

$$u_m = \left( \frac{1}{2} V \bar{T}/\alpha \right)^{2/3}, \quad \Delta z = (2T V \bar{\alpha})^{2/3} - \alpha, \quad T > \alpha/2.$$

Интересно отметить, что профиль второй волны оказывается нелинейным. Рассмотрение задачи в рамках теории второго приближения дает возможность существования слабых ударных волн  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$ , способных к образованию устойчивой конфигурации разрывов, безотносительно к способу получения таких волн. Согласованность профилей волн для образования устойчивой конфигурации зависит от способа их инициирования и эволюции до точки  $r_k$ . Для рассмотренного здесь двойного взрыва длительность  $T$  и интервал  $\Delta r$  зависят исключительно от  $\lambda^0$  и  $t_0$  и могут быть получены только в результате численного решения задачи.

*Поступила 9 VIII 1982*

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1977.
2. Коробейников В. П. Задачи теории точечного взрыва в газах. М.: Наука, 1973.
3. Кестенбайм Х. С., Росляков Г. С., Чудов Л. А. Точечный взрыв. М.: Наука, 1974.
4. Коробейников В. П., Шидловская Л. В. Численное решение задач о взрыве в движущемся газе.—Численные методы механики сплошной среды, 1975, т. 6, № 4.
5. Физика взрыва/Под ред. К. П. Станюковича. М.: Наука, 1975.
6. Броуд Г. Расчеты взрывов на ЭВМ. М.: Мир, 1976.
7. Подглубный В. В., Фонарев А. С. Отражение сферической волны от плоской поверхности.—Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 6.
8. Андрианкин Э. И., Мягков Н. Н. Двойной взрыв в совершенном газе.—ПМТФ, 1981, № 4.
9. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. И., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. М.: Наука, 1976.
10. Руденко О. В., Солуян С. И. Теоретические основы нелинейной акустики. М.: Наука, 1975.

УДК 532.516

### ОБ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЯХ, ОПИСЫВАЮЩИХ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ В ПЛОСКОМ ТЕЧЕНИИ НЕНЬЮТОНОВСКИХ СРЕД

*B. I. Найденов*

(Москва)

Аналитических исследований проблем конвективного теплообмена в вязкопластичных средах типа суспензий, растворов и расплавов полимеров и т. п. с реологическими характеристиками, зависящими от температуры, известно сравнительно мало [1], ввиду сложности исходных уравнений в основном превалируют численные методы.

В данной работе на основе автомодельных уравнений [2] получены нелинейные интегральные уравнения, описывающие распределение температуры в плоском течении неньютоновских сред.

Рассмотрим течение жидкости между двумя плоскостями, расстояние между которыми  $2h (-h \leq y \leq h)$ . Пусть температура стенок канала линейно меняется с продольной координатой  $x$ ,  $T_w = T_0 + Ax$ .

Как показано в [2], в определенных случаях, несмотря на зависимость вязкости от координат течения  $x, y$ , существует одномерное движение. Поэтому рассмотрим систему уравнений

$$(1) \quad \partial p / \partial x = \partial \tau / \partial y, \quad \partial p / \partial y = \partial \tau / \partial x, \quad \lambda \Delta T = \rho c_p \partial T / \partial t + \rho c_p u \partial T / \partial x.$$

Используем реологическое уравнение

$$(2) \quad \tau = k_0 \left| \frac{du}{dy} \right|^{n-1} e^{-\gamma(T-T_0)} \frac{du}{dy},$$

где  $k_0$  — консистенция среды;  $n$  — индекс течения ( $n > 1$  соответствует дилатантной жидкости,  $n < 1$  — псевдопластичной);  $u(y)$  — скорость

жидкости. Предположим, что температура жидкости представлена в виде двучлена

$$(3) \quad T(x, y) = T_w(x) + T_1(y).$$

Подставляя (2), (3) в стационарную систему уравнений (1) и проводя очевидные выкладки, придем к следующей краевой задаче:

$$(4) \quad \theta''' = -\sqrt[n]{\frac{D \operatorname{sh} \delta \xi}{\operatorname{sh} \delta}} e^{\frac{H \xi}{n}},$$

$$\theta(1) = 0, \theta'(1) = 1, \theta''(1) = 0, \theta'(0) = 0,$$

$$\text{где } \xi = \frac{y}{h}, \theta = \frac{T_w \lambda}{q_w h}; H = \frac{\gamma q_w h}{\kappa}, \operatorname{Pe} = \frac{u_0 h \rho c_p}{\kappa}; \delta = \frac{H}{\operatorname{Pe}};$$

$$D = 0,5 \operatorname{Re}_w \lambda_w; \operatorname{Re}_w = \frac{u_0^{2-n} \rho h^n}{k_w}; \lambda_w = \frac{|\tau_w|}{0,5 \rho u_0^2};$$

$q_w$  — тепловой поток на стенке;  $\tau_w$  — напряжение трения на стенке;  $u_0$  — средняя по расходу скорость течения;  $k_w$  — консистенция среды при температуре стенки;  $\lambda_w$  — локальный коэффициент сопротивления;  $\operatorname{Pe}$ ,  $\operatorname{Re}_w$  — числа Пекле и Рейнольдса.

При задании средней скорости течения  $u_0$  постоянная  $D$  оказывается неизвестной и совместно с тремя постоянными интегрирования нелинейного дифференциального уравнения (4) полностью определяется четырьмя краевыми условиями. После определения решения уравнения (4)  $\theta(\xi)$  скорость жидкости находится из соотношения  $u = u_0 w(\xi) = u_0 \theta''(\xi)$ , число Нуссельта, построенное по среднемассовой температуре жидкости, вычисляется по формуле

$$\frac{1}{\operatorname{Nu}} = \frac{1}{2} \int_0^1 (\theta'(\xi))^2 d\xi.$$

Уравнение (4) допускает эффективный метод построения приближенного решения. Рассмотрим течение жидкости при больших числах  $\operatorname{Pe}$ , что допустимо, так как рассматриваемые среды малотеплопроводны и большие числа Пекле достигаются уже при малых скоростях течения. В этом случае  $\delta \rightarrow 0$  и краевая задача (4) принимает вид

$$(5) \quad \theta''' = -D^m \xi^m e^{H m \theta}, m = 1/n,$$

$$\theta(1) = 0, \theta'(1) = 1, \theta''(1) = 0, \theta'(0) = 0.$$

Дифференцируя (5) по  $\xi$  и вводя обозначение  $q(\xi) = \theta'(\xi)$ , получим задачу для теплового потока

$$(6) \quad q''' = (m/\xi) q'' + H m q' q, q(1) = 1, q'(1) = 0, q(0) = 0.$$

Решение (6) ищем в виде сходящегося [3] ряда по степеням малого параметра  $H m$ :

$$(7) \quad q(\xi) = \sum_{k=0}^{\infty} q_k(\xi) (H m)^k,$$

$$q_0(1) = 1, q'_0(1) = 0, q_0(0) = 0; q_i(1) = q'_i(1) = q_i(0) = 0, i > 0.$$

Подставляя ряд (7) и (6) и приравнивая члены при одинаковых степенях  $H m$ , получим систему линейных дифференциальных уравнений, имеющую точное решение. Для первых двух приближений можно вычислить

$$\begin{aligned} q_0(\xi) &= [(m+2)\xi - \xi^{m+2}]/(m+1), \\ q_1(\xi) &= \frac{\xi^{2m+5}}{2(m+1)(2m+5)(m+3)} - \frac{(m+2)^2 \xi^{m+4}}{2(m+1)(m+3)(m+4)} + \\ &+ \frac{(m+2)(4m^3 + 30m^2 + 70m + 44)}{4(m+1)^2(2m+5)(m+3)(m+4)} \xi^{m+2} - \frac{(4m^3 + 25m^2 + 49m + 28)\xi}{2(m+1)^2(2m+5)(m+3)(m+4)}. \end{aligned}$$

На основе полученного решения определяем некоторые динамические и тепловые характеристики течения:

коэффициент сопротивления

$$\frac{1}{2} \cdot \text{Re}_w \lambda_w = \left[ m + 2 + \frac{Hm(m+2)(8m^3 + 56m^2 + 129m + 72)}{4(m+1)(2m+5)(m+3)(m+4)} \right]^{1/m};$$

скорость жидкости на оси канала

$$w(0) = \frac{m+2}{m+1} - \frac{Hm(4m^5 + 2m^2 + 49m + 28)}{2(m+1)^2(2m+5)(m+3)(m+4)};$$

число Нуссельта для ньютоновских жидкостей ( $m = 1$ )

$$\frac{1}{\text{Nu}} = \frac{17}{70} - \frac{377}{42425} H;$$

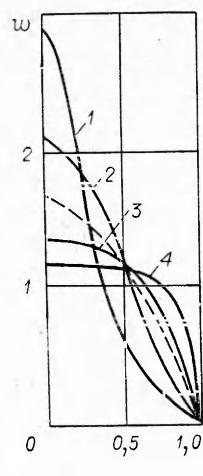
число Нуссельта для идеально дилатантных сред (малые значения параметра  $m$ )

$$\frac{1}{\text{Nu}} = \frac{8}{30} - \frac{343}{25200} Hm.$$

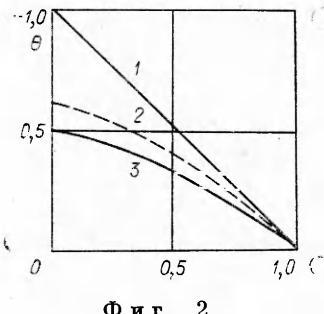
Полученное решение справедливо при малых значениях параметра  $H$ , пропорционального тепловой нагрузке стенки. В случае больших значений параметра  $H$  краевая задача (4) интегрируется численно. Результаты вычислений представлены на фиг. 1–3 (на фиг. 1 кривые 1–4 соответствуют  $H = -10; -3; 3; 10$ , на фиг. 2 кривые 1–3 –  $H = -\infty, 0, \infty$ ).

Характерной особенностью рассматриваемого класса течений является существование предельных режимов движения и теплообмена. При больших тепловых нагрузках стенки плоского канала в случае нагревания жидкости ( $H > 0$ ) характерен поршневой режим движения, при котором скорость жидкости в ядре является постоянной и лишь у стенок канала резко падает до нулевого значения (см. фиг. 1). Температурный профиль при больших значениях  $H$  дается выражением  $\theta(\xi) = 0.5 (\xi^2 - 1)$ , предельное число Нуссельта в этом случае равно 6. Напомним, что в случае постоянного коэффициента вязкости и ньютоновских жидкостей характерен режим с параболическим профилем скорости и постоянным числом Нуссельта ( $\text{Nu} = 4.12$ ) [4].

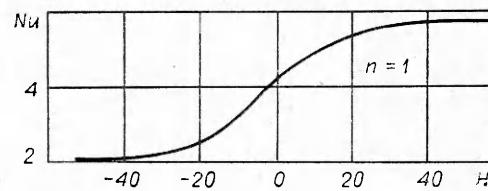
При охлаждении жидкости ( $H < 0$ ) образование пограничных слоев происходит в ядре потока, так что у стенок канала при больших значениях параметра  $H$  жидкость почти не движется, и лишь в окрестности оси ско-



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

рость ее возрастает до больших значений. В этом случае предельный температурный профиль равен  $\theta(\xi) = \xi - 1$ ,  $Nu = 2$  (см. фиг. 3). Таким образом, при любых тепловых нагрузках число Нуссельта изменяется в пределах  $2 < Nu < 6$ . На фиг. 1,2 штриховой линией обозначено классическое решение для ньютоновских жидкостей с постоянным коэффициентом вязкости.

Отметим особенности уравнения (4). Введем обозначения  $(H/n)\theta = v$ ,  $\beta = -\frac{H}{n}\sqrt{D}$  и краевую задачу (4) запишем в виде

$$(8) \quad v''' = \beta \sqrt[n]{\frac{\sinh \delta \xi}{\sinh \delta}} e^v, \quad v(1) = 0, \quad v'(0) = 0, \quad v''(1) = 0.$$

Построим функцию Грина оператора  $v''' = 0$  с краевыми условиями (8)

$$K(\xi, t) = \begin{cases} t - 0,5(t^2 + \xi^2), & \xi \leq t, \\ t - \xi t, & \xi \geq t \end{cases}$$

и решение (8) запишем в виде интегрального уравнения

$$(9) \quad v(\xi) = \beta \int_0^1 K(\xi, t) \sqrt[n]{\frac{\sinh \delta t}{\sinh \delta}} e^{v(t)} dt.$$

Рассмотрим случай охлаждения жидкости  $\beta > 0$  и параметр  $\beta$  будем считать заданным. Тем самым задается коэффициент сопротивления канала или перепад давления на его концах.

Уравнению (8) можно поставить в соответствие линейное уравнение в вариациях

$$(10) \quad \omega''' = \beta \sqrt[n]{\frac{\sinh \delta \xi}{\sinh \delta}} e^{\omega} + \mu \omega, \quad \omega(1) = 0, \quad \omega'(0) = 0, \quad \omega''(1) = 0,$$

описывающее поведение бесконечно малых температурных пульсаций в предположении квазистационарности полей скорости и давления, т. е.

$$T(y, t) \approx \omega(y) e^{\mu t} (\tau = \lambda t / \rho c_p h^2).$$

Если в спектре краевой задачи (10) все собственные значения  $\mu < 0$ , то вязкое течение устойчиво относительно тепловых возмущений, в противном случае имеет место тепловая неустойчивость.

Уравнения (8), (10) отличаются от классических уравнений теплового взрыва [6] третьим порядком дифференциального оператора и краевым условием  $v''(1) = \omega''(1) = 0$ . Так как функция Грина итерированного оператора  $L(v) = v'''$  положительна, то ядро интегрального уравнения (9) является осцилляционным [8], поэтому результаты математической теории теплового взрыва (существование критического  $\beta_*$  такого, что при  $\beta < \beta_*$  есть положительное ограниченное решение уравнения (8), а при  $\beta > \beta_*$  такого решения нет, неединственность решений при  $\beta < \beta_*$ , устойчивость наименьшего положительного решения и т. д.) полностью переносятся на уравнения (8)–(10).

Покажем, например, существование  $\beta_*$  и оценим его сверху. Предположим, что решение (8) существует при любых положительных значениях параметра  $\beta$ . Так как  $K(\xi, t) \geq 0$ , то  $v(\xi, \beta) \geq 0$  при  $\beta > 0$ . Рассмотрим краевую задачу на собственные значения

$$(11) \quad z''' = -\mu \sqrt[n]{\frac{\sinh \delta \xi}{\sinh \delta}} z, \quad z(0) = 0, \quad z'(1) = 0, \quad z''(0) = 0.$$

Уравнение (11) эквивалентно линейному интегральному уравнению

$$(12) \quad z = \mu \int_0^1 G(\xi, t) \sqrt[n]{\frac{\sinh \delta t}{\sinh \delta}} z(t) dt,$$

где

$$G(\xi, t) = \begin{cases} \xi(1-t), & \xi \leq t, \\ \xi - 0,5(\xi^2 + t^2), & \xi \geq t. \end{cases}$$

Так как функция Грина  $G(\xi, t)$  итерированного оператора  $L(z) = z'''$  положительна, то ядро интегрального уравнения (12) является осцилляционным. Согласно [8], существуют собственные значения задачи (12), удовлетворяющие неравенству  $0 < \mu_0 < \mu_1 < \mu_2 \dots$

Собственная функция  $z_0(\xi)$ , принадлежащая  $\mu_0$ , не имеет нулей при  $\xi \in (0, 1)$ . Умножая (8) на  $z_0(\xi)$  и интегрируя с учетом краевых условий (8), (11), получим соотношение

$$\frac{\mu_0}{\beta} = \frac{\int_0^1 n \sqrt{\sinh \delta \xi} z_0(\xi) e^{v(\xi)} d\xi}{\int_0^1 n \sqrt{\sinh \delta \xi} z_0(\xi) v(\xi) d\xi}.$$

Так как  $v(\xi, \beta) \geq 0$ , то справедливо неравенство  $e^v \geq ev$ , откуда следует  $\beta \leq \mu_0 e^{-1}$ . Таким образом, при  $\beta > \mu_0 e^{-1}$  решения краевой задачи (8) не существует, и для  $\beta_*$  получается оценка  $\beta_* \leq \mu_0 e^{-1}$ .

При малых значениях  $\delta$  в случае ньютоновской жидкости ( $n = 1$ ) для критических значений перепада давления, избыточной температуры, теплового потока, критерия Пекле получается

$$\beta_* = 3,55, \quad v_*(0) = 2,81, \quad H_* = 4, \quad \text{Pe}_* = 4\delta^{-1}.$$

Зависимость  $\beta_*$  от индекса течения  $n$  при больших числах  $\text{Pe}$  ( $\delta \rightarrow 0$ ) приведена на фиг. 4.

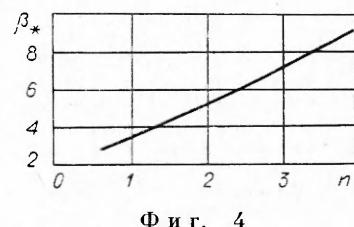
Таким образом, при неизотермическом течении вязкой жидкости в канале бесконечной длины, стенки которого поддерживаются при температуре, линейно зависящей от продольной координаты, существует критический перепад давления, выше которого стационарные режимы течения отсутствуют. Физически это явление можно интерпретировать как тепловой взрыв. В этом случае механизм теплопередачи заключается в следующем.

Тепло поступает в охлаждаемый участок посредством конвекции и отводится к стенкам молекулярной теплопроводностью, причем на стенах канала осуществляется теплообмен с окружающей средой, так что устанавливается линейное распределение температур. При критических перепадах давления тепло, отдаваемое жидкостью в канале, не успевает отводиться к стенкам, так как перенос этого тепла конвекцией экспоненциально зависит от избыточной температуры (ввиду увеличения скорости), а теплоотдача во внешнюю среду — линейно. Происходит нарушение тепловой устойчивости течения. Это физическое явление определяется как конвективный тепловой взрыв. Из предыдущего анализа следует, что основными в механизме формирования тепловой неустойчивости вязкого течения являются конвективные члены уравнения теплопередачи и этим обнаруженное явление отличается от гидродинамического теплового взрыва, обусловленного зависимостью диссипации тепла от температуры [5].

Подобные ситуации возникают во многих задачах физики, связанных с распространением тепла (тепловой взрыв, тепловой пробой диэлектриков и т. п.).

Отметим, что полученные результаты могут быть распространены и на диффузионные задачи в том случае, если вязкость жидкости зависит от концентрации диффундирующего вещества по экспоненциальному закону.

Уравнения (8), (9), записанные для концентрации примеси, являются точными (для тепловых задач уравнения (8), (9) приближенные, так как диссипация тепла не учитывается).



Фиг. 4

Рассмотрим движение в плоском канале вязкопластичной среды типа Шведова — Бингама, реологическое уравнение которой имеет вид

$$\tau = -\tau_0 + \mu du/dy, \quad \tau_0 \geq 0, \quad |\tau| \geq \tau_0; \quad \tau = -\tau_0, \quad |\tau| \leq \tau_0.$$

Предположим, что в рассматриваемом температурном интервале  $\tau_0 = \text{const}$ ,  $\mu = \mu_0 e^{-\gamma(T-T_0)}$ . На стенах канала, как и в предыдущей задаче, зададим линейное распределение температуры. В этом случае существует структурный режим движения вязкопластичной среды с зоной вязкого течения, примыкающей к стенкам канала ( $h^* \leq y \leq h$ ), и упругой зоной ( $0 \leq y \leq h^*$ ). В области вязкого течения, интегрируя систему уравнений (1), для напряжения трения и градиента скорости можно получить выражения

$$\begin{aligned} \tau &= -\tau_0 + \frac{(\tau_w + \tau_0) \operatorname{sh} \gamma A (y - h^*)}{\operatorname{sh} \gamma A (h - h^*)}, \\ \frac{du}{dy} &= \frac{(\tau_w + \tau_0)}{\mu_w} \frac{\operatorname{sh} \gamma A (y - h^*)}{\operatorname{sh} \gamma A (h - h^*)} e^{\gamma T_1(y)}, \end{aligned}$$

где  $T_1(y) = T(x, y) - T_w(x)$ .

Для избыточной температуры  $v = \gamma T_1$  получается краевая задача

$$(13) \quad v''' = B \frac{\operatorname{sh} \delta (\xi - a)}{\operatorname{sh} \delta (1 - a)} e^v, \quad v'(1) = 0, \quad v''(1) = 0, \quad v'(a) = av''(a),$$

где  $\xi = y/h$ ;  $a = h^*/h$ ;  $B = \rho c_p A (\tau_w + \tau_0) \gamma h^3 / \mu_w \lambda$ ;  $\delta = \gamma A h$ ;  $h^* = \tau_0 L / \Delta p^*$ ;  $\Delta p^*/L$  — перепад давления на оси упругой зоны.

Введем функцию Грина оператора  $v''' = 0$  с краевыми условиями (13)  $K_1(\xi, t)$ . Легко проверить, что  $K_1(\xi, t) = K(\xi, t)$ .

Таким образом, приходим к нелинейному интегральному уравнению

$$(14) \quad v(\xi) = B \int_a^1 K(\xi, t) \frac{\operatorname{sh} \delta (t - a)}{\operatorname{sh} \delta (1 - a)} e^{v(t)} dt.$$

Рассмотрим случай охлаждения вязкопластичной среды ( $B > 0$ ). Так как функции Грина для уравнений (9), (14) совпадают, то существует  $B_*$  такое, что при  $B > B_*$  решения нелинейного интегрального уравнения (14) не существует. Следовательно, и в этом случае при  $B > B_*$  тепловое равновесие между конвекцией тепла и молекулярной теплопроводностью не может быть осуществлено, что приводит к конвективному тепловому взрыву. При докритических режимах течения ( $B < B_*$ ) решение (14) может быть построено методом малого параметра и для скорости вязкопластичной среды в зоне вязкого течения получаются выражения

$$\begin{aligned} w(\xi) &= w_0(\xi) + B w_1(\xi), \quad w(\xi) = -u \mu_w / (\tau_w + \tau_0) h, \\ w_0(\xi) &= -(1 - a)^{-1} [0.5(\xi^2 - 1) - a(\xi - 1)], \\ w_1(\xi) &= -(12(1 - a))^{-2} [\xi^6 - 6a\xi^5 + (6a^2 + 18a - 9)\xi^4 - (8a^3 + 24a^2 - 12)\xi^3 + (12a^4 + 12a^3 - 24a + 15)\xi^2 - (24a^4 - 48a^2 + 30a)\xi + 12a^4 - 4a^3 - 30a^2 + 30a - 7]. \end{aligned}$$

Здесь  $w_0(\xi)$  является известным классическим решением задачи об изотермическом течении вязкопластичной среды, полученным М. П. Воларовичем и А. М. Гуткиным [7].

Поступила 22 VI 1982

#### ЛИТЕРАТУРА

- Смольский Б. Н., Шульман З. Г., Гориславец В. М. Реодинамика и теплообмен нелинейно вязкопластичных материалов. Минск: Наука и техника, 1970.
- Найденов В. И. Об автомодельности одной задачи конвективного теплообмена. — ПМТФ, 1974, № 5.
- Найденов В. И. Движение и теплопередача в трубах с учетом зависимости вязкости жидкости от температуры. — ПМТФ, 1974, № 1.

4. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М.: Атомиздат, 1979.
  5. Бостанджиян С. А., Мержанов А. Г., Худяев С. И. О гидродинамическом тепловом взрыве.— ДАН СССР, 1965, т. 163, № 1.
  6. Вольперт А. И., Худяев С. И. Анализ в классах разрывных функций и уравнения математической физики. М.: Наука, 1975.
  7. Мирзаджанзаде А. Х. Вопросы гидродинамики вязкопластичных и вязких жидкостей в нефедобыче. Баку: АзНИИнефть, 1959.
  8. Крейн М. Г. О несимметричных осцилляционных функциях Грина обыкновенных дифференциальных операторов.— ДАН СССР, 1939, т. 25, № 643.
- 

УДК 532.135

## САМОРАЗОГРЕВ ПРИ ДЕФОРМИРОВАНИИ СТРУКТУРИРОВАННЫХ ТЕКУЧИХ СИСТЕМ

Л. М. Бучацкий, С. В. Маклаков,  
А. М. Столин, С. И. Худяев

(Черноголовка)

Саморазогрев жидкости в ходе деформирования может качественно изменить кривую течения— зависимость напряжения от скорости сдвига. Даже для ньютоновской жидкости эта зависимость в условиях саморазогрева может стать нелинейной. Именно с этим связано, например, явление гидродинамического теплового взрыва [1, 2]. При реологической трактовке результатов вискозиметрического эксперимента важно отделить влияние саморазогрева от влияния внутренних свойств жидкости. С этой целью эксперимент следует либо проводить в заведомо изотермических условиях, что сужает диапазон измерений, либо вводить учет саморазогрева в схему расчета характеристик жидкости. Последнее проще всего обеспечивается в условиях пространственной однородности температуры, что реализуется, например, в вискозиметре постоянного давления (момента) [3].

В данной работе исследовано поведение структурированных текучих систем в условиях саморазогрева, выделены физически различные режимы течения, определены области параметров, отвечающие различным типам реологических кривых, установлены критические условия структурного «воспламенения» и «потухания» и гидродинамического теплового взрыва структурированных систем.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим неизотермическое течение двухкомпонентной жидкости с взаимным превращением компонентов [4, 5]. Математическая формулировка задачи, кроме реологического и кинетических уравнений [4, 5], включает в себя уравнение теплового баланса, учитывающее диссилиативное тепловыделение, тепловыделение в процессе структурных превращений и отвод тепла через боковые стенки:

$$(1.1) \quad \dot{\gamma} = \{aF_{01}\exp[\omega_1(T - T_0)] + (1 - a)F_{02}\exp[\omega_2(T - T_0)]\}\tau;$$

$$(1.2) \quad \dot{a} = -k_{10}a \exp\left(-\frac{E_1 - p\tau - q\dot{\gamma}}{RT}\right) + k_{20}(1 - a) \exp\left(-\frac{E_2}{RT}\right);$$

$$(1.3) \quad c_0\dot{T} = \tau\dot{\gamma} - \alpha(S/V)(T - T_0) + Q\dot{a},$$

где  $\tau$ ,  $\dot{\gamma}$  — напряжение и скорость сдвига;  $F_{0i}$  — текучести компонентов;  $a$  — доля компонента с наименьшей текучестью;  $\omega_i$  — константа, характеризующая энергию активации вязкого течения  $i$ -го компонента;  $R$  — универсальная газовая постоянная;  $T$  — абсолютная температура;  $T_0$  — температура окружающей среды;  $\alpha$  — эффективный коэффициент теплоотдачи;  $S$ ,  $V$  — поверхность и объем жидкости;  $c$ ,  $\rho$  — теплоемкость и плотность;  $k_{10}$ ,  $k_{20}$  — константы скоростей процессов разрушения и восстановления структуры соответственно;  $E_i$  — энергия активации этих процессов;  $p$ ,  $q$  — константы, характеризующие соответственно интенсивность разрушения и ориентационный поворот структурной единицы;  $t$  — время;  $Q$  — тепловой эффект структурных превращений.

Для констант скоростей  $k_i$  принятые зависимости от температуры в виде закона Аррениуса:

$$k_i = k_{i0} \exp(-E_i/RT).$$