

17. Семенов П. П. Цепные реакции.— М.: Наука, 1986.
18. Tsuboi T., Wagner P. Homogeneous thermal oxidation of methane in reflected shock waves // 15th Symp. (Int.) on Combustion.— Pittsburgh, 1974.
19. Lifshitz A., Scheller K., Burcat A. et al. Multistage ignition of hydrocarbon combustion // Combust. Flame.— 1972.— N 19.— P. 311.
20. Grillo A., Slak M. W. Shock tube study of ignition delay times in methane — oxygen — nitrogen — argon mixtures // Ibid.— 1976.— N 27.— P. 377.
21. Зимонт В. Л., Трушин Ю. Н. О задержках воспламенения углеводородных газовых при высоких температурах // ФГВ.— 1967.— 3, № 1.— С. 86.
22. Freeman G., Lefebvre A. N. Spontaneous ignition characteristics of gaseous hydrocarbon — air mixtures // Combust. Flame.— 1984.— N 58.— P. 153.

г. Новосибирск

Поступила в редакцию 17/IV 1990

УДК 530.1 + 538.91 + 662.215.1 + 666.233

*A. П. Ершов, А. Л. Куперштог*

## ОБРАЗОВАНИЕ ФРАКТАЛЬНЫХ СТРУКТУР ПРИ ВЗРЫВЕ

При взрыве конденсированных взрывчатых веществ (ВВ) типично выделение свободного углерода. Химическая реакция может происходить в условиях стабильности алмаза. Некоторые результаты по получению алмазной фазы описаны в [1, 2]; в [3] упоминаются эксперименты, относящиеся к 1963—1965 гг. Отмечается [1—5] ультрадисперсность алмазных порошков. Зерна порошка представляют собой конгломераты из частиц с характерным размером последних около 40 Å.

В данной работе вводится двухстадийная модель роста частиц конденсированной фазы при взрыве [6, 7]. На первой стадии путем коагуляции образуются мелкие компактные частицы, на второй — частицы объединяются в агрегаты (кластеры), имеющие фрактальную структуру, что подтверждается данными малоуглового рентгеновского рассеяния. Возможность фрактальной природы агрегатов в сохраненных порошках упоминается в [2, 8].

По нашему мнению, образование фрактальных кластеров должно происходить непосредственно за детонационным фронтом, т. е. за микросекундные времена. Это приводит к следствиям, которые могут быть важны для понимания физики детонации.

При взрыве свободный углерод выделяется в течение  $\sim 0,1$  мкс — времени химической реакции во фронте детонационной волны. Характерное время  $t_h$  гидродинамического разлета — единицы микросекунд. Количество углерода может быть  $>10\%$  массы заряда, что соответствует концентрации атомов  $n_c \sim 10^{22}$  см $^{-3}$ . При столь сильной неравновесности практически каждое столкновение частиц должно приводить к их слиянию, т. е. начальной стадией роста частиц должна быть быстрая коагуляция.

Теория быстрой коагуляции Смолуховского [9] приводит к следующим результатам. Средняя масса частицы (в единицах массы атома углерода) растет линейно со временем [10]:

$$\langle m \rangle \sim Kn_ct,$$

где константа коагуляции  $K = 4 kT/3\eta$ ;  $\eta$  — вязкость продуктов детонации. Отметим, что из-за большой плотности среды движение частиц, даже самых малых, происходит в диффузионном стоксовом режиме. Это оправдывает применимость теории Смолуховского для всех размеров. В разреженной среде, например в атмосферном воздухе, для малых по сравнению с длиной собственного броуновского пробега частиц коагуляция несколько ускоряется (свободномолекулярный режим) [11].

Примем температуру продуктов детонации (ПД)  $T \approx 3000$  К, а вязкость  $\eta = 10^{-2}$  Па по расчету [12] (элементарная газокинетическая оценка [13] дает  $3 \cdot 10^{-3}$  Па). Тогда произведение  $Kn_c \approx 10^{12}$  1/с. За время  $t_h \sim 1$  мкс должны образоваться частицы в среднем из  $10^6$  атомов с размером  $\sim 200$  Å. В действительности же характерный размер частиц 40 Å, т. е. масса на 2 порядка меньше. К тому же эксперимент [5] не обнаруживает зависимости размера частиц от  $t_h$  (пропорционального раз-

меру заряда). Следовательно, рост компактных частиц должен быть ограничен.

Далее предположим, что две частицы при встрече сливаются, если хотя бы одна из них содержит атомов меньше  $m_0 = 10^3$ , т. е. по размеру  $< 20 \text{ \AA}$ . В пользу этого условия имеется несколько доводов [2], в частности уменьшение эффективной температуры плавления для мелких частиц [14]. В результате мелкие частицы могут реагировать как жидкые капли, в то время как крупные уже не будут сливаться. Аналогично влияют рост флуктуаций для малых частиц и увеличение относительной роли поверхности. Разумеется, реально переход от единичной к нулевой вероятности слияния частиц не будет резким, а характерное значение  $m_0$  следует понимать как выбранное по порядку величины. Поэтому излагаемая модель является первым приближением, и ее использование оправдано неточностью, с которой известны характеристики среды и процесса коагуляции.

Введем концентрации  $n_m$  для частиц, содержащих  $m$  атомов. Система уравнений Смолуховского имеет вид

$$\frac{dn_m}{dt} = K \left( \sum_{j=1}^{m-1} F_{j,m-j} n_j n_{m-j} - 2n_m \sum_{j=1}^{\infty} F_{j,m} n_j \right) + S_m.$$

Первое слагаемое в скобках — скорость возникновения частиц массы  $m$  из различных комбинаций  $j + (m - j)$ , второе описывает уменьшение количества  $m$ -частиц из-за реакций с любыми другими. Фактор  $F_{j,m} = (r_j + r_m)^2 / 4r_j r_m$  учитывает различие размеров  $r$  частиц с массами  $j$  и  $m$ . Для одинаковых частиц  $F_{j,j} = 1$ , для различных — довольно слабая функция отношения масс (например,  $F_{1,10} = 1,155$ ). Величина  $S_m$  описывает приток углеродных частиц в ходе химической реакции. Предполагая равномерное выделение единичных атомов в течение времени реакции  $t_r$ , запишем  $S_1 = n_c/t_r$  и  $S_i = 0$  при  $i > 1$ . Штрих, которым снабжены знаки суммы, означает, что хотя бы одна из сталкивающихся частиц должна быть меньше  $m_0$  (остальные слагаемые выбрасываются).

Перейдем к безразмерным величинам, введя единицы времени  $(t_r/Kn_c)^{1/2}$  и концентрации  $(n_c/Kt_r)^{1/2}$ , причем для безразмерных концентраций и времени сохраним прежние обозначения. Тогда до окончания реакции

$$\frac{dn_m}{dt} = 2 \left( \sum_{j=1}^{M_1} F_{j,m-j} n_j n_{m-j} - n_m \sum_{j=1}^{M_2} F_{j,m} n_j \right) + \delta_{m,1}. \quad (1)$$

Здесь  $M_1 = \min(m/2, m_0)$ ;  $M_2 = m_0$  при  $m > m_0$ ,  $M_2 = \infty$  при  $m < m_0$ ;  $\delta_{m,1}$  — символ Кронекера.

Решение системы при отсутствии ограничений на слияние исследовалось аналитически [15] для  $F_{j,m} = 1$  и численно [16]. За безразмерное время  $t \approx 5$  вырабатывается распределение  $n_m \propto m^{-3/2}$ . От времени далее зависит только граница, на которой эта зависимость обрезается:  $m_b \sim t^2$ . Уместна газодинамическая аналогия: по «оси масс» распространяется волна, вызванная притоком частиц в начале этой оси.

Когда  $m_b$  станет порядка  $m_0$ , т. е. для времени  $t > m_0^{1/2}$ , начнет проявляться запрет на слияние больших частиц. Однако мелкие частицы ( $m < m_0$ ) продолжают объединяться с крупными. В результате спектр масс, хотя и медленнее, изменяется. Качественное поведение спектра при  $m \gg m_0$  можно понять, считая  $m$  непрерывной переменной. Тогда

$$n_{m-j} = n_m - j \frac{\partial n_m}{\partial m} + \frac{j^2}{2} \frac{\partial^2 n_m}{\partial m^2}$$

(разложение в ряд действует, так как  $j < m_0 \ll m$ ). Кроме того, считаем

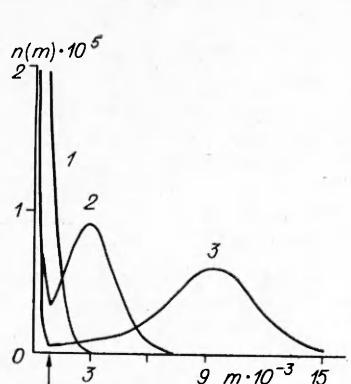


Рис. 1. Распределение концентраций по массе при ограничении на слияние частиц (кривые 1—3 соответствуют безразмерному времени  $t_1 = m_0^{1/2} = 31,6$ ,  $t_2 = (10m_0)^{1/2} = 100$ ,  $t_3 = 10m_0^{1/2} = 316$ ; стрелкой указана граница  $m_0$ , выше которой введен запрет на слияние больших частиц).

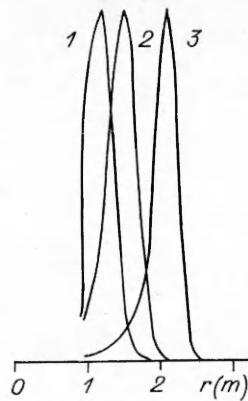


Рис. 2. Замороженные распределения частиц по размерам для различных значений времени реакции  $t_r$  (кривые 1—3 получены из распределений 1—3 рис. 1 и соответствуют значениям времени реакции, в течение которой выделяется углерод:  $t_r = 1, 10$  и  $100$  нс; граничный размер  $r(m_0)$  принят за единицу, кривые нормированы к одной амплитуде).

$F_{j,m-j} = F_{j,m}$ . В результате получаем простое уравнение

$$\frac{\partial n_{j,m}}{\partial t} + C \frac{\partial n_{j,m}}{\partial m} = v \frac{\partial^2 n_{j,m}}{\partial m^2},$$

причем  $C = 2 \sum_{j=1}^{m_0} j n_j F_{j,m}$ ,  $v = \sum_{j=1}^{m_0} j^2 n_j F_{j,m}$  зависят от времени через спектр размеров малых частиц  $n_j$  и от массы — через  $F_{j,m}$ . Обе эти зависимости слабые, так что в первом приближении имеем уравнение с постоянными коэффициентами. Следует ожидать возникновения волны  $n(m - Ct)$ , распывающейся из-за вязкости  $v$ .

Численное решение системы (1) демонстрирует зарождение на границе  $m = m_0$  и последующее распространение волны (рис. 1). Кривая 1 при  $t = \sqrt{m_0}$  почти «не замечает» границы  $m = m_0$ , тогда как на кривых 2 и 3 ( $t = \sqrt{10m_0}$  и  $\sqrt{100m_0}$ ) концентрация на границе резко падает. Тем не менее скорость волны оказывается близкой к вычисленной по невозмущенному распределению. Отметим, что для  $t \geq \sqrt{m_0}$  основная масса сосредоточена в крупных частицах, тогда как большую часть концентрации составляют мелкие.

Безразмерное время окончания реакции

$$t_e = t_r / \sqrt{t_r / Kn_C} = \sqrt{t_r / Kn_C}.$$

Если оборвать реакцию в момент достижения распределений на рис. 1, то кривые 1—3 будут отвечать различным временам реакции:  $t_r = t_e^2 / Kn_C = 1, 10$  и  $100$  нс для  $t_e = \sqrt{m_0}$ ,  $\sqrt{10m_0}$  и  $\sqrt{100m_0}$ . Истинное время реакции может быть меньше брутто-времени 0,1 мкс (например, если реакция идет путем разгорания горячих точек). По окончании реакции за время порядка  $\sqrt{m_0}$  мелкие частицы «вымирают» и вырабатывается замороженное распределение, изображенное на рис. 2 в зависимости от размера частиц. Во всех случаях диапазон размеров довольно узкий.

Принятое выделение углерода в реакции в виде единичных атомов не принципиально. При выделении более крупных фрагментов (но, разумеется, малых по сравнению с  $m_0$ ) результаты не изменятся. «Мгновенное» выделение углерода ( $t_r = 0$ ) дает результат, близкий к  $t_r = 1$  нс (см. рис. 1 и 2, кривые 1). Таким образом, ограничение коагуляции по-

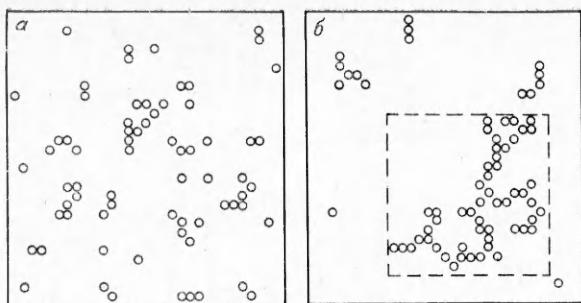


Рис. 3. Кластер-кластерная ассоциация.

зволяет получить размер частиц, близкий к наблюдаемому. Варьированием параметров  $m_0$  и  $t_r$ , возможна более точная подгонка под эксперимент. Очевидно, что «размазывание»  $m_0$  приведет к уширению спектра.

В случае более высоких температур в зоне детонационной волны там, где происходит коагуляция, параметр  $m_0$  возрастает. Тогда размеры компактных частиц несколько увеличивается. Более того, для некоторых составов ВВ могут быть достигнуты параметры стабильности жидкой фазы (см., например, [3]), и можно ожидать образования гораздо более крупных компактных частиц. Неточности фазовой диаграммы и температуры продуктов детонации пока не позволяют указать явные примеры, однако целесообразен поиск в этом направлении.

Вторая стадия (образование агрегатов из мелких компактных частиц) начинается параллельно с окончанием первой. По крайней мере в начале этого процесса естественно полагать, что при встрече любых двух кластеров они сцепляются, сохраняя свою индивидуальность. Известно [10, 17], что при такой кластер-кластерной ассоциации образуются фрактальные структуры. В этом случае масса кластера  $Z$  (количество частиц в нем) и размер  $R$  (в единицах диаметра единичной компактной частицы) будут связаны соотношением

$$Z \sim R^D,$$

где  $D$  — фрактальная (обычно дробная) размерность, которая меньше размерности пространства. Численное моделирование и эксперимент для описанных условий дают значения  $D = 1,78 \div 2,1$ , т. е. с увеличением размера кластера его средняя плотность уменьшается (растет доля пустот).

Рис. 3 иллюстрирует агрегацию в двумерном пространстве. В «ящик» размером  $31 \times 31$  клеток помещено 70 частиц, которые по очереди перемещаются в случайно выбранных направлениях. Оказавшиеся в соседних клетках частицы соединяются и далее перемещаются вместе. На рис. 3, а показано начало процесса, когда образовалось несколько малых кластеров. На поздней стадии (рис. 3, б) виден большой кластер, к которому в конце концов присоединяются все остальные. Большие агрегаты в двумерном пространстве имеют размерность 1,44 [17] и, следовательно, сильно разрежены. При исходной концентрации частиц всего 7 % размер агрегата на рис. 3, б порядка размера ящика.

Рассмотрим качественно образование агрегатов при кластер-кластерной ассоциации. Для этого процесса также применима система уравнений Смолуховского. Пренебрегая полидисперсностью кластеров (считая  $F_{j,m} = 1$ ) и суммируя все уравнения (1), получим для концентрации агрегатов  $A$ :

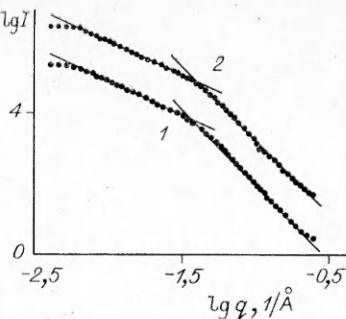
$$\frac{dA}{dt} = \frac{dP}{dt} - A^2,$$

где  $P$  — концентрация компактных частиц (единичных кластеров). По окончании реакции  $dP/dt = 0$ , следовательно,  $A \sim 1/t$ . Накопившееся количество  $P \sim m_0^{-1/2}$ , как явствует из упоминавшегося выше распределения  $n_m \sim m^{-3/2}$ . Тогда среднее число частиц в кластере

$$Z = P/A \sim t/\sqrt{m_0}$$

или в размерных единицах  $Z = t/\tau$ ,  $\tau = \sqrt{t_r m_0 / Kn_c}$ .

Рис. 4. Зависимость интенсивности рассеяния рентгеновского излучения, приведенной к «точечному источнику», от переданного импульса  $q$  (наклоны прямых:  $(-1,94$  и  $-4,18)$  для первого образца и  $(-1,89$  и  $-4,10)$  для второго).



При учете гидродинамического расширения время  $t$  следует ограничить величиной  $t_H$ , так что максимальное  $Z \sim t_H/\tau \sim 100$  при  $t_H = 1$  мкс,  $\tau = 100$  нс,  $\tau = 10$  нс. Размер кластера  $R \sim Z^{1/D} \sim Z^{1/2} \sim 10$  размеров частицы, или  $300-400$  Å.

Принятым методом исследования фрактальных структур является малоугловое рентгеновское рассеяние (МУРР). Рассеянию на угол  $\theta$  соответствует переданный импульс  $q = 4\pi/\lambda \cdot \sin(\theta/2)$ , обратная величина которого есть характерный зондируемый размер. Во фрактальном интервале размеров интенсивность рассеянного излучения  $I \sim q^{-D}$  [17], что позволяет определить размерность  $D$ . Измерения проведены В. Н. Коломийчуком (Институт катализа СО АН СССР). Длина волны излучения  $1,54$  Å ( $\text{CuK}_\alpha$ ), диапазон углов рассеяния  $-7^\circ < 2\theta < 7^\circ$ . Интенсивности, измеренные для щелевой геометрии опыта, пересчитаны к условиям «точечного источника». На рис. 4 приведены результаты для двух образцов алмазного порошка, полученного в разных опытах. Участки кривых с близким к  $-4$  наклоном отвечают рассеянию на отдельных частицах (режим Порода). В интервале  $5 \cdot 10^{-3} < q < 3 \cdot 10^{-2}$  1/Å наклон указывает на фрактальную размерность  $D \approx 1,9$ , что соответствует кластер-кластерной ассоциации. Границы фрактального интервала позволяют оценить характерные размеры  $1/q$  частицы и агрегата ( $30$  и  $200$  Å). Аналогичные результаты получены для образцов шихты (смесь алмаза с графитом), взятых на анализ после взрыва без химической очистки.

Другим подходом к анализу данных МУРР является попытка получить функцию распределения алмазных частиц по размерам [5]. При этом считалось, что рассеяние происходит независимо на отдельных сферических частицах. Тогда для функции распределения  $f(R)$  получается интегральное уравнение

$$I(q) = \int_0^{\infty} f(R) I_R(q) dR,$$

где  $I_R(q) = (3 \sin(qR) - qR \cos(qR))^2/q^6$  — интенсивность рассеяния шаром размера  $R$ . Такого типа обратные задачи, как правило, неустойчивы. Это выражается в том, что из-за погрешностей при регистрации экспериментально измеряемых величин и при аппроксимации интеграла конечной суммой могут возникать большие ошибки в искомых зависимостях. В частности, в рассматриваемой задаче на графиках  $f(R)$  наблюдаются осцилляции при больших  $R$ .

Для более детального анализа ситуации проведены независимые расчеты по восстановлению  $f(R)$ . В качестве примера обработаны экспериментальные данные по МУРР, приведенные на рис. 4. Использовался метод регуляризации Филлипса [18] с минимизацией функционала

$$\Phi(f) = \sum_{i=1}^n \left( I(q_i) - \sum_{j=1}^m f(R_j) I_{R_j}(q_i) \Delta R_j \right)^2 + p \int_{R_1}^{R_m} \left( \frac{d^2 f}{dR^2} \right)^2 dR,$$

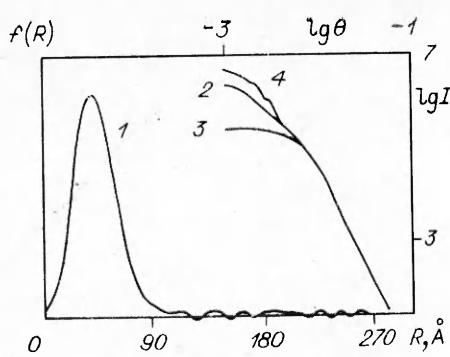


Рис. 5. Функция распределения алмазных частиц по размерам  $f(R)$  и контрольные расчеты  $I(q)$ .

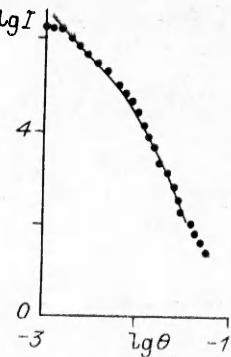


Рис. 6. Интенсивность рентгеновского рассеяния набором фрактальных кластеров (сплошная линия — расчет, точки — эксперимент).

где  $n$  — число экспериментальных точек;  $m$  — число точек дискретизации исходной функции  $f(R)$ ;  $p$  — параметр регуляризации.

Полученные результаты приведены на рис. 5. Кривая 1 — восстановленная функция распределения частиц по размерам. Видно, что основной пик приходится на размеры  $\approx 30 \text{ \AA}$ . Несмотря на все попытки варьировать параметр регуляризации, существовали осцилляции в решении при больших  $R$ , причем имелись отрицательные значения.

По найденному распределению  $f(R)$  для контроля вычислялась интенсивность  $I(q)$  (см. рис. 5, 2), которая практически совпадает с исходными экспериментальными точками. Хотя осцилляции в  $f(R)$  малы, их вклад в рассеяние существен. Для примера вычислены интенсивности МУРР для основного пика ( $R < 120 \text{ \AA}$ ) и неотрицательной части  $f(R)$  (см. рис. 5, 3, 4). Для  $q < 3 \cdot 10^{-2} \text{ 1/\AA}$  вместо фрактального участка ( $D \approx 2$ ), существующего на экспериментальных данных, наблюдается сильное завышение  $I(q)$  во втором случае и выход на режим рассеяния веществом с постоянной концентрацией невзаимодействующих частиц в первом.

Колебания  $f(R)$  можно объяснить как «попытку» алгоритма отразить возникновение структур во фрактальной области. В то же время в режиме Порода (область независимого рассеяния от частиц) полученная функция распределения лучше описывает эксперимент, чем монодисперсное (и вообще узкое) распределение. По-видимому, полное представление о системе дает сочетание обоих подходов. Например, на рис. 6 показан результат рассеяния набором кластеров с  $D = 2$  и разными размерами составляющих частиц, подчиняющихся распределению в основном пике ( $R < 120 \text{ \AA}$ ) — на рис. 5. Согласие с экспериментом практически полное.

Результаты эксперимента и теоретические оценки хорошо согласуются с предположением об образовании фрактальных структур еще до разлета продуктов детонации. Укажем на следствие фрактальности: агрегат, имея меньшую среднюю плотность, занимает «лишний» объем. При истинной объемной доле конденсированной фазы  $\alpha_0$  «распухание» приведет к величине  $\alpha_0 \sim \alpha_0 R^{3-D} \sim \alpha_0 R$  (при  $D \approx 2$ ). Для  $\alpha_0 \sim 0,1$  и  $R \sim 10$  имеем  $\alpha \sim 1$ , следовательно, кластеры будут соприкасаться (т. е. возможно гелеобразование). Условие  $\alpha \sim 1$  ограничит размер кластера независимо от  $t_n$ . При разете среды (ПД) в волне разгрузки гель порвется. В сохраненных образцах из первоначальных агрегатов собираются структуры следующих порядков, наблюдаемые микроскопически [4]. Отметим, что на рассмотренные процессы могут накладываться фазовые переходы и изменения реологии среды.

Напомним, что в работе Хейеса [19] электропроводность продуктов детонации ВВ с большим содержанием углерода объяснялась образованием пространственной сетки из графитовых частиц. Фрактальные представления делают такую картину совершенно естественной. Это меняет принятый взгляд на продукты детонации. По крайней мере, до заметного расширения они представляют собой не запыленный газ, а скорее газонасыщенную пористую среду.

Авторы выражают благодарность А. И. Лямкину, А. М. Ставеру и В. А. Молокееву за экспериментальные образцы; В. Н. Коломийчуку за измерения МУРР; В. Ф. Анисичкину, И. Ю. Малькову за полезные обсуждения; В. М. Титову за внимание к работе. Исследования выполнены по внутреннему гранту Института гидродинамики Г4-8900.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лямкин А. И., Петров Е. А., Ершов А. П. и др. Получение алмазов из взрывчатых веществ // Докл. АН СССР.— 1988.— 302, № 3.— С. 611—613.
2. Greiner N. Roy, Phillips D. S., Johnson J. D. et al. Diamonds in detonation soot // Nature.— 1988.— 333.— Р. 440—442.
3. Волков К. В., Даниленко В. В., Елин В. И. Синтез алмаза из углерода продуктов детонации ВВ // ФГВ.— 1990.— 26, № 3.— С. 123—125.
4. Ставер А. М., Губарева И. В., Лямкин А. И. и др. Ультрадисперсные алмазные порошки, полученные с использованием энергии взрыва // ФГВ.— 1984.— 20, № 5.— С. 100—104.
5. Титов В. М., Анисичкин В. Ф., Мальков И. Ю. Исследование процесса синтеза ультрадисперсного алмаза в детонационных волнах // ФГВ.— 1989.— 25, № 3.— С. 117—126.
6. Ершов А. П., Куперштог А. Л. Образование фрактальных структур при взрыве // Проблемы синергетики: Тез. докл. науч.-техн. конф.— Уфа: Уфимский нефтяной институт, 1989.
7. Ершов А. П., Куперштог А. Л. Образование фрактальных структур при взрыве // Письма в ЖТФ.— 1990.— 16, вып. 3.— С. 42—46.
8. Сакович Г. В., Губаревич В. Д., Бадаев Ф. З. и др. Агрегация алмазов, полученных из взрывчатых веществ // Докл. АН СССР.— 1990.— 310, № 2.— С. 402—404.
9. Smoluchowski M. V. Versuch einer mathematischen theorie der koagulationskinetik kolloider losungen // Zeitschrift für Physikalische Chemie.— 1917.— 92.— Р. 129—168.
10. Смирнов Б. М. Фрактальные кластеры // УФИ.— 1986.— 49, № 2.— С. 177—219.
11. Friedlander S. K. Smoke, dust and haze: fundamentals of aerosol behavior.— N. Y., 1977.
12. Shaw M. S., Johnson J. D. Carbon clustering in detonations // Journ. Appl. Phys.— 1987.— 62, N 5.— Р. 2080—2085.
13. Ершов А. П. Ионизация при детонации конденсированных ВВ // ФГВ.— 1975.— 11, № 6.— С. 938—944.
14. Stace T. How small is a solid? // Nature.— 1988.— 331.— Р. 116—117.
15. Klett J. D. A class of solutions to the steady-state, source-enhanced, kinetic coagulation equation // Journ. Atmospheric Sci.— 1975.— 32.— Р. 380—389.
16. Mocros L. F., Quon J. E., Hjelmfelt A. T., Jr. Coagulation of a continuously reinforced aerosol // Journ. Colloid and Interface Sci.— 1967.— 23.— Р. 90—98.
17. Жюльен Р. Фрактальные агрегаты // УФИ.— 1989.— 157, вып. 2.— С. 339—357.
18. Преображенский И. Г., Пикалов В. В. Неустойчивые задачи диагностики плазмы.— Новосибирск: Наука, 1982.
19. Hayes B. On the electrical conductivity in detonation products // 4th Symp. (Int.) on detonation.— Wash., 1967.