

Для упругого образца ($\sigma = E_1 \varepsilon_1$) условие (3.1) переходит в $1/2 \pi \operatorname{tg} \omega t < \mu$, т. е. (3.1) выполняется лишь при $t < t_0$, где $t_0 = \omega^{-1} \arctg (2\mu / \pi)$.

Таким образом, ε можно считать постоянным лишь при $t_* < t < t_0$, т. е. необходимо $t_0 > t_*$. Если использовать (2.9), то это неравенство можно переписать в виде (t_* должно быть мало)

$$\mu^3 > \frac{\pi^2}{2} \frac{\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2}{m}$$

Это очень жесткое неравенство.

Второй способ состоит в том, что предполагается некоторое уравнение состояния грунта и ставится серия опытов для проверки этого предположения.

Например, предположим, что грунт описывается уравнением (2.3) с линейными g и σ_* . Пусть $\sigma_*(t)$ и $\varepsilon_*(t)$ есть решение системы (2.1) — (2.3) с $v_0 = v_*$. Тогда решение с произвольным v_0 имеет вид $\sigma(t) = (v_0 / v_*) \sigma_*(t)$, $\varepsilon(t) = (v_0 / v_*) \varepsilon_*(t)$. Таким образом, серия опытов с разными v_0 позволит решить, применимо ли данное предположение.

В заключение автор благодарит участников семинара отдела динамики неупругих сред Института проблем механики АН СССР за обсуждение данной работы.

Поступило 2 VI 1969

ЛИТЕРАТУРА

1. Мельников В. В., Рыков Г. В. О влиянии скорости деформирования на сжимаемость лессовых грунтов. ПМТФ, 1965, № 2.

ОБ АКТИВНОМ НАГРУЖЕНИИ СТЕРЖНЯ ИЗ МАТЕРИАЛА С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ТЕКУЧЕСТЬЮ ПРИ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИАГРАММЕ УПРОЧНЕНИЯ

Ю. П. Гуляев

(Москва)

На основе модели В. С. Ленского получено точное решение задачи о распространении нелинейных упруго-пластических волн нагружения в полубесконечном стержне с запаздывающей текучестью.

В работе [1] была предложена модель, описывающая эффект запаздывания текучести материала, на основе схемы линейного упрочнения.

Существует возможность обобщения этой модели на случай, когда зависимость $\sigma = \sigma(\varepsilon, t)$ будет нелинейной. При этом задача об активном нагружении полубесконечного стержня сводится к построению соответствующей волны Римана [2].

Пусть на конце $x = 0$ полубесконечного стержня $x \geq 0$, материал которого обладает эффектом запаздывания текучести, действует давление $\Phi(t)$. Для определенности будем считать давление растягивающим. Связь $\sigma \sim \varepsilon \sim t$ в любом сечении стержня примем в виде

$$\sigma = E\varepsilon \quad (\varepsilon < \varepsilon_s) \quad (1)$$

$$\sigma = E\varepsilon_s (t - x/a_0) + \Phi[\varepsilon - \varepsilon_s (t - x/a_0)] \quad (\varepsilon \geq \varepsilon_s)$$

Здесь ε_s — убывающая функция времени, а функция $\Phi(z)$ удовлетворяет следующим условиям:

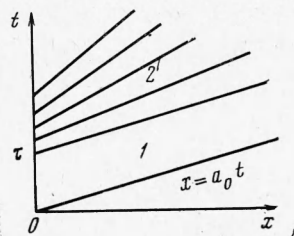
$$\Phi(0) = 0, \quad 0 < \Phi'(z) \leq E, \quad \Phi''(z) \leq 0 \quad (2)$$

Чтобы деформация на конце стержня была активной, давление должно удовлетворять условию [3]

$$\Phi'(t) \geq E\varepsilon_s'(t) \quad (3)$$

В области упругих деформаций (обл. I, фиг. 1) уравнение движения имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a_0^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad a_0^2 = \frac{E}{\rho} \quad (4)$$



Фиг. 1

Решение уравнения (4) при нулевых начальных данных определяется квадратурой

$$u(x, t) = -\frac{a_0}{E} \int_0^{t-x/a_0} \Phi(\xi) d\xi$$

$$\varepsilon = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{E} \Phi(t-x/a_0), \quad v = \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{a_0}{E} \Phi(t-x/a_0) \quad (5)$$

Определение напряженно-деформированного состояния в упруго-пластической области 2 сводится к нахождению решения уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{a^2 - a_0^2}{a_0} \varepsilon_s'(t-x/a_0), \quad a^2 = \Phi'(\varepsilon - \varepsilon_s) / \rho, \quad a^2(0) = a_0^2 = \frac{E}{\rho} \quad (6)$$

при следующих граничных условиях:

$$\sigma(0, t) = \Phi(t), \quad u_1 = u_2 \quad \text{при } x = a_0(t - \tau) \quad (7)$$

Здесь τ — момент возникновения пластических деформаций на конце стержня.

Легко показать, что характеристика $x = a_0(t - \tau)$ есть линия слабого разрыва. Поэтому последнее условие (7) можно заменить требованием непрерывности скоростей и деформаций при $x = a_0(t - \tau)$.

Введем в рассмотрение новую функцию $U(x, t)$, определяемую формулой

$$U(x, t) = u(x, t) + a_0 \int_{\tau}^{t-x/a_0} \varepsilon_s(\xi) d\xi \quad (8)$$

$$\varepsilon^* = \frac{\partial U}{\partial x} = \varepsilon - \varepsilon_s(t-x/a_0), \quad V = \frac{\partial U}{\partial t} = v + a_0 \varepsilon_s(t-x/a_0)$$

Тогда уравнение (6) примет вид

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2(\varepsilon^*) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (9)$$

Функция $U(x, t)$ должна при этом удовлетворять следующим условиям:

$$\varepsilon^*|_{x=0} = \varepsilon_0^*(t), \quad \varepsilon^* = V = 0 \quad \text{при } x = a_0(t - \tau) \quad (10)$$

где $\varepsilon_0^*(t)$ — заданная функция времени.

Уравнение (9) представляет собой квазилинейное уравнение гиперболического типа, которое равносильно следующей системе характеристик:

$$dx = \pm a(\varepsilon^*) dt, \quad dV = \pm a(\varepsilon^*) d\varepsilon^* \quad (11)$$

Последние условия (11) могут быть проинтегрированы вдоль соответствующих характеристик на плоскости xt

$$V = \pm \int_0^{\varepsilon^*} a(\xi) d\xi + c_{1,2} \quad (12)$$

причем постоянные c_1 и c_2 имеют, вообще говоря, различные значения на различных характеристиках.

Покажем, что в области 2 имеет место интеграл уравнения (9)

$$V = - \int_0^{\varepsilon^*} a(\xi) d\xi \quad (13)$$

Действительно, вдоль характеристик отрицательного наклона справедливо соотношение

$$V = - \int_0^{\varepsilon^*} a(\xi) d\xi + c_2$$

Так как характеристики отрицательного наклона пересекают линию $x = a_0(t - \tau)$, на которой $\varepsilon^* = V = 0$, то $c_2 \equiv 0$. Таким образом, интеграл (13) в области 2 существует.

Характеристики положительного наклона будут прямыми линиями. Действительно, из наличия интеграла (13) и характеристического условия

$$V = \int_0^{\varepsilon^*} a(\xi) d\xi + c_1$$

следует постоянство ε^* и V вдоль каждой характеристики положительного наклона. Следовательно, уравнение их имеет вид

$$x = a(\varepsilon^*)(t - t_0) \quad (14)$$

Здесь t_0 — любая точка на оси t , для которой согласно краевому условию (10) известно давление $\Phi(t_0)$, или, что то же самое, $\varepsilon_0^*(t)$.

Решение задачи в области 2 получаем в форме волны Римана [2]

$$\varepsilon^* = \varepsilon_0^*(t - x/a(\varepsilon^*)), \quad V = - \int_0^{\varepsilon^*} a(\xi) d\xi \quad (15)$$

Деформации и скорости сечений стержня выражаются следующими формулами

$$\varepsilon = \varepsilon_0^*(t - x/a(\varepsilon - \varepsilon_s)) + \varepsilon_s(t - x/a_0) \quad (16)$$

$$v = - \int_0^{\varepsilon - \varepsilon_s} a(\xi) d\xi - a_0 \varepsilon_s(t - x/a_0)$$

В частности, если функция $\Phi(z)$ линейная

$$\Phi(z) = E_1 z \quad (E_1 < E)$$

то решение (16) переходит в известное решение для пластической области, приведенное в работе [1]. Из полученного решения видно, что в области 2 на пластические волны нагружения накладываются упругие релаксационные волны, возникающие за счет самопроизвольного уменьшения предела текучести материала во времени.

Если $\Phi'(0) \neq E$, то между областями 1 и 2 появляется область чистой релаксации напряжений (область 2' на фиг. 2), т. е. в этой области решение имеет вид

$$\varepsilon = \varepsilon_s(t - x/a_0), \quad v = -a_0 \varepsilon_s(t - x/a_0) \quad (17)$$

В области 2 в этом случае решение (16) остается справедливым.

Поступила 13 XII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Ленский В. С., Фомина Л. Н. Распространение одномерных волн в материалах с запаздывающей текучестью. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 3.
2. Рахматулин Х. А., Демьянов Ю. А. Прочность при интенсивных кратковременных нагрузках. М., Физматгиз, 1961.
3. Гуляев Ю. П., Ленский В. С. О волне разгрузки в материалах с запаздывающей текучестью. ПММ, 1968, т. 32, вып. 6.

ОБОБЩЕНИЕ РЕЖИМНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ РАБОТЕ СЕКЦИОНИРОВАННОГО ПЛАЗМОТРОНА С ПОДЖАТИЕМ КАНАЛА

В. А. Косаренков, Е. И. Рябцев, Г. П. Стельмах,
Н. А. Чесноков

(Москва)

Экспериментально исследованы вольт-амперные характеристики плазматрона с секционированным каналом при пониженных давлениях.

Для фиксации геометрических размеров дуги наиболее целесообразно применение протяженной межэлектродной электроизоляционной вставки. Однако на практике имеются трудности с подбором материала вставки вследствие довольно жесткого термического режима при горении дуги в канале, что приводит к использованию в технологических плазматронах электроизолированных охлаждаемых металлических секций, из которых набирается канал [1,2]. Такая конструкция имеет некоторые недостатки по сравнению с плазматронами с единой межэлектродной вставкой (утечка электронов, повышенный теплоотвод в охлаждающие стенки). Тем не менее в настоящее время она достаточно широко используется на практике.