2. **Колмаков И. А., Акмаев Н. Н., Алпатов В. В.** О нелинейном взаимодействии в движущейся релаксационной среде на фоне теплового расширения области взаимодействия // ЖТФ.— 1981.— Т. 51, № 8.
3. **Колмаков И. А., Самарцев В. В.** Возбуждение акустического черенковского излучения в движущихся релаксационных средах и некоторые его приложения // ЖТФ.— 1986.— Т. 56, № 2.
4. **Кавеева З. М., Колмаков И. А., Самарцев В. В.** Акустическое черенковское излучение в движущихся релаксационных средах и некоторые его приложения // III Всесоюз. симпоз. по световому эхо- и когерентной спектроскопии: Тез. докл.— Харьков: Ин-т низких температур АН УССР, 1985.
5. **Штырков Е. И., Самарцев В. В.** Резонансная динамическая голография и оптическое сверхизлучение/Под ред. В. А. Голенищева-Кутузова, В. В. Самарцева.— Казань: Изд-во КФ АН СССР, 1975.
6. **Самарцев В. В., Штырков Е. И.** Акустическое преобразование волновых фронтов в резонансных эхоголограммах // ФТТ.— 1976.— Т. 18, № 10.
7. **Маныкин Э. А., Самарцев В. В.** Оптическая эхоспектроскопия.— М.: Наука, 1984.
8. **Набойкин Ю. Н., Самарцев В. В., Зиновьев П. В., Силаев Н. В.** Когерентная спектроскопия молекулярных кристаллов.— Киев: Наук. думка, 1986.
9. **Колмаков И. А., Антонов Н. Н., Логвинов И. А.** Учет теплового пограничного слоя и дифракционных явлений при определении времени распространения звука в ультразвуковых расходомерах // ИФЖ.— 1978.— Т. 35, № 3.
10. **Болотовский Б. М.** Теория эффекта Вавилова — Черенкова // УФН.— 1957.— Т. 62, вып. 3.
11. **Гинзбург В. Л.** Некоторые вопросы теории излучения при сверхсветовом движении в среде // УФН.— 1952.— Т. 69, вып. 2.
12. **Радио** и акустическая голография.— Л.: Наука, 1976.

г. Казань *Поступила 6/V 1988 г.*

УДК 519.6:531.7:533.7

А. Л. Баландин, Н. Г. Преображенский, А. И. Седельников

ТОМОГРАФИЧЕСКОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЦ ПО СКОРОСТЯМ

1. Измерение спектра флюоресценции разреженной среды (газа или плазмы) позволяет восстановить одну из важнейших характеристик среды — функцию распределения (ФР) частиц по скоростям. В традиционной (одноракурсной) постановке для определения ФР регистрируется спектр $q(\nu, \mathbf{n})$ излучения, распространяющегося вдоль направления $\mathbf{n}$. При этом функция $q(\nu, \mathbf{n})$ связана с функцией $f(v, \mathbf{n})$ распределения частиц по проекциям скоростей на направление $\mathbf{n}$ уравнением [1, 2]

$$\int_{-\infty}^{\infty} K\left(\frac{\nu_0}{c}(v - v')\right) f(v', \mathbf{n})\, dv' = q\left(\nu_0 \frac{v}{c}, \mathbf{n}\right). \tag{1.1}$$

Здесь $K(\nu)$ — ядро, учитывающее влияние недоплеровских механизмов уширения и аппаратной функции спектральных приборов; $\nu = \nu_0 v/c$; ν_0 — частота, характеризующая положение центра линии излучения; c — скорость света.

Восстановление по $f(v, \mathbf{n})$ трехмерного распределения частиц по скоростям $F(\mathbf{V})$, где $\mathbf{V} = (V_x, V_y, V_z)$, в общем случае не представляется возможным. Это удается сделать лишь в частных случаях, когда вносятся априорные предположения об угловой зависимости распределения (например, об его изотропности). В данной работе рассматривается более общая постановка задачи, позволяющая производить измерение ФР без использования этих предположений.

2. При отсутствии априорной информации об угловой структуре ФР функция $F(\mathbf{V})$ может быть определена по результатам многоракурсных спектроскопических наблюдений, т. е. по набору одномерных ФР $f(v, \mathbf{n})$ при различных ориентациях вектора

$$\mathbf{n} = (\sin\theta\cos\varphi,\ \sin\theta\sin\varphi,\ \cos\theta), \tag{2.1}$$

где θ и φ — полярный и азимутальный углы наблюдения в сферической системе координат. Следуя [3], запишем связь $f(v, \mathbf{n})$ и $F(\mathbf{V})$ в виде

$$\int F(\mathbf{V})\,\delta(v-\mathbf{n}\cdot\mathbf{V})\,d^3\mathbf{V}=f(v,\mathbf{n}). \tag{2.2}$$

Уравнение (2.2) является преобразованием Радона функции $F(\mathbf{V})$ в трехмерном пространстве скоростей, причем для каждого вектора $\mathbf{n}$ (для каждого набора углов θ, φ) необходимо предварительно решить уравнение (1.1).

Вопрос о нахождении численного решения уравнения типа (1.1) достаточно полно рассмотрен в [4]. Ниже проводится исследование возможностей численного решения уравнения (2.2). Развит численный алгоритм обращения (2.2), основанный на методе фурье-анализа проекционных данных $f(v, \mathbf{n})$ [5].

3. Трехмерный фурье-образ функции $F(\mathbf{V})$, записанный в сферической системе координат, обозначим через $\widehat{F}(k\mathbf{n})=\widehat{F}(k\sin\theta\cos\varphi,$ $k\sin\theta\sin\varphi, k\cos\theta)$. Согласно известной в вычислительной томографии теореме о центральном сечении, имеет место соотношение [5]

$$\widehat{F}(k\mathbf{n})=\widehat{f}(k,\mathbf{n})=\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(v,\mathbf{n})\exp(-2\pi ikv)\,dv. \tag{3.1}$$

Выражение (3.1) означает, что одномерный фурье-образ функции $f(v, \mathbf{n})$ по переменной v равен трехмерному фурье-образу $\widehat{F}(k\mathbf{n})$ на луче с направлением $\mathbf{n}(\theta, \varphi)$. При численной реализации метода фурье-синтеза сначала по набору функций $f(v, \mathbf{n})$ строится фурье-образ $\widehat{F}(\mathbf{k})$ функции $F(\mathbf{V})$ на дискретной сетке в сферической системе координат, затем спектр $\widehat{F}(\mathbf{k})$ пересчитывается на сетку, заданную в декартовой системе координат $\mathbf{k}=(k_x, k_y, k_z)$.

Для перехода от полученного фурье-образа $\widehat{F}(\mathbf{k})$ к ФР $F(\mathbf{V})$ необходимо произвести обратное трехмерное преобразование Фурье

$$F(\mathbf{V})=\int \widehat{F}(\mathbf{k})\exp(2\pi i\mathbf{k}\cdot\mathbf{V})\,d^3\mathbf{k}. \tag{3.2}$$

В реальных условиях $f(v, \mathbf{n})$ содержит случайный шум, а следовательно, $\widehat{F}(\mathbf{k})$ содержит высокочастотные гармоники, которые операцию фурье-преобразования (3.2) превращают в численно неустойчивую процедуру. Для преодоления этой трудности вместо функции $\widehat{F}(\mathbf{k})$ строится ее регуляризованный аналог [6]

$$\widehat{F}_\alpha(\mathbf{k})=\widehat{F}(\mathbf{k})\Big/\left(1+\alpha\sum_{i=0}^{l} d_i\,(k_x^2+k_y^2+k_z^2)^i\right),$$

где α — параметр регуляризации; l — порядок регуляризации; $d_i \geqslant 0$ — весовые множители. Выбор l и d_i определяется априорными сведениями о гладкости искомого решения.

В результате обратного преобразования Фурье получаем регуляризованную оценку для $F(\mathbf{V})$:

$$F_\alpha(\mathbf{V})=\int \widehat{F}_\alpha(\mathbf{k})\exp(2\pi i\mathbf{k}\cdot\mathbf{V})\,d^3\mathbf{k}.$$

Выбор параметра регуляризации α осуществлялся из условия согласования невязки с уровнем шума экспериментальных данных. В настоящей работе использовался способ выбора α, основанный на методе максимума функции правдоподобия [4].

4. На модельной задаче проведено численное тестирование алгоритма. В качестве модельного распределения использована функция

$$F(\mathbf{V})=\sum_{i-1}^{2} a_i\exp\left(-b_i^2\,|\mathbf{V}+\mathbf{u}_i|^2\right) \tag{4.1}$$

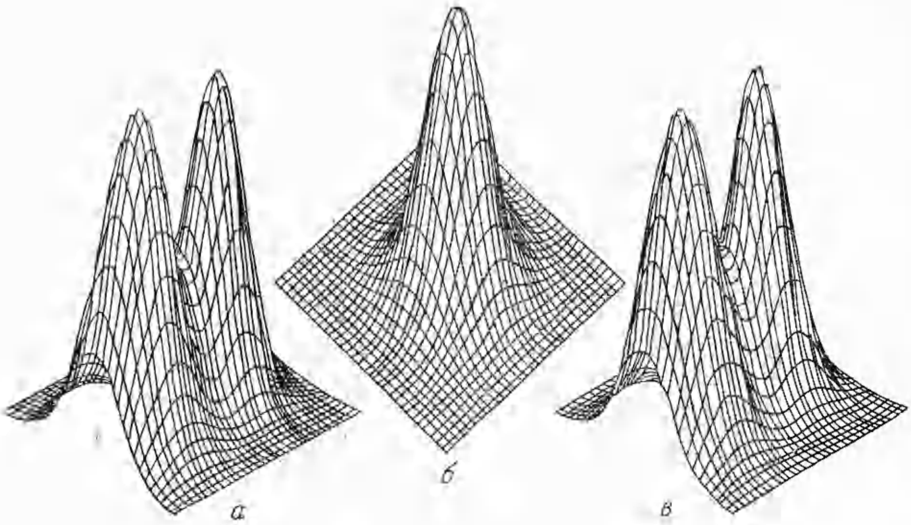

Рис. 1

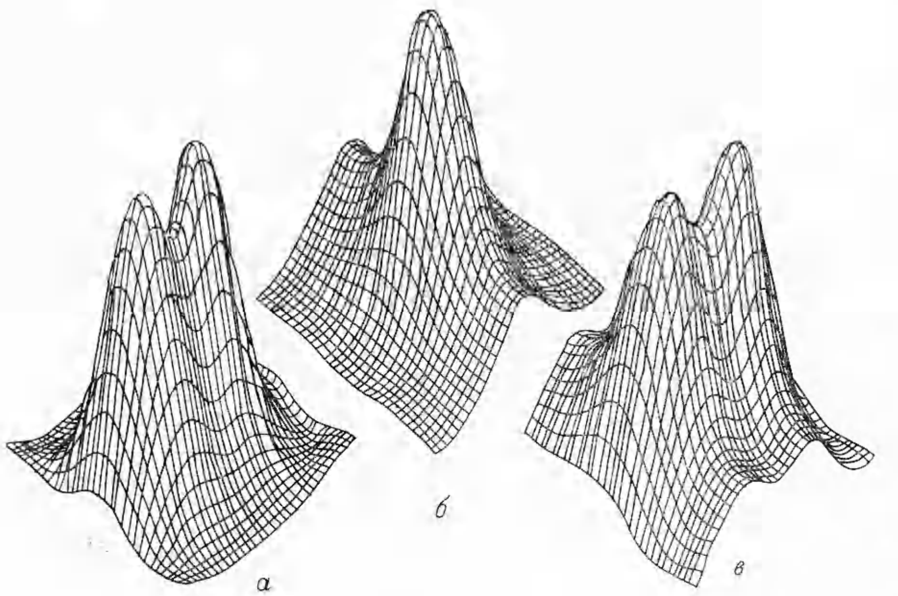

Рис. 2

при $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $b_1 = 4$, $b_2 = 5$, $\mathbf{u}_1 = (0;\ 0{,}25;\ 0)$, $\mathbf{u}_2 = (0;\ -0{,}15;\ 0)$. Тестовая функция (4.1) может рассматриваться как математическая модель ФР неравновесной двухкомпонентной среды.

Преобразование (2.2) функции (4.1) имеет вид

$$f(v;\ \mathbf{n}) = \pi \sum_{i=1}^{2} \frac{a_i}{b_i^2} \exp\left(-\,b_i^2 (v + \mathbf{u}_i \cdot \mathbf{n})^2\right),$$

причем вектор $\mathbf{n}$ определен соотношением (2.1).

Численные расчеты проводились при равномерной сетке по переменной v с числом отсчетов $N_v = 32$. Число ракурсов по углам θ и φ выбиралось равным соответственно N_θ и N_φ ($\theta \in [0, \pi/2]$, $\varphi \in [0, 2\pi]$) с равномерным шагом по θ и φ. Уровень зашумленности функции $f(v, \mathbf{n})$ задавался равным 1 % от максимума $f(v, \mathbf{n})$.

Рис. 1 и 2 иллюстрируют результаты расчетов. Изометрические изображения на рис. 1 показывают точное распределение (4.1) в сечениях

$V_x = 0$ (*а*), $V_y = 0$ (*б*), $V_z = 0$ (*в*). На рис. 2 видны соответствующие сечения для восстановленного распределения $F_\alpha(\mathbf{V})$ при $N_\theta = 10$, $N_\varphi = 10$.

Результаты численных расчетов демонстрируют возможности нахождения трехмерного распределения частиц по скоростям средствами вычислительной томографии.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Полякова Г. Н., Ранюк А. И., Ерко В. Ф.** Распределение по кинетическим энергиям возбужденных атомов, возникающих при диссоциации молекул H_2 и D_2 электронным ударом // ЖЭТФ.— 1977.— Т. 73, вып. 6(12).
2. **Оторбаев Д. К., Очкин В. Н., Преображенский Н. Г.** и др. Распределение молекул $N_2(C^3\Pi)$ по скоростям при их возбуждении в нерезонансных взаимодействиях тяжелых частиц.— М., 1981.— (Препр./Физ. ин-т АН СССР; № 39).
3. **Kinsey J. L.** Fourier transform Doppler spectroscopy: a new means of obtaining velocity-angle distributions in scattering experiments // J. Chem. Phys.— 1977.— V. 66, N 6.
4. **Воскобойников Ю. Е., Преображенский Н. Г., Седельников А. И.** Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике.— Новосибирск: Наука, 1984.
5. **Луитт Р. М.** Алгоритмы реконструкции с использованием интегральных преобразований // ТИИЭР.— 1983.— Т. 71, № 3.
6. **Воскобойников Ю. Е., Пикалов В. В., Седельников А. И.** Регуляризующий алгоритм Фурье-реконструкции // II Всесоюз. симпоз. по вычислительной томографии, Куйбышев, 1985: Тез. докл.— Куйбышев: КуАИ, 1985.

г. Новосибирск *Поступила 22/VII 1988 г.*

УДК 621.313.17:537,856

И. А. Васильев, С. Р. Петров

ЧИСЛЕННОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МНОГОКАСКАДНОГО ИНДУКЦИОННОГО УСКОРИТЕЛЯ ПРОВОДНИКОВ

В ряде областей науки и техники требуется получение высоких скоростей движения твердых тел, которые могут быть достигнуты при метании проводников в сильных магнитных полях. Эффективным способом высокоскоростного метания является ускорение плоских кольцевых проводников в импульсном магнитном поле, создаваемом плоским кольцевым индуктором [1]. Однако иногда требуется ускорять объемные тела, в частности, имеющие цилиндрическую форму. Такие проводники могут быть ускорены в импульсном магнитном поле, создаваемом индуктором в виде соленоидной катушки. На базе индукторной системы соленоидного типа можно создать многокаскадные ускорители проводников, позволяющие достигать высоких скоростей метания при ограниченных механических нагрузках на метаемое тело.

Теоретическому исследованию электромеханических процессов в однокаскадных (содержащих одну ускоряющую катушку) ускорителях с индуктором соленоидного типа, питаемым от конденсаторной батареи, посвящены работы [2—4]. В [2] разработана математическая модель индукторной системы соленоидного типа с использованием метода интегральных уравнений, выявлено существование оптимальной массы ускоряемого проводника, при которой кинетическая энергия проводника может составлять более 50 % от энергии, первоначально накопленной в конденсаторной батарее. В [3] на математической модели в приближении теории цепей проанализировано влияние основных параметров индукторной системы на электромеханический КПД, определяемый как отношение кинетической энергии проводника по окончанию ускорения к начальному запасу энергии в конденсаторной батарее. Выявлено, в частности, что к значительному повышению КПД в ряде случаев приводит наличие начальной скорости проводника, что должно обусловить относительно высокую эффективность преобразования энергии в многокаскадном ускорителе. Численное исследование электромагнитных процессов в индукторной системе соленоидного типа на основе метода конечных разностей, проведенное авторами [4], показало, что математическая модель, предложенная в [3], позволяет с достаточной для инженерной практики точностью рассчитать конечную скорость проводника и амплитуду разрядного тока. С другой стороны, допущение о равномерном распределении плотности тока по осевой длине ускоряемого проводника не позволяет детально проанализировать процесс оплавления проводника в результате разогрева вихревыми токами, который в разных частях проводника протекает неодинаково. Правильный учет джоулева нагрева особенно важен при модели-