рассчитано с помощью интеграла

$$l_{lim} = \int_{z_{jt}}^{z_{jh}} n_{lim} dz,$$

где  $z_{jh}$  и  $z_{jt}$  — осевые координаты «головой» и «хвоста» кумулятивной струи в какой-то момент времени. Подставляя сюда выражение

$$n_{lim} = A \sqrt[3]{\frac{\rho_0 \dot{\epsilon}_z^2 R^2}{\sigma_Y}} \quad (5)$$

и переходя от интегрирования по координате  $z$  к интегрированию по скорости  $v_z$  различных участков кумулятивной струи с учетом взаимосвязи  $dv_z = \dot{\epsilon}_z dz$ , приходим к выражению

$$l_{lim} = \frac{A}{\sqrt[3]{\pi \sigma_Y}} \int_{v_{jt}}^{v_{jh}} \sqrt[3]{\frac{\rho_0 R^2}{\dot{\epsilon}_z}} dv_z,$$

откуда после несложных преобразований, принимая во внимание, что масса бесконечно малого участка струи длиной  $dz$  определяется как  $dm = \pi \rho_0 R^2 dz = q(v_z) dv_z$ , будем иметь

$$l_{lim} = \frac{A}{\sqrt[3]{\pi \sigma_Y}} \int_{v_{jt}}^{v_{jh}} \sqrt[3]{q(v_z)} dv_z.$$

Если нижний предел интегрирования сделать здесь переменным (равным скорости  $v_z$  произвольного сечения струи), получим для кумулятивной струи распределение предельная длина — скорость:

$$l_{lim}(v_z) = \frac{A}{\sqrt[3]{\pi \sigma_Y}} \int_{v_z}^{v_{jh}} \sqrt[3]{q(v_z)} dv_z, \quad (6)$$

которое характеризует предельную длину участка струи со скоростью выше  $v_z$ . Функция плотности данного распределения  $s_{lim}(v_z)$ , определяющая предельную длину струи, проходящую на единичный интервал скоростей, вводится в рассмотрение по аналогии с плотностью массово-скоростного распределения  $q(v_z)$  как  $s_{lim}(v_z) = -\frac{dl_{lim}}{dv_z}$ , и с учетом (6) она связана с функцией  $q(v_z)$  соотношением

$$s_{lim}(v_z) = A \sqrt[3]{\frac{q(v_z)}{\pi \sigma_Y}}, \quad (7)$$

позволяющим представить интегральную форму взаимосвязи между функцией распределения предельная длина струи — скорость и ее плотностью в виде

$$l_{lim}(v_z) = \int_{v_z}^{v_{jh}} s_{lim}(v_z) dv_z.$$

Расчеты функций  $l_{lim}(v_z)$  (6) и  $s_{lim}(v_z)$  (7) проводились при значении  $A = 6.43$  в (5), принятом на основании обработки данных [20] по коэффициенту предельного удлинения медных кумулятивных струй. По поводу же выбора значения предела текучести материала струи  $\sigma_Y$ , входящего в (6), (7), и его соответствия значению  $\sigma_Y = 300$  МПа, использовавшемуся для материала кумулятивных облицовок при моделировании их взрывного обжата, необходимо сделать следующее важное замечание. Как вытекает из представленных выше выкладок, получение зависимостей (6), (7) базируется на синтезе результатов решения двух независимых задач — рассматриваемой в настоящей работе задачи о формировании кумулятивных струй, из которой берется плотность массово-скоростного распределения  $q(v_z)$  для струи, и задачи о развитии пластической неустойчивости и распаде струи, дающей приведенную в [20, 22–24] обобщенную зависимость для коэффициента предельного удлинения в виде (5) с входящим в нее значением  $\sigma_Y$ . Корректность предложенного подхода можно проверить путем расчета предельной длины всей струи  $l_{lim}(v_{jt})$  для конической облицовки на основании соотношения (6). Значение  $l_{lim}(v_{jt})$  для прецизионных кумулятивных зарядов с медной облицовкой должно быть близко к обеспечиваемой ими максимальной глубине проникания струи в стальную преграду (плотность которой близка к

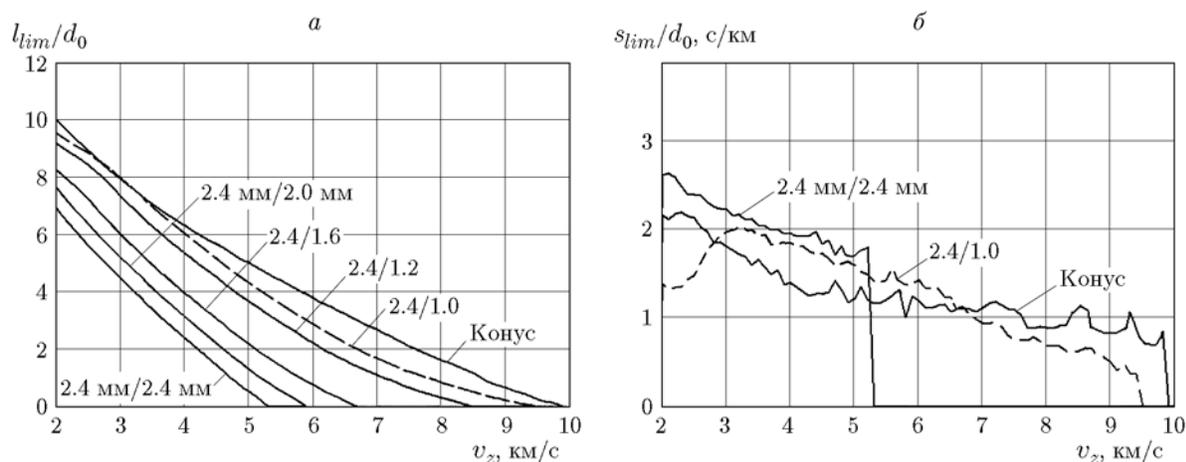


Рис. 6. Распределения предельная длина струи — скорость (а) и их плотности (б) для кумулятивных струй, формируемых конической облицовкой и полусферическими облицовками с различным соотношением толщин в вершине и у основания

плотности медной кумулятивной струи). Как указывалось выше, для прецизионных кумулятивных зарядов с медной конической облицовкой, подобных смоделированному в расчетах, в экспериментах достигается глубина пробития стальной преграды на уровне  $10d_0$  [1]. Такого же уровня должна быть для них и предельная длина всей струи  $l_{lim}(v_{jt})$ . Предел текучести материала струи  $\sigma_Y$  в (6) является, по сути, единственным подгоночным параметром для получения необходимого значения  $l_{lim}(v_{jt})$ . О корректности функции  $q(v_z)$ , полученной по результатам численного моделирования для кумулятивной струи, формируемой конической облицовкой, можно судить по тому, насколько значение  $\sigma_Y$ , обеспечивающее  $l_{lim}(v_{jt}) = 10d_0$ , близко к реальному динамическому пределу текучести меди. Как оказалось, указанный для  $l_{lim}(v_{jt})$  результат достигается при  $\sigma_Y = 285$  МПа (при определении общей предельной длины кумулятивной струи по-прежнему учитывались ее участки с нижним порогом скорости  $v_{jt} = 2$  км/с). Близкое соответствие полученного значения  $\sigma_Y$  реальным прочностным свойствам меди может служить дополнительным подтверждением достоверности проведенного численного моделирования.

Из вышесказанного ясно, что определение характеристик предельного удлинения кумулятивных струй, формируемых различными облицовками, вполне могло проводиться при изначально принятом для облицовок пределе те-

кучести меди  $\sigma_Y = 300$  МПа (в этом случае для конической облицовки  $l_{lim}(v_{jt}) = 9.8d_0$ ). Однако все же расчеты  $l_{lim}(v_z)$  (6) и  $s_{lim}(v_z)$  (7) были выполнены при  $\sigma_Y = 285$  МПа по двум причинам. Во-первых, при данном значении  $\sigma_Y$  для конической облицовки получается значение  $l_{lim}(v_{jt}) = 10d_0$ , а во-вторых, так как прочность медных кумулятивных облицовок практически не влияет на процесс струеобразования, при  $\sigma_Y = 285$  МПа можно получить те же самые массово-скоростные распределения для струй, что и при  $\sigma_Y = 300$  МПа.

Результаты по предельному удлинению различных участков кумулятивных струй, формируемых конической облицовкой и полусферическими облицовками варьируемой разнотолщинности, представлены на рис. 6. Из рис. 6, а видно, что общая предельная длина кумулятивной струи для равнотолщинной полусферической облицовки 2.4 мм/2.4 мм составляет примерно  $6.8d_0$ . Близкой к данному значению должна быть и глубина ее проникания в стальную преграду. Следует отметить, что в [1] для глубины пробития стальной преграды кумулятивными зарядами с медной полусферической облицовкой постоянной толщины приводится меньшее значение — до  $5d_0$ . Однако совершенно ясно, что данный результат указан в [1] для непрецизионных кумулятивных зарядов с полусферической облицовкой (в отличие от результата  $10d_0$ , относящегося именно к прецизионным зарядам с конической облицовкой).

Прецизионных зарядов с полусферическими облицовками просто никто никогда не делал — в этом нет необходимости, так как для большой глубины пробития всегда используются обладающие в этом отношении преимуществом заряды с конической облицовкой. Применение же полусферических облицовок ограничивается задачами получения пробоины достаточно большого диаметра в преграде ограниченной толщины. В связи с вышесказанным еще раз обратим внимание, что полученное значение глубины пробития стальной преграды кумулятивным зарядом с полусферической облицовкой постоянной толщины на уровне  $7d_0$  относится к идеальным условиям, подразумевающим, в том числе, абсолютную точность изготовления заряда.

Из рис. 6,а также видно, что для полусферических облицовок дегрессивной толщины при увеличении степени их разнотолщинности одновременно с возрастанием скорости головной части формируемой ими кумулятивной струи увеличивается также ее предельная длина, а следовательно, и пробивное действие струи. В случае полусферы с соотношением толщин 2.4 мм/1.0 мм, для которой скорость «головы» струи близка к значению, соответствующему конусу, предельная длина струи «не дотягивает» до результата, обеспечиваемого конической облицовкой, менее 5 %. Причем, как следует из рис. 6,б, это различие обусловлено лишь тем, что хвостовые участки кумулятивной струи, формируемой конической облицовкой (в интервале скоростей  $2 \div 3$  км/с), вследствие своей большей массивности (см. рис. 5,б) дают и несколько больший вклад в предельную длину струи по сравнению с полусферической облицовкой. Однако следует заметить, что реализация данного преимущества конической облицовки на практике весьма проблематична — хвостовые элементы струи для того, чтобы внести вклад в пробитие, должны свободно преодолеть длинный и узкий канал в преграде, образованный при проникании предшествующей части струи, а этому препятствует их радиальное отклонение, обусловленное технологическими погрешностями изготовления кумулятивного заряда. Поэтому реальное пробитие кумулятивным зарядом с полусферической облицовкой дегрессивной толщины 2.4 мм/1.0 мм может не уступать пробитию зарядом с конической облицовкой.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное численное моделирование показало, что переход к полусферическим облицовкам дегрессивной толщины дает возможность существенно увеличить скорость формируемых ими кумулятивных струй и поднять их пробивное действие до уровня, не уступающего зарядам с конической облицовкой. При этом в качестве методического средства, позволяющего с высокой степенью информативности анализировать свойства кумулятивных струй, выступили введенные для них в рассмотрение массово-скоростные распределения и получаемые на их основе распределения предельная длина струи — скорость.

По поводу достоверности полученных результатов представляется уместным добавить следующее. В случае кумулятивного заряда с полусферической облицовкой постоянной толщины проведенные расчеты относительной массы кумулятивной струи, скорости ее головной части и формоизменения облицовки на различных стадиях схлопывания показали близкое соответствие экспериментальным данным [1, 2, 4] и данным других расчетов [1, 18]. Видимых причин, которые могли бы поставить под сомнение «работоспособность» используемой расчетной методики при переходе к моделированию взрывного обжата полусферических облицовок дегрессивной толщины, не прослеживается, тем более что предсказываемое расчетами для подобных облицовок увеличение скорости формируемой кумулятивной струи имеет «прозрачное» физическое обоснование (как указывалось, оно связано с созданием условий для сферически-симметричного схождения облицовки к центру).

Ясно, что, несмотря на видимое правдоподобие, приведенные результаты расчетов нуждаются в экспериментальном подтверждении. При этом главный вопрос, ответ на который можно получить только экспериментальным путем, состоит в пределах увеличения скорости кумулятивных струй. Как представляется, значение результатов проведенного численного моделирования заключается в том, что они указывают для экспериментальной проверки интересное как с прикладной, так и с фундаментальной точки зрения направление исследований.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Физика взрыва**: в 2 т. / под ред. Л. П. Орленко. — Изд. 3-е, испр. — М.: Физматлит, 2004. — Т. 2.
2. **Walters W. P., Zukas J. A.** Fundamentals of Shaped Charges. — Wiley, New York, 1989.
3. **Титов В. М.** Возможные режимы гидродинамической кумуляции при схлопывании облицовки // Докл. АН СССР. — 1979. — Т. 247, № 5. — С. 1082–1084.
4. **Hornemann U., Holzwarth A.** Characteristics of shaped charges with hemispherical liners // Propell., Explos., Pyrotech. — 1993. — V. 18, N 5. — P. 282–287.
5. **Федоров С. В., Баянова Я. М., Ладов С. В.** Численный анализ влияния геометрических параметров комбинированной кумулятивной облицовки на массу и скорость формируемых взрывом компактных элементов // Физика горения и взрыва. — 2015. — Т. 51, № 1. — С. 150–164.
6. **Пат. RU 2549505 C1, МПК F42B 1/024.** Комбинированная кумулятивная облицовка для формирования высокоскоростных компактных элементов / С. В. Ладов, С. В. Федоров, Я. М. Баянова. — Заявл. 30.05.2014; Оpubл. 27.04.2015, Бюл. № 12.
7. **Методы исследования свойств материалов при интенсивных динамических нагрузках** / под ред. М. В. Жерноклетова. — Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2005.
8. **Johnson G. R., Cook W. H.** A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures // Proc. 7th Intern. Symp. on Ballistics. — Hague, Netherlands, 1983. — P. 541–547.
9. **Бабкин А. В., Колпаков В. И., Охитин В. Н., Селиванов В. В.** Прикладная механика сплошных сред: в 3 т. Т. 3: Численные методы в задачах физики быстропротекающих процессов. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2006.
10. **Высокоскоростное взаимодействие тел** / под ред. В. М. Фомина. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999.
11. **Физика взрыва**: в 2 т. / под ред. Л. П. Орленко. — Изд. 3-е, испр. — М.: Физматлит, 2002. — Т. 1.
12. **Оран Э., Борис Дж.** Численное моделирование реагирующих потоков. — М.: Мир, 1990.
13. **Федоров С. В.** О возможности «отсечки» лидирующего высокоскоростного участка металлической струи при взрыве кумулятивного заряда в аксиальном магнитном поле // Боеприпасы и высокоэнергетические конденсированные системы. — 2008. — № 2. — С. 73–80.
14. **Федоров С. В., Велданов В. А., Смирнов В. Е.** Численный анализ влияния скорости и прочности удлиненных ударников из высокоплотного сплава на глубину их проникания в стальную преграду // Вестн. Моск. гос. техн. ун-та им. Н. Э. Баумана. Сер. Машиностроение. — 2015. — № 1. — С. 65–83.
15. **Уилкинс М. Л.** Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. — М.: Мир, 1967. — С. 212–263.
16. **Федоров С. В., Велданов В. А.** К определению размеров кавитационной полости в воде за движущимся с высокой скоростью цилиндрическим телом // Журн. техн. физики. — 2013. — Т. 83, вып. 2. — С. 15–20.
17. **Федоров С. В.** К определению глубины проникания пористых ударников при гиперсверхзвуковом взаимодействии // Журн. техн. физики. — 2007. — Т. 77, вып. 10. — С. 131–134.
18. **Lee W. H.** Computer Simulation of Shaped Charge Problems. — World Scient. Publ. Co. Ltd, 2006.
19. **Кинеловский С. А., Тришин Ю. А.** Физические аспекты кумуляции // Физика горения и взрыва. — 1980. — Т. 16, № 5. — С. 26–40.
20. **Бабкин А. В., Ладов С. В., Маринин В. М., Федоров С. В.** Закономерности растяжения и пластического разрушения металлических кумулятивных струй // ПМТФ. — 1999. — Т. 40, № 4. — С. 25–35.
21. **Бабкин А. В., Ладов С. В., Маринин В. М., Федоров С. В.** Особенности инерционного растяжения кумулятивных струй в свободном полете // ПМТФ. — 1997. — Т. 38, № 2. — С. 3–9.
22. **Chou P. C., Grudza M., Liu Y. F., Ritzman Z.** Shaped-charge jet break-up formula with metal anisotropy // Proc. 13th Intern. Symp. on Ballistics. — Stockholm, Sweden, 1992.
23. **Chantaret P. Y.** Theoretical consideration about jet density and shaped charge performance // Proc. 17th Intern. Symp. on Ballistics. — Midrand, South Africa, 1998. — V. 2. — P. 373–380.
24. **Carleone J.** Mechanics of shaped charge // Prog. in Astronaut. and Aeronaut. — 1993. — V. 155: Tactical missile warheads.
25. **Haugstad B.** On the break-up of shaped charge jets // Propell., Explos., Pyrotech. — 1983. — V. 8, N 4. — P. 119–120.

Поступила в редакцию 6/XI 2015 г.,  
в окончательном варианте — 24/XII 2015 г.