ЛИТЕРАТУРА

1. Wagner H. Über Stoss- und Gleitvorgänge an der Oberfläche von Flüssigkeiten // ZAMM.— 1932.— Bd 12, H. 4.
2. Григолюк Э. И., Горшков А. Г. Взаимодействие упругих конструкций с жидкостью.— Л.: Судостроение, 1976.
3. Кубенко В. Д. Проникание упругих оболочек в сжимаемую жидкость.— Киев: Наук. думка, 1981.
4. Сагомонян А. Я. Проникание.— М.: Изд-во МГУ, 1974.
5. Овсянников Л. В. Групповые свойства дифференциальных уравнений.— М.: Наука, 1978.
6. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике.— М.: Наука, 1981.
7. Логвинович Г. В. Гидродинамика течений со свободными границами.— Киев: Наук. думка, 1969.
8. Коробкин А. А. Начальная асимптотика решения задачи о входе эллиптического параболоида в идеальную жидкость // Динамика сплошной среды.— Новосибирск: ИГ СО АН СССР, 1980.— Вып. 47.
9. Schmieden C. Der Aufschlag von Rotationskörpern auf eine Wasseroberfläche // ZAMM.— 1953.— Bd 33, H. 4.
10. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика.— М.: Гостехиздат, 1963.— Ч. 1.
11. Арнольд В. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения.— М.: Наука, 1984.
12. Галанов Б. А. О приближенном решении некоторых задач упругого контакта двух тел // Изв. АН СССР. МТТ.— 1981.— № 5.
13. Бородич Ф. М. Подобие в задаче контакта упругих тел // ПММ.— 1983.— Т. 47, вып. 3.
14. Бородич Ф. М. О задаче контакта двух предварительно искаженных полупространств // ПМТФ.— 1984.— № 2.
15. Леонов М. Я. Некоторые задачи и приложения теории потенциала // ПММ.— 1940.— Т. 4, вып. 5-6.

Поступила 18/V 1987 г.

УДК 536.424

О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА ФАЗ ПРИ ФАЗОВОМ ПРЕВРАЩЕНИИ ПОД ДАВЛЕНИЕМ

Ю. Я. Богуславский

(Троицк)

Задача о неустойчивости границы раздела сферического зародыша при отвердевании газов и в условиях диффузионного роста рассматривалась в [1, 2]. Вопрос об устойчивости плоской границы раздела двух фаз в процессе фазового превращения впервые поставлен в [3], где исследовалось затвердевание одного из компонентов бинарного сплава. Однако, как было отмечено в [2], работа [3] страдает существенным недостатком, так как не учитывает уменьшение скорости движения фронта со временем. В [2] была решена задача о развитии искажений во времени плоской границы раздела двух фаз в линейном приближении с учетом того факта, что диффузия не успевает подводить нужное количество растворенного вещества так, чтобы обеспечить движение плоского фронта с постоянной скоростью.

В данной работе изучается развитие неустойчивости сферической и плоской границ раздела фаз во времени в линейном приближении в процессе фазового превращения под давлением. В математическом отношении рассматриваемая задача отличается от [1—3] тем, что в ней учитывается изменение пересыщения по давлению δp в зависимости от времени, что весьма существенно сказывается на развитии неустойчивостей. Изменение δp со временем может быть либо заданным, либо вызванным скачком объема при фазовом переходе (синтез в камере высокого давления с постоянным объемом, в регулируемой камере высокого давления, в ударных волнах). Рассматривается также развитие неустойчивости сферической границы раздела с учетом в уравнении теплопроводности конечной скорости движения фронта фазового перехода и зависимости коэффициента теплопроводности от температуры. Обсуждается возможный механизм образования поликристаллов различной дисперсности. Полученные результаты могут быть использованы и для диффузионного синтеза новой фазы, когда концентрация растворенного вещества является функцией времени. Такая ситуация возникает, например, в процессе диффузионного синтеза алмаза под давлением, когда падение давления в камере, вызванное фазовым переходом, приводит к уменьшению концентрации растворенного графита в катализаторе.

1. Постановка задачи. Известно, что движение границы новой фазы при фазовых переходах 1-го рода сопровождается выделением или поглощением тепла. В случае бездиффузионных фазовых превращений независимо от механизма фазового перехода процесс тепловой релаксации, как правило, есть самый медленный процесс в системе, а следовательно, рост новой фазы определяется теплоотводом от границ соприкосновения фаз. Задача решается в изотропном приближении в предположении, что упругие напряжеиия, возникающие в процессе превращения, не влияют на скорость движения фазовой границы. Это возможно в том случае, когда напряжения, возникающие в процессе движения фронта, успевают релаксировать за счет пластической деформации, т. е. скорость движения фронта фазового перехода меньше скорости пластической деформации.

Для получения картины развития искажений границы раздела во времени в линейном приближении запишем уравнение теплопроводности для 1-й фазы:

$$\partial T/\partial t = \chi_1 \Delta T. \tag{1.1}$$

На границе раздела фаз должно выполняться условие

$$T|_s = T_0\,(1 - 2\alpha/\,(\rho_2 q R)\,). \tag{1.2}$$

Поток тепла, отводимый от границы раздела фаз, приводит к ее движению

$$-\,\varkappa_1 \partial T/\partial \nu|_s = \rho_2 q v_\nu. \tag{1.3}$$

Условие

$$T_\infty = T_0\,(1 - 2\alpha/(\rho_2 q R_*)) \tag{1.4}$$

определяет критический размер зародыша R_*. Здесь T_0 — температура на плоской границе раздела двух фаз, находящихся в равновесии; χ_1 — температуропроводность 1-й фазы; ρ_2 — плотность зародыша; q — теплота фазового превращения; α — коэффициент поверхностного натяжения; R — радиус зародыша; $\varkappa_1$ — коэффициент теплопроводности 1-й фазы; v_ν — нормальная скорость перемещения фронта фазового превращения; T_∞ — температура 1-й фазы на больших расстояниях от фронта.

Граница раздела фаз находится постоянно в термодинамическом равновесии, и изменение температуры на плоской границе соприкосновения фаз определяется из уравнения Клапейрона — Клаузиуса

$$\Theta = T_0 - T_\infty = T_\infty\,(V_1 - V_2)\,\delta p/q \tag{1.5}$$

($V_1 = 1/\rho_1$, $V_2 = 1/\rho_2$ — удельный объем 1-й и 2-й фаз).

2. Неустойчивость движения границы раздела сферических зародышей. Сферически-симметричное решение уравнения (1.1) в системе координат, связанной с фронтом фазового перехода в пренебрежении инерционностью теплоотвода, есть

$$T\,(r) - T_\infty = -\frac{\Theta_R R \int\limits_R^r \exp\left\{-z\,\frac{r}{R}\right\}\frac{dr}{r^2}}{E_2\,(z)} + \Theta_R, \tag{2.1}$$

где $z = R\,\frac{dR}{dt}\Big/\chi_1$; $E_2\,(z) = \int\limits_1^\infty \exp\{-zt\}\,\frac{dt}{t^2}$; $\Theta_R = T_R - T_\infty = \Theta\,(1 - R_*/R)$ (как это следует из (1.2), (1.4)). Подставляя (2.1) в (1.3), имеем

$$T_q z = \frac{\rho_1}{\rho_2}\,\Theta_R\,\frac{e^{-z}}{E_2\,(z)} \tag{2.2}$$

($T_q = q/C$; C — теплоемкость).

При отклонении формы зародышей от сферической положим для температуры и радиуса зародышей

$$T' = T\,(r) + \sum_{l,m}\left(\frac{R}{r}\right)^{l+1} f_{lm}\,(r)\,Y_{lm}\,(\Omega), \quad R' = R\,(t) + \sum_{l,m} \xi_{lm}\,(t)\,Y_{lm}(\Omega) \tag{2.3}$$

($Y_{lm}\,(\Omega)$ — сферические гармоники). Линеаризируя граничные условия

(1.2), (1.3) по величине ξ с помощью (2.3), получим

$$\left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_R \xi_{lm} + f_{lm}(R) = -\frac{T_0\alpha(l-1)(l+2)}{\rho_2 q R^2}\xi_{lm}, \tag{2.4}$$

$$\rho_2 q\frac{d\xi_{lm}}{dt} = -\varkappa_1\left.\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\right|_R \xi_{lm} + \varkappa_1\frac{l+1}{R}f_{lm}(R) - \varkappa_1\left.\frac{\partial f_{lm}}{\partial r}\right|_R.$$

Подставляя (2.3) в (1.1), найдем уравнение для определения $f_{lm}(r)$:

$$\frac{d^2 f_{lm}}{dr^2} + \left(\frac{z}{R} - \frac{2l}{r}\right)\frac{df_{lm}}{dr} - \frac{z(l+1)}{Rr}f_{lm} = -\frac{1}{\chi_1}\left(\frac{r}{R}\right)^{l+1}\frac{d\xi_{lm}}{dt}\frac{\partial T}{\partial r}. \tag{2.5}$$

При достаточно большой скорости движения фазовой границы основное изменение температуры будет происходить в тонком пограничном слое, кривизна которого мала. Положим $r = R(t) + y$, $y \ll R$. В первом приближении вместо (2.5)

$$\frac{d^2 f_{lm}}{dy^2} + \frac{1}{R}(z - 2l)\frac{df_{lm}}{dy} - \frac{z(l+1)}{R^2}f_{lm} = \frac{T_q}{\chi_1}\frac{\rho_2}{\rho_1}z\frac{d\xi_{lm}}{dt}\exp\left\{-\frac{z}{R}y\right\}. \tag{2.6}$$

Требуемое решение (2.6), исчезающее на бесконечности, есть

$$f_{lm} = A_{lm}\exp k_1 y + \frac{T_q}{\chi_1}\frac{\rho_2}{\rho_1}\frac{R}{l-1}\frac{d\xi_{lm}}{dt}\exp\left\{-\frac{z}{R}y\right\} \tag{2.7}$$

$$\left(k_1 = -\frac{1}{2R}\left(z - 2l + \sqrt{z(z+4)+4l^2}\right)\right).$$

Подставляя (2.7) в (2.4), с помощью (2.1) и (2.2) находим

$$\frac{d\xi_{lm}}{\xi_{lm}dt} = \frac{\chi_1 z\left(\sqrt{z(z+4)+4l^2} - z - 2\right)}{2R^2 h} - \tag{2.8}$$

$$-\frac{\varkappa_1 T_0\gamma\left(z+2+\sqrt{z(z+4)+4l^2}\right)(l-1)(l+2)}{2\rho_2 q R^3 h}\left(h = 1 - \frac{1}{l-1}(z + k_1 R),\ \gamma = \frac{\alpha}{\rho_2 q}\right).$$

При $z \gg 1$, $R \gg R_*$ из выражения (2.2) следует

$$z = \frac{2\Theta}{T_q - \Theta} - \frac{\Theta}{T_q}. \tag{2.9}$$

Для инкремента неустойчивости [2], сравнивающего рост отклонения ξ с ростом самого зародыша R, получим

$$\lambda_l = \frac{d}{dt}\ln\frac{\xi_{lm}(t)}{R(t)} = \frac{\chi_1 z\left(\sqrt{z(z+4)+4l^2} - z - 2(1+h)\right)}{2R^2 h} - \tag{2.10}$$

$$-\frac{\varkappa_1 T_0\gamma(l-1)(l+2)\left(z+2+\sqrt{z(z+4)+4l^2}\right)}{2\rho_2 q R^3 h}.$$

Выражение (2.10) дает правильный результат и при $z \ll 1$, поскольку решение уравнения (2.5), (2.6) в этом случае есть $f_{lm} = A_{lm}$ и (2.3) является решением (1.1). Из (2.10) видно, что с ростом зародыша возмущения со все большими l теряют устойчивость. Впервые неустойчивость возникает при данном l для

$$R_{cl} = \frac{\varkappa_1 T_0\gamma(l-1)(l+2)\left(z+2+\sqrt{z(z+4)+4l^2}\right)}{\rho_2 q\chi_1 z\left(\sqrt{z(z+4)+4l^2} - z - 2(1+h)\right)}. \tag{2.11}$$

При $z \ll 1$, $R \gg R_*$ из (2.2) получим $z = \rho_1\Theta/(\rho_2 T_q)$ и впервые неустойчивость возникает для $R_{c3} \simeq 40\varkappa_1\gamma T_0/(\rho_2 q\chi_1 z)$ при $l = 3$, как и в [2]. Следует отметить, что R_{cl} при $z \gg 1$ значительно меньше, чем при $z \ll 1$. Кроме того, возмущения с различными l при $z \gg 1$ становятся неустойчивыми практически одновременно по сравнению с потерей устойчивости возмущений при $z \ll 1$.

В камере с постоянным объемом зародыши растут в условиях падения давления, вызванного фазовым переходом. В этом случае выражение для инкремента неустойчивости (при $z \ll 1$)

$$
(2.12) \qquad \lambda_l = \frac{\varkappa_1 T_\infty (V_1 - V_2)(l-2)}{\rho_2 q^2 R^2} \delta p_0 - \frac{\varkappa_1 T_\infty \alpha}{\rho_2^2 q^2 R^3} \times
$$

$$
\times [2(l-2) + (l^2-1)(l+2)] - \frac{4}{3} \pi N T_\infty \varkappa_1 K_1 (V_1 - V_2)^2 (l-2) R
$$

получается из (2.10) и (1.5) при $\delta p = \delta p_0 - \frac{4}{3} \pi N K_1 \frac{V_1 - V_2}{V_2} R^3$. Здесь δp_0 — начальное пересыщение; N — число зародышей в единице объема; K_1 — модуль всестороннего сжатия 1-й фазы.

Приравнивая (2.12) к нулю, находим

$$
(2.13) \qquad R^4 + dR + e = 0,
$$

где $d = -\frac{3}{4} \frac{\delta p_0}{\pi N K_1 \rho_2 (V_1 - V_2)}$; $e = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{\pi} \frac{[2(l-2) + (l^2-1)(l+2)]}{\rho_2^2 (V_1 - V_2)^2 N K_1 (l-2)}$. Уравнение (2.13) имеет два положительных корня:

$$
(2.14) \qquad R_{1,2} = \sqrt{8y_1}/4 \mp (-d/\sqrt{8y_1} - y_1/2)^{1/2}
$$

$\left(y_1 = \sqrt[3]{-q + \sqrt{D}} + \sqrt[3]{-q - \sqrt{D}},\ D = d^4/256 - e^3/27 > 0,\ q = -d^2/16\right)$.

Вблизи значений $-e/d$ и $\sqrt[3]{-d}$

$$
(2.15) \qquad R_1 \simeq \frac{\alpha [2(l-2) + (l^2-1)(l+2)]}{(l-2) \rho_2 (V_1 - V_2) \delta p_0} \left[1 + \frac{4}{3} \pi \alpha^3 \times \right.
$$

$$
\left. \times \frac{(2(l-2) + (l^2-1)(l+2))^3 N K_1}{\rho_2^2 (V_1 - V_2)^2 (l-2)^3 (\delta p_0)^4} \right],
$$

$$
R_2 \simeq \left(\frac{3}{4} \frac{\delta p_0}{\pi N K_1 \rho_2 (V_1 - V_2)}\right)^{1/3} - \frac{1}{3} \alpha \frac{[2(l-2) + (l^2-1)(l+2)]}{\rho_2 (V_1 - V_2) \delta p_0}.
$$

Возмущения теряют устойчивость ($\lambda_l > 0$) при $R_1 < R < R_2$. Из (2.14), (2.15) вытекает, что при достаточно большом падении давления в камере, вызванном скачком объема при фазовом переходе, возмущения с большими l последовательно стабилизируются.

Если в камере с постоянным объемом имеется достаточно большое количество зерен новой фазы, произвольно распределенных по размерам, то при $\Theta_R \ll T_q$ и незначительном пересыщении δp наступает стадия коалесценции, обусловленная тепловой диффузией, которая полностью аналогична стадии коалесценции в диффузионном процессе образования зерен новой фазы при распаде пересыщенного твердого раствора, рассмотренной в [4]. При этом закон роста среднего и максимального размера зерна новой фазы есть $\langle R \rangle = R_* = \left(\frac{4}{9} \chi_1 \beta t\right)^{1/3}$, $R_m = \frac{3}{2} \langle R \rangle$ ($\beta = 2\alpha C T_0/(\rho_2 q^2)$), а из (2.10) получим $\lambda_l < 0$ при всех l. Значит, в стадии коалесценции возмущения с любыми l устойчивы. Они исчезают по закону $\xi_l = \xi_{l0} \left(\frac{t_0}{t}\right)^n$, где $n = (l-1)\left[\frac{9}{8} \frac{\rho_1}{\rho_2} (l+1)(l+2) - \frac{1}{3}\right]$; ξ_{l0} — величина начального возмущения с орбитальным моментом l; t_0 — начальный момент времени.

Особый интерес представляет вопрос о влиянии зависимости коэффициента теплопроводности от температуры на развитие неустойчивости фазовой границы. В приближении медленности движения фазовой границы ($z \ll 1$) и в пренебрежении инерционностью теплоотвода от границы фаз уравнение теплопроводности для 1-й фазы можно записать в виде

$$\operatorname{div}(\varkappa_1 \operatorname{grad} T) = 0. \tag{2.16}$$

Выберем простейший вид зависимости коэффициента теплопроводности от температуры: $\varkappa_1 = \varkappa_\infty(1 + \lambda(T - T_\infty))$. Тогда решение уравнения (2.16) есть

$$T - T_\infty + \frac{\lambda}{2}(T - T_\infty)^2 = \frac{\left(\Theta_R + \frac{\lambda}{2}\Theta_R^2\right)R}{r} + \sum_{l,m} A_{lm}\left(\frac{R}{r}\right)^{l+1} Y_{lm}(\Omega).$$

Вычисление инкремента неустойчивости при $R \gg R_*$ дает

$$\lambda_l = \frac{\varkappa_\infty(l-2)}{\rho_2 q R^2}\left(\Theta + \frac{\lambda}{2}\Theta^2\right) - \frac{\gamma\varkappa_\infty T_0\left(1 + 2\lambda\left(\Theta + \frac{\lambda}{2}\Theta^2\right)\right)^{1/2}(l^2-1)(l+2)}{\rho_2 q R^2}. \tag{2.17}$$

Из (2.17) следует, что значение R_{cl}, характеризующее наступление неустойчивости возмущения с данным l, при $\lambda < 0$ меньше, а при $\lambda > 0$ больше, чем при $\lambda = 0$.

3. Неустойчивость плоской границы раздела. Рассмотрим вопрос о неустойчивости плоского фронта новой фазы при условии, что δp — произвольная функция времени. Будем считать, что движение границы раздела медленное по сравнению с теплопроводностью. Решение уравнения (1.1) есть

$$T(x, t) - T_\infty = \frac{T_\infty(V_1 - V_2)(x - x_0)}{2q(\pi\chi_1)^{1/2}} \int_0^t \exp\left\{-\frac{(x-x_0)^2}{4\chi_1(t-\tau)}\right\} \frac{\delta p(\tau)\, d\tau}{(t-\tau)^{3/2}}. \tag{3.1}$$

Граница раздела описывается уравнением

$$x_0 - \frac{\varkappa_1 T_\infty (V_1 - V_2)}{(\pi\chi_1)^{1/2}\rho_2 q^2} \int_0^t \frac{\delta p(t-\tau)}{\sqrt{\tau}}\, d\tau. \tag{3.2}$$

Малые возмущения решения (3.1) будем изучать, следуя [2], рассматривая сначала одну компоненту Фурье. Положим

$$T' = T(x, t) + f_k(x, t)\, e^{i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}}, \tag{3.3}$$

где $f_k(x, t)$ — малое возмущение температуры, определяющее малое возмущение фазовой границы:

$$x_0' = x_0 + \xi_k(t)\, e^{i\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}}. \tag{3.4}$$

Векторы $\boldsymbol{\rho}$, $\mathbf{k}$ лежат в плоскости невозмущенной границы раздела.

Линеаризованные по ξ граничные условия (1.2), (1.3) имеют вид

$$f_k\big|_{x_0} + \frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x_0} \xi_k = -T_0\gamma k^2 \xi_k; \tag{3.5}$$

$$\rho_2 q \frac{d\xi_k}{dt} = -\varkappa_1 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\bigg|_{x_0} \xi_k - \varkappa_1 \frac{\partial f_k}{\partial x}\bigg|_{x_0}. \tag{3.6}$$

Из (3.3) и (1.1) следует

$$\frac{\partial f_k}{\partial t} = \chi_1\left(\frac{\partial^2 f_k}{\partial x^2} - k^2 f_k\right). \tag{3.7}$$

Используя условие квазистационарности $\partial f_k/\partial t \ll \chi_1 k^2 f_k$, из (3.5)—(3.7) получим

$$\xi_k = \xi_{0k} A(t) \exp\left[\int_0^t k(v_0(\tau) - v_k)\, d\tau\right], \tag{3.8}$$

$$v_0(t) = \frac{\varkappa_1 B \delta p_0}{(\pi\chi_1 t)^{1/2}} + \frac{\varkappa_1 B}{(\pi\chi_1)^{1/2}} \int\limits_0 \frac{\partial \delta p}{\partial \tau}(t-\tau)^{-1/2} d\tau,$$

$$v_k = \frac{T_0 \gamma \varkappa_1 k^2}{\rho_2 q}, \quad B = \frac{T_\infty (V_1 - V_2)}{\rho_2 q^2}; \quad A(t) = \exp\left\{-\frac{B\varkappa_1}{\varkappa_1}(\delta p(t) - \delta p_0)\right\}.$$

Окончательный результат есть

$$\xi(\rho, t) = A \int \xi_{0k} e^{ik\rho} \exp\left[\int\limits_0^t (v_0(\tau) - v_k)\, d\tau\right] \frac{d^2k}{(2\pi)^2}. \tag{3.9}$$

Пусть, например, $\delta p = \omega t$. Тогда при заданном t показатель в (3.8) положителен при $\frac{2\omega B t^{1/2}}{(\pi\chi_1)^{1/2}} > \frac{T_0 \gamma k^2}{\rho_2 q}$, т. е. возмущения с $k^2 < \frac{2(V_1 - V_2)\omega\rho_2 t^{1/2}}{\alpha(\pi\chi_1)^{1/2}} = k_c^2(t)$ неустойчивы. С ростом t возмущения с все большими k становятся неустойчивыми.

Из интеграла (3.9) при достаточно больших t вытекает

$$\xi(\rho, t) \approx \int\limits_0^\infty \xi_{0k} e^{ik\rho} \exp \varphi(k, t)\, k dk \sim \tag{3.10}$$

$$\sim \exp \varphi(k_m, t) \int\limits_0^\infty \xi_{0k} e^{ik\rho} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left|\frac{\partial^2 \varphi}{\partial k^2}\right|_{km} (k - k_m)^2\right\} k\, dk,$$

$$\varphi(k_m, t) \gg 1, \quad A \approx 1.$$

В (3.10) функция $\varphi(k, t) = \frac{4}{3}\varkappa_1 \frac{B\omega t^{3/2}}{(\pi\chi_1)^{1/2}} k - \varkappa_1 \frac{T_0 \gamma k^3 t}{\rho_2 q}$ разложена в ряд по k вблизи максимума. (Поскольку необходимо, чтобы выполнялось условие $v_0(t)(t/\chi_1)^{1/2} \ll 1$, максимальное время t ограничено и определяется значением ω.)

Начальные возмущения ξ_{0k} неизвестны. Будем считать, что $\xi_{0k} k$ — медленно меняющаяся функция k. Тогда из (3.10) получим окончательно

$$\xi(\rho, t) \sim \sqrt{\pi} \frac{\xi_{0k_m} k_m}{\sigma} e^{\varphi(k_m, t)} \exp\left\{-\frac{\rho^2}{4\sigma^2}\right\} e^{ik_m \rho},$$

где $k_m = \frac{2}{3} \frac{[\omega(V_1 - V_2)\rho_2]^{1/2} t^{1/4}}{\alpha^{1/2}(\pi\chi_1)^{1/4}}$; $\sigma^2 = \frac{2\varkappa_1 T_0 [\alpha\omega(V_1 - V_2)]^{1/2}}{\rho_2^{3/2} q^2 (\pi\chi_1)^{1/4}} t^{5/4}$; $\varphi(k_m, t) = \frac{16}{27} \frac{\varkappa_1 T_0 [(V_1 - V_2)\omega]^{3/2} t^{7/4}}{\alpha^{1/2} q^2 \rho_2^{1/2} (\pi\chi_1)^{3/4}}$. Видно, что неустойчивость плоской границы раздела при достаточно больших временах растет в этом случае, как экспонента от $t^{7/4}$.

4. О механизме образования поликристаллов различной дисперсности. Очевидно, что отсутствие нарастающих случайных возмущений при движении фазовой границы способствует получению хорошего бездефектного однородного кристалла. Естественно так же считать, что для получения монокристалла начальные возмущения формы зародыша с различными l должны затухать со временем. Следовательно, крупные монокристаллы можно растить либо при очень малом пересыщении, либо в стадии коалесценции. Однако в том случае, когда размеры зерна $R > R_{c3}$ и возмущения нарастают со временем, можно высказать гипотезу о возможном механизме образования поликристаллов различной дисперсности.

Будем считать, что размер кристаллита в поликристалле есть тот максимальный размер, при котором случайные возмущения его формы еще исчезают со временем. Начиная с некоторого размера, случайные возмущения формы кристаллита уже не могут быть стабилизированы. Они становятся зародышами нового кристаллита, сросшегося с первоначальным (возможно, процесс образования поликристалла идет через стадию дробления с последующим сращиванием, но с меньшей упругой и поверхностной энергией в системе). Возмущения различной природы, нарушающие форму, всегда имеются в реальных условиях. Из (2.2), (2.8) следует $\xi_l \sim \xi_{0l}\,(R/R_{\text{сз}})^{\left(\sqrt{z(z+4)+4l^2}-z-2\right)/2h}$, т. е. возмущения быстро растут с увеличением l и R. Поэтому характерный масштаб кристаллитов в поликристалле $R_{\text{кр}} \sim R_{\text{сз}}$. Оценим из (2.11) размер кристаллита в поликристалле в случае перехода графит — алмаз. Имеем $\alpha \approx \approx 10^{-4} - 10^{-3}$ Дж/см^2, $V_1 - V_2 = 0{,}17$ г/см^3, $\rho_2 = 3{,}5$ г/см^3, при $\delta p \simeq \simeq 0{,}1$ ГПа получим $R_{\text{сз}} \simeq 10^{-4}$—$10^{-3}$ см, что соответствует экспериментальным данным.

Если поликристаллы растут в условиях падения давления в камере, вызванных фазовым переходом, то, как это вытекает из (2.14), (2.15), выращенное поликристаллическое зерно неоднородно: кристаллиты на периферии крупнее, чем в центре.

Предложенный механизм образования поликристаллов кинетически и термодинамически более выгоден, чем известный механизм спонтанного образования большого количества зародышей новой фазы сразу во всем объеме и последующего их роста и сращивания. Действительно, как известно [5], число прошедших (в 1 с, в 1 см^3 среды) критическую область зародышей в стационарных условиях есть $S = 2\left(\frac{\alpha}{T}\right)^{1/2} B(R_*)\, f_0(R_*)$, где $f_0(R_*) = \frac{R_*^2}{v_1 v_2} \exp\left\{-\frac{4\pi\alpha R_*^2}{3T}\right\}$; $B(R_*)$ — коэффициент диффузии в пространстве размеров; v_1, v_2 — объем фаз, приходящийся на одну молекулу.

С помощью (2.2) получим

$$S = \frac{\varkappa_1 (\alpha T)^{-1/2} N_{\text{A}}^2 \rho_1}{4\pi M^2 (V_1 - V_2)} \left(\frac{dT}{dp}\right)^2 \delta p \exp\left\{-\frac{16}{3} \frac{\pi v_2^2 \alpha^3}{(v_1 - v_2)^2\, T\, (\delta p)^2}\right\} \tag{4.1}$$

(N_{A} — число Авогадро, M — молекулярный вес).

В поликристалле алмаза размером ~ 1 см содержится $\sim 10^{12}$—10^9 кристаллитов. Число же зародышей, прошедших критическую область, как это следует из (4.1), очень мало.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Mullins W. W., Sekerka R. F.** Morphological stability of particle growing by diffusion or heat flow // J. Appl. Phys.— 1963.— V. 34.
2. **Бычков Ю. А., Иорданский С. В.** Неустойчивость границы раздела фаз в процессе фазового превращения // ПМТФ.— 1980.— № 5.
3. **Sekerka R. F.** Application of the time dependent theory of interface stability to an isothermal phase transformation // J. Phys. Chem. Solids.— 1967.— V. 28, N 6.
4. **Лифшиц И. М., Слезов В. В.** О кинетике диффузионного распада пересыщенных твердых растворов // ЖЭТФ.— 1958.— Т. 35, вып. 2.
5. **Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П.** Физическая кинетика.— М.: Наука, 1979.

Поступила 20/XI 1986 г.

УДК 532.593 : 531.78

ОБ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ РЕГИСТРАЦИИ ВОЛН МЕХАНИЧЕСКИХ НАПРЯЖЕНИЙ КВАРЦЕВЫМ ДАТЧИКОМ В РАЗНЫЕ ВРЕМЕННЫЕ ИНТЕРВАЛЫ

А. П. Степовик

(Челябинск)

Как известно [1], ток, протекающий через низкоомную нагрузку кварцевого датчика, связан с механическими напряжениями, действующими на его плоскости в направлении нормали к ним, следующим образом:

$$i(t) = (kSc_0/l)[P_1(t) - P_2(t)]. \tag{1}$$