УДК 536.244

НЕСТАЦИОНАРНЫЙ РАДИАЦИОННО-КОНДУКТИВНЫЙ ТЕПЛООБМЕН В ПЛОСКОМ СЛОЕ СЕЛЕКТИВНО-ПОГЛОЩАЮЩЕЙ И ИЗЛУЧАЮЩЕЙ СРЕДЫ

А. Л. Бурка

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск

Представлены результаты численного решения нестационарной краевой задачи о радиационно-кондуктивном теплообмене в плоском слое селективной нерассеивающей среды с полупрозрачными зеркально отражающими границами, которая с помощью функции Грина свелась к нелинейному интегральному уравнению относительно искомой температуры. Показано, что оптические свойства стенок оказывают заметное влияние на формирование температурного поля в слое. Интенсивность нагрева слоя в бóльшей степени зависит от радиационных потоков, чем от кондуктивных.

Проблема совместного переноса тепла теплопроводностью и излучением в различных материалах связана с важными техническими приложениями (теплообменом в волокнистых изоляторах, нагревом, охлаждением стекол и т. д.). Поэтому исследование вклада излучения в суммарном переносе тепла применительно к разным физическим и техническим задачам представляет большой практический интерес.

В работе [1] изучена нестационарная селективная задача о радиационно-кондуктивном теплообмене (РКТ) в слое с полупрозрачными границами, учтена температурная зависимость коэффициента поглощения. Учет селективного характера излучения осуществляется методом ступенчатой аппроксимации реальных спектров поглощения [2, 3] либо усреднением коэффициента поглощения по частоте [4, 5]. Необходимость в разумном усреднении объемного коэффициента поглощения возникает из-за трудностей вычислительного характера, связанных с определением интегральной полусферической плотности радиационного потока.

Ниже рассматриваются постановка и метод решения задачи о радиационно-кондуктивном теплообмене в полупрозрачной селективно-поглощающей и излучающей среде, разделенной двумя зеркально отражающими параллельными плоскостями. Численный алгоритм решения задачи предполагает учет зависимости тепловых и радиационных характеристик среды от температуры. Математическая постановка задачи описывает процессы переноса тепла теплопроводностью и излучением в форме нестационарного уравнения энергии и уравнения переноса.

Уравнение энергии с граничными условиями:

$$\rho(T)c(T)\,\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\Big[\lambda(T)\,\frac{\partial T}{\partial x}\Big] - \frac{\partial E}{\partial x}, \quad 0 < x < L, \quad t > 0; \tag{1}$$

$$\lambda\,\frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_1(T - T_1) - \int\limits_{\Omega_1} \varepsilon_{1\nu}[Q_1(\nu, T_1^*) - E_{\nu 1}(\nu, T)]\,d\nu, \quad x = 0; \tag{2}$$

$$\lambda\,\frac{\partial T}{\partial x} = \alpha_2(T_2 - T) + \int\limits_{\Omega_2} \varepsilon_{2\nu}[Q_2(\nu, T_2^*) - E_{\nu 2}(\nu, T)]\,d\nu, \quad x = L; \tag{3}$$

$$T(x, 0) = T_0(x). \tag{4}$$

Здесь

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \int_0^\infty k_\nu [4\pi I_{\rho\nu} - G_\nu(x)]\, d\nu; \quad G_\nu(x) = 2\pi \int_0^1 [I_\nu^+(x,\mu) + I_\nu^-(x,-\mu)]\, d\mu;$$

T_1, T_2 — температуры внешней среды; Q_1, Q_2 — внешние потоки излучения; T_1^*, T_2^* — температуры внешних излучателей; $E_{\nu i}$, $\varepsilon_{i\nu}$, Ω_i — плотности потоков собственного излучения, степени черноты, спектральные области непрозрачности граничных поверхностей соответственно.

Уравнения переноса с граничными условиями:

$$\mu \frac{dI_\nu^+}{dx} + k_\nu I_\nu^+ = k_\nu I_{p\nu}(x); \tag{5}$$

$$\mu \frac{dI_\nu^-}{dx} - k_\nu I_\nu^- = -k_\nu I_{p\nu}(x); \tag{6}$$

$$I_\nu^+(0,\mu) = n_\nu^2[1 - R_{0\nu}(\mu)]I_{p\nu}(T) + R_{0\nu}(\mu)I_\nu^-(0,\mu); \tag{7}$$

$$I_\nu^-(1,\mu) = n_\nu^2[1 - R_{1\nu}(\mu)]I_{p\nu}(T) + R_{1\nu}(\mu)I_\nu^+(1,\mu). \tag{8}$$

Здесь x, k_ν — безразмерные координата и объемный коэффициент поглощения; n_ν — показатель преломления; $R_{i\nu}$ — коэффициенты отражения от границ поверхностей ($i = 1, 2$).

После введения новой переменной $u(x,t) = \int_0^\theta \lambda(z)\, dz$ краевая задача (1)–(4) принимает вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - u = F(q,x,t), \quad 0 < x < 1, \quad t > 0; \tag{9}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = q_1, \quad x = 0; \tag{10}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = q_2, \quad x = 1. \tag{11}$$

Формальное решение краевой задачи (9)–(11) с использованием функции Грина для дифференциального оператора левой части (9) следующее:

$$\int_0^\theta \lambda(z)\, dz = [q_2(\theta)\mathrm{ch}\,(x) - q_1(\theta)\mathrm{ch}\,(1-x)]/\mathrm{sh}\,(1) + \int_0^1 F(\theta,z,t)\Gamma(x,z)\, dz, \tag{12}$$

где

$$F(\theta,x,t) = \sigma_0 T_*^3 G_R(x) + R(\theta)\frac{\partial\theta}{\partial t} - \int_0^\theta \lambda(z)\, dz; \quad G_R(x) = \frac{1}{\sigma_0 T_*^3}\int_0^\infty k_\nu[4\pi I_{p\nu}(\theta) - G(x)]\, d\nu;$$

$$q_1(\theta) = \alpha_1 L(\theta - \theta_1) - \sigma_0 T_*^3 L \int_{\Omega_1} \varepsilon_{\nu 1}[\Phi_1(\nu,\theta_1^*) - \Phi_{1\nu}(\nu,\theta)]\, d\nu \quad (x = 0);$$

$$q_2(\theta) = \alpha_2 L(\theta_2 - \theta) - \sigma_0 T_*^3 L \int_{\Omega_2} \varepsilon_{\nu 2}[\Phi_2(\nu,\theta_2^*) - \Phi_{2\nu}(\nu,\theta)]\, d\nu \quad (x = 1);$$

$$\Phi_i(\nu,\theta_i^*) = Q_i(\nu,\theta_i^*)/(\sigma_0 T_*^4); \quad \Phi_{i\nu}(\nu,\theta) = E_{\nu i}(\nu,\theta)/(\sigma_0 T_*^4);$$

$$E_{\nu i} = 2\pi h\nu^3 n^2 (\exp(h\nu/T_*\theta_i) - 1)^{-1}/c_0^2;$$

$$R(\theta) = \rho c L^2; \quad \theta(x,t) = T(x,t)/T_*; \quad \theta_i = T_i/T_* \quad (i = 1, 2).$$

Функцию Грина $\Gamma(x, z)$, с помощью которой краевая задача (9)–(11) свелась к нелинейному интегральному уравнению (12) относительно искомой температуры $\theta(x,t)$, запишем как

$$\Gamma(x,z) = \begin{cases} -\mathrm{ch}\,(x)\,\mathrm{ch}\,(1-z)/\mathrm{sh}\,(1), & x \leqslant z, \\ -\mathrm{ch}\,(1-x)\,\mathrm{ch}\,(z)/\mathrm{sh}\,(1), & x \geqslant z. \end{cases}$$

Дивергенция радиационного потока dE_ν/dx выражается через интенсивности излучения I_ν^+, I_ν^-, которые определяются из решения краевой задачи для уравнения переноса методом вариации произвольной постоянной и имеют вид

$$I_\nu^+(x,\mu) = \left\{ I_\nu^+(0,\mu) + \frac{n_\nu^2}{\mu} \int\limits_0^x k_\nu(y) I_{p\nu}(y) \exp\left(\frac{1}{\mu}\int\limits_0^y k_\nu(z)\,dz\right) dy \right\} \exp\left(-\frac{1}{\mu}\int\limits_0^x k_\nu(z)\,dz\right); \quad (13)$$

$$I_\nu^-(x,\mu) = \left\{ I_\nu^-(1,\mu) + \frac{n_\nu^2}{\mu} \int\limits_x^1 k_\nu(y) I_{p\nu}(y) \exp\left(\frac{1}{\mu}\int\limits_y^1 k_\nu(z)\,dz\right) dy \right\} \exp\left(-\frac{1}{\mu}\int\limits_x^1 k_\nu(z)\,dz\right). \quad (14)$$

Явные выражения для граничных интенсивностей получаются из решения системы двух алгебраических уравнений относительно $I_\nu^+(0,\mu)$, $I_\nu^-(1,\mu)$ с использованием соотношений (7), (8), (13), (14). Подставляя выражения для $I_\nu^+(0,\mu)$, $I_\nu^-(1,\mu)$ в (13), (14), получим окончательные выражения для интенсивностей, применяемые при определении дивергенции радиационного потока dE_ν/dx, интегральное значение которого по спектру подставляется в уравнение энергии (1).

Таким образом, задача о РКТ (1)–(8) в плоском слое селективно-поглощающей и излучающей среды свелась к решению нелинейного интегрального уравнения (12) относительно искомой безразмерной температуры $\theta(x,t)$. Метод решения уравнения (12) дает возможность использовать итерационные процессы типа Ньютона — Канторовича и получить решение задачи с любой степенью точности.

На основе разработанного алгоритма составлена программа численного решения нестационарного уравнения энергии в теплопроводной, излучающей и поглощающей среде. На каждом временном шаге интегральное уравнение (12) решалось методом Ньютона — Канторовича [6].

Интегралы в (12)–(14) вычислялись по квадратурным формулам Гаусса с 20 узлами. Производная $\partial\theta/\partial t$ аппроксимировалась конечно-разностным отношением. Для каждого момента времени рассчитывались температурный профиль и плотность потока суммарного излучения. Результаты численного решения интегрального уравнения (12) приведены на рис. 1–6. Расчеты проведены при следующих теплофизических и оптических данных применительно к органическому стеклу толщиной $L = 0{,}024$ м: $\lambda = 0{,}189$ Вт/(м·К), $T_0 = 300$ К, $T_* = 1600$ К, $T_1^* = 1000$ К, $T_2^* = 1000$ К, $n = 1{,}6$, $a = 9$ м^2/с (λ — коэффициент теплопроводности, n — показатель преломления, a — коэффициент температуропроводности). Спектральный коэффициент объемного поглощения при $T = 300$ К рассчитывался по экспериментально измеренному спектру пропускания органического стекла СО-120 [7].

На рис. 1–5 представлено распределение безразмерной температуры по сечению слоя стекла в различные моменты времени. Здесь Bi_1, Bi_2, r_1, r_2 — безразмерные коэффициенты теплоотдачи и коэффициенты отражения соответственно.

Динамика нагрева слоя показана на рис. 1, когда поверхность слоя $x = 0$ поддерживается при постоянной температуре ($\theta_1 = 0{,}38$, $\mathrm{Bi}_1 = \infty$), а поверхность слоя $x = 1$

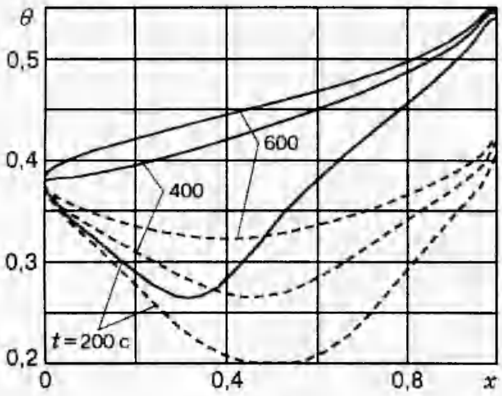

Рис. 1

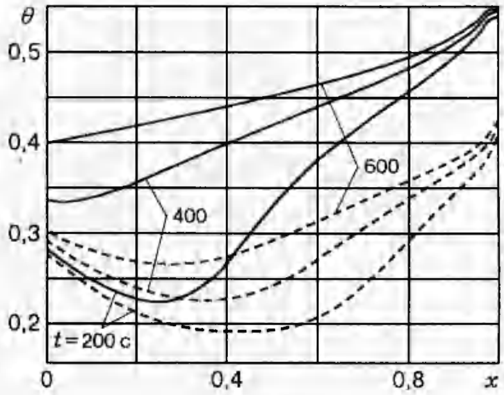

Рис. 2

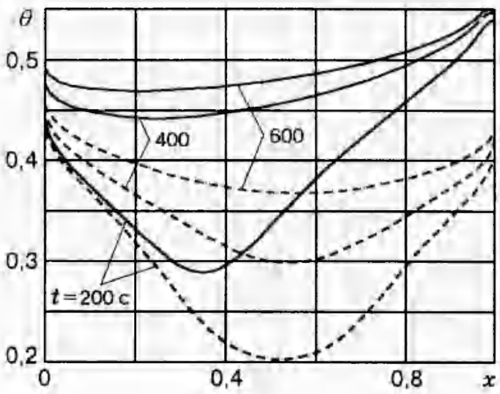

Рис. 3

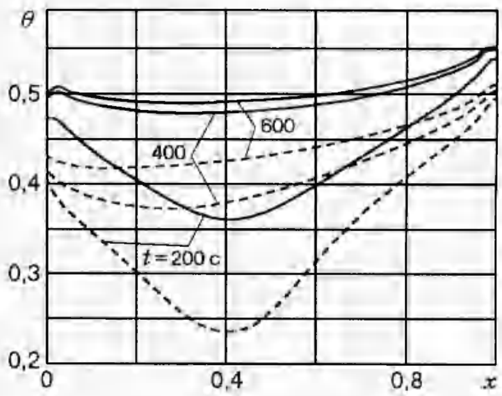

Рис. 4

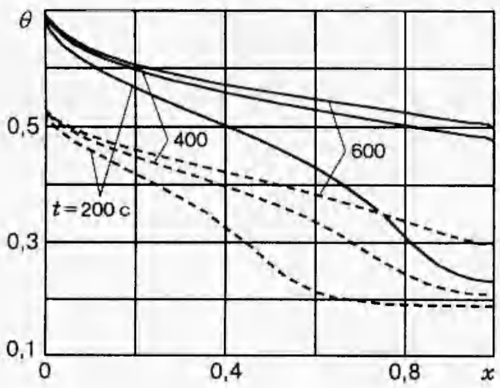

Рис. 5

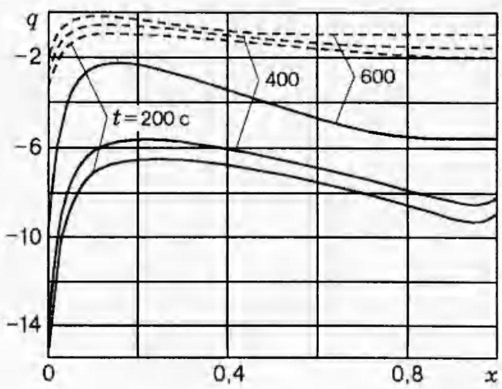

Рис. 6

подвергается радиационно-конвективному нагреву ($q_2 \neq 0$, $\mathrm{Bi}_2 = 5{,}6$). Здесь штриховые линии отвечают $r_1 = 1$, $r_2 = 1$, сплошные — $r_1 = 1$, $r_2 = 0{,}5$. На рис. 2 представлено распределение температуры в слое, когда поверхность слоя $x = 0$ нагревается только за счет конвекции ($\mathrm{Bi}_1 = 5{,}6$). Условия на поверхности $x = 1$ аналогичны условиям рис. 1. Рис. 3 характеризует процесс нагрева слоя, когда обе его поверхности нагреваются радиационно-конвективными потоками ($q_1 \neq 0$, $q_2 \neq 0$). Рис. 4 показывает, как при незначительном уменьшении отражательных способностей поверхностей слоя заметно повышается температурный уровень в слое. На рис. 3 штриховые линии отвечают $r_1 = r_2 = 1$, сплошные — $r_1 = 1$, $r_2 = 0{,}5$, а на рис. 4 штриховые линии соответствуют $r_1 = 1$, $r_2 = 0{,}8$, сплошные — $r_1 = 0{,}8$, $r_2 = 0{,}5$.

Влияние падающего радиационного потока на температурное распределение в слое стекла для обеих поверхностей слоя иллюстрирует рис. 5 ($\mathrm{Bi}_1 = 0{,}56$, $\mathrm{Bi}_2 = 0$ при $r_1 = 0{,}8$, $r_2 = 1$; сплошные линии — $q_1 = 13{,}6$, $q_2 = 0$, штриховые — $q_1 = 3{,}8$, $q_2 = 0$).

Распределение радиационного потока в слое стекла представлено на рис. 6 для условий, аналогичных предыдущему (рис. 5) случаю.

В заключение отметим, что оптические свойства стенок оказывают заметное влияние на формирование температурного поля в слое органического стекла. Интенсивность нагрева слоя в большей степени зависит от падающих радиационных потоков, чем от конвективных.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 97-02-18558).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Бурка А. Л.** К учету зависимости коэффициента поглощения от температуры при исследовании сложного теплообмена // Теплообмен излучением. Новосибирск, 1977. С. 24–31.
2. **Рубцов Н. А., Кузнецова Ф. А.** Радиационно-кондуктивный теплообмен в селективно-поглощающей среде // Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт. 1972. № 3. С. 161–164.
3. **Бурка А. Л., Рубцов Н. А., Синицын В. А.** Радиационно-конвективный теплообмен в плоском слое селективно-поглощающей завесы // ПМТФ. 1972. № 3. С. 179–181.
4. **Воронина И. С., Замураев В. П., Севастьяненко В. Г.** Расчет переноса энергии излучения в непрерывном спектре с учетом изменения коэффициента поглощения по частоте при наличии реабсорбции // ПМТФ. 1968. № 1. С. 98–102.
5. **Онуфриев А. Т., Севастьяненко В. Г.** Расчет цилиндрической электрической дуги с учетом переноса энергии излучения. Дуга в водороде при давлении 100 атм // ПМТФ. 1968. № 2. С. 17–22.
6. **Канторович Л. В.** О методе Ньютона // Тр. мат. ин-та АН СССР. 1949. Т. 28. С. 135–139.
7. **Бурка А. Л., Рубцов Н. А., Ступин В. П.** Теоретическое и экспериментальное исследование режимов нагрева органического стекла // Тепломассообмен-VI. Минск, 1980. Т. 2. С. 132–137.

Поступила в редакцию 2/VII 1996 г.