УДК 533.72

О ВЫЧИСЛЕНИИ ПОТОКА ТЕПЛА ОТ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ В ДВУХАТОМНОМ ГАЗЕ

С. А. Савков, А. А. Юшканов*

Орловский государственный университет, 302015 Орел
* Московский педагогический университет, 107005 Москва

Рассматривается задача о потоке тепла от равномерно нагретой сферической частицы в двухатомном газе. Приведены результаты численных расчетов для аналога модели Бхатнагара — Гросса — Крука интеграла столкновений при условии чисто диффузного отражения молекул газа от поверхности.

Изучение процесса переноса тепла в промежуточном диапазоне значений числа Кнудсена остается одной из актуальных проблем кинетической теории газов. При теоретическом анализе данного явления, как правило, учитываются лишь поступательные степени свободы, тогда как большинство экспериментов проводится с молекулярными газами, что требует учета внутренних степеней свободы [1]. Вклад каждого типа движения определяется характером энергетического спектра. Как известно (см., например, [2]), расстояние между уровнями энергии вращательных степеней свободы определяется соотношением $\hbar^2/(2J)$ ($\hbar$ — постоянная Планка; J — момент инерции молекулы) и сравнимо с энергией теплового движения kT (k — постоянная Больцмана) лишь для наиболее легких газов. Так, для молекул водорода $\hbar^2/(2Jk) = 85{,}4$ K. Для более тяжелых молекул это значение существенно меньше, что позволяет пренебречь дискретным характером энергетического спектра вращательного движения и рассматривать вращательные степени свободы в классическом приближении. Колебательные степени свободы возбуждаются при температурах порядка 10^3 K, поэтому их можно считать полностью замороженными.

Для исследования влияния вращательных степеней свободы на кинетические процессы используются как прямое численное моделирование [3], так и различные варианты моделей интеграла столкновений [4–9]. При этом вводятся различные эмпирические параметры, в частности величина Z, представляющая собой отношение времен релаксации энергии поступательных и вращательных степеней свободы. Указанная величина может принимать разные значения для различных процессов. Кроме того, она зависит от выбора конкретной модели.

При использовании параметров, неоднозначно определяемых свойствами газа, невозможно сопоставить результаты, полученные в разных работах. Поэтому важное значение имеет исследование предельного случая, когда времена релаксации поступательных и вращательных степеней свободы равны, что имеет место для многих газов при комнатной температуре [1, 10].

Рассмотрим задачу о потоке тепла от равномерно нагретой до температуры T_w сферической частицы радиуса R, находящейся в двухатомном газе, в котором поддерживается постоянная на бесконечности температура T_0. Для того чтобы линеаризовать задачу, перепад температуры $\Delta T = T_w - T_0$ будем полагать достаточно малым.

Введем сферическую систему координат с началом в центре частицы. Состояние окружающего ее газа описывается уравнением [11]

$$C_r\,\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{C^2-C_r^2}{r}\,\frac{\partial\varphi}{\partial C_r}=I[\varphi], \tag{1}$$

где φ — поправка к равновесной (максвелловской) функции распределения $f_0 = n_0(m/(2\pi kT_0))^{3/2}(J/(kT_0))\exp{(-C^2-\gamma^2)}$; $\boldsymbol{C}=\boldsymbol{V}\sqrt{m/(2kT_0)}$; $\gamma=\omega\sqrt{J/(2kT_0)}$; $\boldsymbol{V}$, ω — собственная скорость поступательно и вращательно движущихся молекул газа; I — интегральный оператор столкновений; m — масса молекулы; n_0 — концентрация молекул на бесконечно большом удалении от частицы.

Следуя [12], запишем

$$I[\varphi]=\nu(F-\varphi),\qquad F=\sum_{i=1}^{3}P_iM_i,\qquad \nu=\frac{7n_0}{æ}\sqrt{\frac{k^3T_0}{8m}}=\frac{1}{\chi}\sqrt{\frac{kT_0}{2m}}.$$

Здесь

$$M_i=2\pi^{-3/2}\int P_i\varphi\exp(-C^2-\gamma^2)\gamma\,d\gamma\,d^3C,$$
$$P_1=1,\qquad P_2=\sqrt{2/5}\,(C^2+\gamma^2-5/2),\qquad P_3=\sqrt{2}\,C_r, \tag{2}$$

æ, χ — тепло- и температуропроводность.

Переходя к новой переменной $\mu=(\boldsymbol{C}\cdot\boldsymbol{r})/(Cr)$ запишем (1) в виде

$$\mu\,\frac{\partial\varphi}{\partial r}+\frac{1-\mu^2}{r}\,\frac{\partial\varphi}{\partial\mu}=\frac{\nu}{C}(F-\varphi). \tag{3}$$

Рассматривая F как заданную функцию, составим систему характеристических уравнений

$$\frac{dr}{\mu}=\frac{r\,d\mu}{1-\mu^2}=\frac{C}{\nu}\,\frac{d\varphi}{F-\varphi}.$$

Первое равенство $dr/\mu=r\,d\mu/(1-\mu^2)$ решается тривиально. В результате получим уравнение характеристики

$$K_1=r\sqrt{1-\mu^2}. \tag{4}$$

Второе уравнение имеет вид $dr/\mu=(C/\nu)\,d\varphi/(F-\varphi)$. Подставляя в это уравнение найденное из (4) значение $\mu=\pm\sqrt{1-K_1^2/r^2}$, получим

$$\operatorname{sign}(\mu)\sqrt{1-\frac{K_1^2}{r^2}}\;\frac{C}{\nu}\,\frac{d\varphi}{dr}=F-\varphi.$$

Отсюда находим

$$\varphi=K_2\exp\Big(-\operatorname{sign}(\mu)\frac{\nu}{C}\sqrt{r^2-K_1^2}\Big)+{}$$
$$+\operatorname{sign}(\mu)\frac{\nu}{C}\int_R^r\exp\Big(\operatorname{sign}(\mu)\,\frac{\nu}{C}\big(\sqrt{r_1^2-K_1^2}-\sqrt{r^2-K_1^2}\big)\Big)\times$$
$$\times F\Big(r_1,\operatorname{sign}(\mu)\sqrt{1-\frac{K_1^2}{r_1^2}}\,\Big)\frac{r_1\,dr_1}{\sqrt{r_1^2-K_1^2}}. \tag{5}$$

Аргументы функции F означают, что при ее вычислении в качестве r и μ необходимо взять r_1 и $\operatorname{sign}(\mu)\sqrt{1-K_1^2/r_1^2}$ соответственно.

Для однозначного определения решения необходимо задать граничные условия. Учитывая структуру (5) и разрывный характер функции распределения вдоль характеристики $r\sqrt{1-\mu^2}=R$, разобьем область изменения переменных (r,μ) на три подобласти: 1 — $\mu\in[-1,0]$, 2 — $\mu\in[0,\sqrt{1-R^2/r^2}\,]$, 3 — $\mu\in[\sqrt{1-R^2/r^2},1]$. Функциям распределения в перечисленных областях присвоим соответствующие индексы.

Искомое решение должно удовлетворять условию конечности $\varphi\big|_{r\to\infty}=0$, причем при $\mu>0$ это требование удовлетворяется автоматически, что позволяет определить функцию распределения лишь в области 1. Значение функции распределения в области 2 определяется условием ее непрерывности на границе областей 1 и 2, т. е. $\varphi_2(r,0)=\varphi_1(r,0)$ при $\mu=0$. Граничное условие в области 3 задается законом отражения молекул газа от поверхности частицы $\varphi_3(R,\mu)=\Phi_w(\mu)$ при $0<\mu<1$ (Φ_w — функция распределения молекул, отраженных от поверхности частицы).

Удовлетворяющее перечисленным условиям решение уравнения (3) может быть представлено в виде

$$\varphi=\varphi_1H_1+\varphi_2H_2+\varphi_3H_3, \tag{6}$$

где $H_1=H(-\mu)$; $H_2=1-H_1-H_3$; $H_3=H(\mu-\sqrt{1-R^2/r^2})$; $H(x)=(|x|+x)/(2x)$ — стандартная функция Хевисайда;

$$\varphi_1=\frac{\nu}{C}\int\limits_r^\infty \exp\Big(-\frac{\nu}{C}\big(r\mu+\sqrt{r_1^2-r^2(1-\mu^2)}\,\big)\Big)F\Big(r_1,-\sqrt{1-\frac{r^2}{r_1^2}\,(1-\mu^2)}\Big)\frac{r_1\,dr_1}{\sqrt{r_1^2-r^2(1-\mu^2)}},$$

$$\varphi_2=\frac{\nu}{C}\int\limits_{r\sqrt{1-\mu^2}}^\infty \exp\Big(-\frac{\nu}{C}\big(r\mu+\sqrt{r_1^2-r^2(1-\mu^2)}\,\big)\Big)\times \tag{7}$$

$$\times F\Big(r_1,-\sqrt{1-\frac{r^2}{r_1^2}\,(1-\mu^2)}\Big)\frac{r_1\,dr_1}{\sqrt{r_1^2-r^2(1-\mu^2)}}+$$

$$+\frac{\nu}{C}\int\limits_{r\sqrt{1-\mu^2}}^r \exp\Big(\frac{\nu}{C}\big(\sqrt{r_1^2-r^2(1-\mu^2)}-r\mu\big)\Big)F\Big(r_1,\sqrt{1-\frac{r^2}{r_1^2}(1-\mu^2)}\Big)\frac{r_1\,dr_1}{\sqrt{r_1^2-r^2(1-\mu^2)}},$$

$$\varphi_3=\Phi_w\exp\Big(\frac{\nu}{C}\,\big(\sqrt{R-r^2(1-\mu^2)}-r\mu\big)\Big)+$$

$$+\frac{\nu}{C}\int\limits_R^r \exp\Big(\frac{\nu}{C}\big(\sqrt{r_1^2-r^2(1-\mu^2)}-r\mu\big)\Big)F\Big(r_1,\sqrt{1-\frac{r^2}{r_1^2}(1-\mu^2)}\Big)\frac{r_1\,dr_1}{\sqrt{r_1^2-r^2(1-\mu^2)}}.$$

Подставляя (6), (7) в определение (2), получим систему интегральных уравнений относительно M_i, причем интегрирование по γ выполняется аналитически. Для этого функцию распределения следует рассматривать как вектор:

$$\varphi=\varphi^1e_1+\varphi^2e_2,\qquad e_1=1,\qquad e_2=\gamma^2-1. \tag{8}$$

Тогда можно записать

$$2\int\limits_0^\infty P\varphi\gamma\exp(-\gamma^2)\,d\gamma = P\cdot\varphi = P^1\varphi^1 + P^2\varphi^2.$$

Кроме того, из условия отсутствия массового движения газа следует

$$M_3 = 0. \tag{9}$$

В результате задача сводится к системе двух интегральных уравнений

$$M_i(r) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^\infty\Big(\int\limits_{-1}^0 (P_i\cdot\varphi_1)\,d\mu + \int\limits_0^{\sqrt{1-R^2/r^2}} (P_i\cdot\varphi_2)\,d\mu + \int\limits_{\sqrt{1-R^2/r^2}}^1 (P_i\cdot\varphi_3)\,d\mu\Big)C^2\exp(-C^2)\,dC \quad (i=1,2),$$

$$\varphi_1 = \frac{\nu}{C}\sum_{j=1}^2 P_j\int\limits_r^\infty \exp\Big(-\frac{\nu}{C}\,\big(r\mu + \sqrt{r_1^2 - r^2(1-\mu^2)}\big)\Big)\frac{M_j(r_1)r_1\,dr_1}{\sqrt{r_1^2 - r^2(1-\mu^2)}},$$

$$\varphi_2 = \frac{\nu}{C}\sum_{j=1}^2 P_j\int\limits_{r\sqrt{1-\mu^2}}^r \exp\Big(\frac{\nu}{C}\,\big(\sqrt{r_1^2 - r^2(1-\mu^2)} - r\mu\big)\Big)\frac{M_j(r_1)r_1\,dr_1}{\sqrt{r_1^2 - r^2(1-\mu^2)}} +$$
$$+ \frac{\nu}{C}\sum_{j=1}^2 P_j\int\limits_{r\sqrt{1-\mu^2}}^\infty \exp\Big(-\frac{\nu}{C}\,\big(r\mu + \sqrt{r_1^2 - r^2(1-\mu^2)}\big)\Big)\frac{M_j(r_1)r_1\,dr_1}{\sqrt{r_1^2 - r^2(1-\mu^2)}},$$

$$\varphi_3 = \frac{\nu}{C}\sum_{j=1}^2 P_j\int\limits_R^r \exp\Big(\frac{\nu}{C}\,\big(\sqrt{r_1^2 - r^2(1-\mu^2)} - r\mu\big)\Big)\frac{M_j(r_1)r_1\,dr_1}{\sqrt{r_1^2 - r^2(1-\mu^2)}} +$$
$$+ \Phi_w\exp\Big(\frac{\nu}{C}\,\big(\sqrt{R - r^2(1-\mu^2)} - r\mu\big)\Big),$$

где $P_1^1 = 1$; $P_1^2 = 0$; $P_2^1 = \sqrt{2/5}(C^2 - 3/2)$; $P_2^2 = \sqrt{2/5}$.

Решение полученной системы уравнений будем искать в виде ряда по полиномам Чебышева. Ограничиваясь первыми K его членами и выделяя слагаемые, описывающие асимптотическое поведение искомых моментов в газодинамической области, запишем

$$M_i(r) = \sum_{k=0}^K A_k^i T_k(\xi(r)) + M_i^{as}, \qquad \xi = 1 - 2\exp(-\beta\sqrt{r^2 - R^2}),$$
$$M_1^{as} = -(4/7)(R^2\nu/r)Q, \qquad M_2^{as} = -\sqrt{5/2}\,M_1^{as} \tag{10}$$

(Q — безразмерный поток тепла). Коэффициенты разложения определяются условием

$$\sum_{j=0}^K T_k(\xi_j)T_l(\xi_j) = \frac{K+1}{2}\,(\delta_{0k}+1)\delta_{kl}, \qquad \xi_j = \cos\frac{(2j+1)\pi}{2K+2}.$$

Значение β выбирается таким, чтобы большинство узлов интерполяции лежало в области основного изменения функции распределения. Постоянная Q связана с искомым потоком тепла

$$q = \int V_r\Big(\frac{mv^2}{2} + \frac{J\omega^2}{2}\Big)f_0\varphi\omega\,d\omega\,d\boldsymbol{V}$$

соотношением

$$q = n_0\sqrt{2k^3T_0^3/m}\,(R^2/r^2)Q,$$

причем в соответствии с законом сохранения энергии величина Q может быть вычислена в любой точке, в частности на поверхности частицы. Отсюда находим

$$Q = 2\pi^{-3/2}\int \mu C(C^2+\gamma^2)\varphi\exp(-C^2-\gamma^2)\gamma\,d\gamma\,d\boldsymbol{C} =$$

$$= \frac{4}{\sqrt{\pi}}\int\limits_0^\infty dC\int\limits_0^\infty d\gamma\int\limits_0^1 \Phi_w\mu C^3(C^2+\gamma^2)\exp(-C^2-\gamma^2)\,d\mu +$$

$$+\frac{2\nu}{\sqrt{\pi}}\sum_{j=1}^{2}\int\limits_0^\infty(P_j^1(C^2+1)+P_j^2)C^2\,dC\int\limits_{-1}^{0}\mu\,d\mu\int\limits_R^\infty M_j(r_1)\times$$

$$\times\exp\Big(-\frac{\nu}{C}\big(R\mu+\sqrt{r_1^2-R^2(1-\mu^2)}\,\big)-C^2\Big)\frac{r_1\,dr_1}{\sqrt{r_1^2-R^2(1-\mu^2)}}. \qquad (11)$$

Рассмотрим случай чисто диффузного отражения молекул газа от поверхности частицы

$$\Phi_w = \Delta n/n_0 + (C^2+\gamma^2-5/2)\Delta T/T_0.$$

Перепад концентрации молекул газа Δn определяется условием (9), что эквивалентно соотношению

$$\frac{\Delta n}{n_0} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T_0} - 8\int\limits_0^\infty dC\int\limits_0^\infty d\gamma\int\limits_{-1}^{0}\varphi(R)\gamma\mu C^3\exp(-C^2-\gamma^2)\,d\mu.$$

С учетом определения (8) имеем

$$\Phi_w = \Phi_w^1 e_1 + \Phi_w^2 e_2,$$

где

$$\Phi_w^1 = (C^2-2)\frac{\Delta T}{T_0} - 4\nu\sum_{j=1}^{2}\int\limits_0^\infty P_j^1C^2\,dC\int\limits_{-1}^{0}\mu\,d\mu\int\limits_R^\infty M_j(r_1)\times$$

$$\times\exp\Big(-\frac{\nu}{C}\big(R\mu+\sqrt{r_1^2-R^2(1-\mu^2)}\,\big)-C^2\Big)\frac{r_1\,dr_1}{\sqrt{r_1^2-R^2(1-\mu^2)}},$$

$$\Phi_w^2 = \Delta T/T_0.$$

В результате из (11) следует

$$Q = \frac{3}{2\sqrt{\pi}}\frac{\Delta T}{T_0} + \frac{2\nu}{\sqrt{\pi}}\sum_{j=1}^{2}\int\limits_0^\infty(P_j^1(C^2-2)+P_j^2)C^2\,dC\int\limits_{-1}^{0}\mu\,d\mu\int\limits_R^\infty M_j(r_1)\times$$

$$\times\exp\Big(-\frac{\nu}{C}\big(R\mu+\sqrt{r_1^2-R^2(1-\mu^2)}\,\big)-C^2\Big)\frac{r_1\,dr_1}{\sqrt{r_1^2-R^2(1-\mu^2)}}. \qquad (12)$$

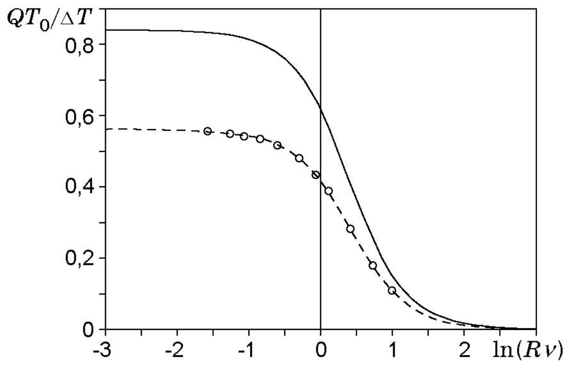

Рис. 1

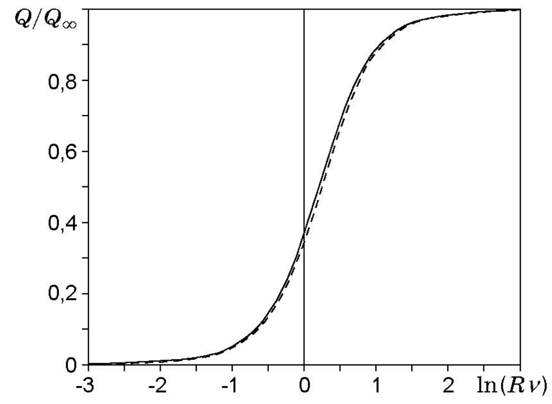

Рис. 2

В случае мелкой частицы вторым слагаемым в (12) можно пренебречь. Следовательно, в свободномолекулярном режиме поток тепла

$$Q = (3/(2\sqrt{\pi}))\Delta T/T_0,$$

т. е. в 1,5 раза больше, чем в атомарном газе. Это различие не зависит от формы интеграла столкновений и определяется исключительно наличием дополнительных степеней свободы (см., например, [11]).

В газодинамическом пределе ($R\nu \gg 1$) функция распределения определяется распределением Чепмена — Энскога. В результате

$$Q = Q_\infty = (7/(4R\nu))\Delta T/T_0,$$

и с учетом определения ν имеем $q = æ R\Delta T/r^2$. Это выражение совпадает с решением рассматриваемой задачи в случае атомарного газа.

Зависимость Q от размера частицы представлена на рис. 1 (сплошная кривая). Там же приведены результаты решения на основе модели Бхатнагара — Гросса — Крука кинетического уравнения в случае атомарного газа (штриховая кривая — данные настоящей работы, точки — результаты численного интегрирования кинетического уравнения [13]).

Следует отметить, что в большинстве работ результаты приводятся в виде отношения Q/Q_∞. На рис. 2 (обозначения те же, что на рис. 1) видно, что такое представление результатов не соответствует реальной зависимости потока тепла от размера частицы и приводит к неверному выводу [14] об одинаковых закономерностях для одно- и многоатомных газов. При этом зависимость $Q/Q_\infty\,(\ln{(R\nu)})$ согласуется с приведенными в [14] данными и результатами более поздних экспериментов по измерению потока тепла между коаксиальными цилиндрами [15].

Заметим также, что идея преобразования уравнения Больцмана в систему интегральных уравнений относительно моментов функции распределения использовалась при решении подобных задач в [16–18]. Для решения составленной системы в [16, 17] применялся вариационный метод. При этом пробная функция выбиралась из условия точного асимптотического описания макроскопических параметров в газодинамической области. В результате поток тепла задавался соотношением $q = C_1/r^2$, что соответствует действительности в силу закона сохранения энергии, тогда как распределения температуры и концентрации определялись в виде $T = C_2/r$ и $n = C_3/r$, что справедливо лишь на достаточно большом удалении от частицы. Постоянные C_i вычислялись из условия минимума соответствующего функционала. В [18] использовался метод Галеркина, однако пробная функция выбиралась аналогично [16, 17].

$R\nu$	Двухатомный газ					Атомарный газ ($K=20$)
	$K=3$	$K=5$	$K=10$	$K=15$	$K=20$	
0,01	0,8456	0,8454	0,8448	0,8441	0,8437	0,5622
0,1	0,8326	0,8248	0,8174	0,8201	0,8209	0,5466
0,2	0,8113	0,7935	0,7938	0,7964	0,7966	0,5304
0,5	0,7303	0,7125	0,7278	0,7280	0,7286	0,4864
1	0,6072	0,6215	0,6297	0,6307	0,6313	0,4244
2	0,4568	0,4906	0,4911	0,4906	0,4947	0,3341
5	0,2725	0,2785	0,2786	0,2786	0,2786	0,1945
10	0,1587	0,1575	0,1577	0,1577	0,1577	0,1113
100	0,017 31	0,017 32	0,017 32	0,017 32	0,017 32	0,012 58

Использование полиномов Чебышева позволяет избежать дополнительного интегрирования, необходимого при использовании метода Галеркина, что существенно уменьшает время расчетов и делает возможным учет большего числа полиномов в разложении (10). Значения параметра $QT_0/\Delta T$ в зависимости от числа удерживаемых полиномов приведены в таблице. Для сравнения там же приведены значения этого параметра, полученные тем же методом для атомарного газа.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Жданов В. М., Алиевский М. Я.** Процессы переноса и релаксации в молекулярных газах. М.: Наука, 1989.
2. **Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.** Теоретическая физика. Т. 5. Статистическая физика, ч. 2. Теория конденсированного состояния. М.: Наука, 1976.
3. **Бёрд Г.** Молекулярная газовая динамика. М.: Мир, 1981.
4. **Morse T. F.** Kinetic model for gases with internal degrees of freedom // Phys. Fluids. 1964. V. 7, N 2. P. 159–169.
5. **Holway L. H.** New statistical models for kinetic theory: Methods of construction // Phys. Fluids. 1966. V. 9, N 9. P. 1658–1673.
6. **Bray C. A.** Kinetic theory of polyatomic gases: Models for the collision processes // Phys. Fluids. 1967. V. 10, N 1. P. 48–55.
7. **Hanson F. B., Morse T. F.** Kinetic models for a gas with internal structure // Phys. Fluids. 1967. V. 10, N 2. P. 345–353.
8. **Рыков В. А.** Модельное кинетическое уравнение для газа с вращательными степенями свободы // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа. 1975. № 6. С. 107–115.
9. **Safar J. R.** Kinetic equations for gases internal enegry states // Chem. Phys. Lett. 1976. V. 44, N 3. P. 594–596.
10. **Loyalka S. K., Storvick T. S.** Kinetic theory of thermal transpiration and mecanocaloric effect. 3. Flow of polyatomic gas between parallel plates // J. Chem. Phys. 1979. V. 71, N 1. P. 339–350.
11. **Коган М. Н.** Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967.
12. **Latyshev A. V., Yushkanov A. A.** Temperature jump and weak evaporation in polyatomic gas // Mathematical models of non-linear excitations, transfer, dynamics, and control in condensed systems and other media. N. Y.: Kluver Acad. / Plenum Publ., 1999. P. 3–16.
13. **Takata S., Sone Y., Lhuillier D., Wakabayshi M.** Evaporation from or condensation onto a sphere // Comput. Math. Appl. 1998. V. 35, N 1/2. P. 193–214.

14. **Lees L., Liu Chung-Yen.** Kinetic theory description of conductive heat transfer from a fine wire // Phys. Fluids. 1962. V. 5, N 10. P. 1137–1148.
15. **Semyonov Yu. G., Borisov S. F., Suetin P. E.** Investigation of heat transfer in rarefied gases over a wide range of Knudsen numbers // J. Heat Mass Transfer. 1986. V. 27, N 10. P. 1789–1799.
16. **Cercignani C., Pagani C. D.** Variational approach to rarefied flows in cylindrical and spherical geometry // Proc. of the 5th Intern. symp. on rarefied gas dynamics. L.; N. Y.: Acad. Press, 1967. V. 1. P. 555–573.
17. **Маргилевский А. Е., Черняк П. Е., Суетин П. Е.** Теплоперенос в разреженном газе от сферического источника // Инж.-физ. журн. 1980. Т. 39, № 3. С. 428–434.
18. **Chernyak V. G., Margilevskiy A. Ye.** The kinetic theory of heat and mass transfer from a spherical particle in a rarefied gas // J. Heat Mass Transfer. 1986. V. 32, N 11. P. 2127–2134.

Поступила в редакцию 3/IV 2001 г.,
в окончательном варианте — 9/IV 2002 г.