значения электромагнитных сил при $A \ll 1$: для проводящей сферы $F = -{}^3/_2 jBV$, для непроводящей сферы $F = {}^3/_4 jBV$.

На фиг. 3 приведены графики зависимостей $F = F(j)$ и $f = f(j)$ для полированной латунной сферы диаметром 2.25 *см*. В качестве проводящей жидкости использовался насыщенный раствор медного купороса в воде. Сила F определялась по формуле (3.1), а сила

$$f = kjB \qquad (j = i \,/\, S) \tag{4.1}$$

Из графика фиг. 3 (кривая *1*) видно, что при значениях плотности тока $j < 100$ *а/м*^{2} электромагнитная выталкивающая сила F имеет то же направление, что и в случае непроводящих ($\sigma_0 = 0$) или слабо проводящих тел ($\sigma_0 \ll \sigma$). Точка пересечения кривой $F = F(j)$ с осью абсцисс при значении $j \sim 95$ *а/м*^{2} соответствует моменту, когда плотности тока внутри тела и в окружающей жидкости равны между собой и тело не испытывает электромагнитной выталкивающей силы ($F = 0$, так как $\sigma_0 = \sigma$). При $j > 100$ *а/м*^{2} σ_0 становится больше σ и сила F меняет свое направление.

На фиг. 3 (кривая *2*) приведены результаты аналогичных измерений в диапазоне j от 0 до 250 *а/м*^{2}. Изменение направления силы соответствует значению $j \sim 210$ *а/м*^{2}.

Такое нестабильное поведение проводящей сферы указывает на известную сложность сепарации проводящих материалов.

Поступила 2 IX 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Micheletti T. Un nuovo metodo megneto-electrico di preparazione dei minerali. Industria Mineraria, 1959, 10, No. 8.
2. Андрес У. Ц., Зарубин Л. С., Полак Л. С., Тодес О. М., Юровский А. З. Магнитогидродинамическая сепарация углей и других полезных ископаемых. Уголь, 1963, № 7.
3. Leenov D., Kolin A. Theory of Electromagnetorhoresis, I. Magnetohydrodinamic Forces Experienced by Spherical and Symmetrically Oriented Cylindrical Particles. J. Chem. Phys., 1954, 22, 683.
4. Андрес У. Ц., Полак Л. С., Сыроватский С. И. Электромагнитное выталкивание сферического тела из проводящей жидкости. Ж. техн. физ., 1963, т. XXXIII, вып. 3.
5. Kolin A. An Electromagnetokinetic Phenomen Involving Migration of Neutral Particles. Scince, 1953, vol. 117, 134.
6. Андрес У. Ц. Измерение выталкивающей электромагнитной силы в проводящей жидкости. Измерительная техника, 1963, № 5.

ТЕПЛОПЕРЕДАЧА В ПОТОКЕ ЭЛЕКТРОПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ ПРИ МАЛЫХ ЗНАЧЕНИЯХ МАГНИТНОГО ЧИСЛА РЕЙНОЛЬДСА

И. И. Новиков, Л. Д. Пичахчи

(*Новосибирск*)

Процессы теплопередачи в электропроводящей жидкости, движущейся в магнитном поле, оказываются значительно более сложными по сравнению с теплопередачей в обычном потоке жидкости. Это усложнение связано с тем, что в движущейся в магнитном поле электропроводящей жидкости возникают индукционные токи, приводящие к выделению джоулева тепла. Соответственно этому распределение скоростей и температур в жидкости, а следовательно, и поток тепла, будут иными, чем в отсутствие магнитного поля.

Задача о теплообмене между твердым телом и обтекающим его потоком жидкости сводится в конечном счете к определению распределения температур в жидкости вблизи поверхности твердого тела. Действительно, если распределение температуры в этой области известно, то количество тепла (а также и коэффициент теплопередачи) нетрудно определить путем вычисления плотности потока тепла

$$q = -\lambda \,(\partial T \,/\, \partial n)$$

на границе раздела жидкость — твердое тело (λ — коэффициент теплопроводности).

Анализ течения несжимаемой проводящей жидкости в ламинарном пограничном слое при наличии магнитного поля (детали которого здесь не затрагиваются) позволяет установить ряд приближенных соотношений для теплопередачи. В частности, при сравнительно малых значениях магнитного числа Рейнольдса R_m (а именно при $R_m < 1$) и достаточно больших значениях числа Гартмана

$$H = \frac{Ba}{c}\sqrt{\frac{\sigma}{\eta}} \gg 1$$

когда джоулево тепло значительно превосходит тепло трения и им в уравнении переноса тепла пренебречь нельзя, для течения жидкости в достаточно сильном поперечном магнитном поле получается следующее простое выражение для q (при $P = 1$)

$$q \approx \frac{\lambda w_0^2}{2c_p\delta} \qquad \left(\delta \approx \frac{a}{H}\right) \tag{1}$$

Здесь σ — толщина ламинарного пограничного слоя, B — внешнее магнитное поле, σ — коэффициент проводимости, η — коэффициент вязкости, c_p — удельная теплоемкость P — число Прандтля.

Таким образом, будем иметь

$$q = \mathrm{const}\,\frac{\lambda w_0^2}{2c_p a} H, \qquad N = \mathrm{const}\, H \tag{2}$$

т. е. тепловой поток пропорционален числу Гартмана.

В более общем случае, когда значение числа Прандтля P отличается от единицы

$$q = \frac{\lambda w_0^2}{2c_p a} Hf(P), \qquad N = Hf(P) \qquad \left(P = \frac{\eta C_p}{\lambda}\right) \tag{3}$$

В настоящее время не имеется надежных экспериментальных данных, на основании которых можно было бы сделать заключение о применимости формулы (2). Можно, однако, сопоставить эту формулу с некоторыми имеющимися точными решениями уравнений движений проводящей жидкости в магнитном поле и по результатам этого частного сравнения оценить ее точность. Весьма подходящей в этом смысле, поскольку она отвечает аналогичным условиям, будет задача о ламинарном течении несжимаемой вязкой жидкости между двумя плоскопараллельными твердыми поверхностями, перпендикулярно к которым приложено однородное магнитное поле $B_z = B_0$, температура обеих твердых стенок предполагается постоянной и равной T_w. В этом случае, как известно [1, 2], скорость жидкости w, напряженность магнитного поля $B_x = B$, температура жидкости T на расстоянии z от средней плоскости $z = 0$ равны

$$w = w_0 \frac{\mathrm{ch}\, H - \mathrm{ch}\,(Hz/a)}{\mathrm{ch}\, H - 1} \tag{4}$$

$$B = -w_0 \frac{4\pi}{c} \sqrt{\sigma\eta}\, \frac{(z/a)\,\mathrm{sh}\, H - \mathrm{sh}\,(Hz/a)}{\mathrm{ch}\, H - 1} \tag{5}$$

$$T = T_w - \frac{w_0^2}{c_p} \frac{P}{(\mathrm{ch}\, H - 1)^2} \left\{\frac{1}{4}(\mathrm{ch}\, Hz/a - \mathrm{ch}\, 2H) + \right. \\ \left. + \frac{\mathrm{sh}^2 H}{2}\left(\frac{z^2}{a^2} - 1\right) - 2\,\frac{\mathrm{sh}\, H}{H}\left(\mathrm{ch}\,\frac{Hz}{a} - \mathrm{ch}\, H\right)\right\} \tag{6}$$

Здесь коэффициенты вязкости, теплопроводности, электропроводности, предполагаются постоянными; $2a$ — расстояние между твердыми плоскостями, w_0 — скорость жидкости в средней плоскости, T_w — температура на стенке.

Разложив sh и ch в ряд вплоть до членов четвертой степени по H из (6), получим при $H \to 0$

$$T - T_w = -\frac{w_0^2}{3c_p} P \left(\frac{z^4}{a^4} - 1\right) \tag{7}$$

Введем в рассмотрение среднюю температуру жидкости

$$\langle T \rangle = \frac{1}{2a} \int_{-a}^{+a} T\, dz$$

Используя выражение (6), имеем

$$\langle T\rangle - T_w = -\frac{w_0^2}{c_p}\frac{P}{(\operatorname{ch} H - 1)^2}\left\{\frac{1}{4}\left(\frac{\operatorname{sh} 2H}{2H} - \operatorname{ch} 2H\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{3}\operatorname{sh}^2 H - 2\,\frac{\operatorname{sh} H}{H}\left(\frac{\operatorname{sh} H}{H} - \operatorname{ch} H\right)\right\} \qquad (8)$$

Пусть T_0 — температура в средней плоскости, т. е. при $z = 0$, тогда согласно (6)

$$T_0 - T_w = -\frac{w_0^2}{c_p}\frac{P}{(\operatorname{ch} H - 1)^2}\left\{\frac{1}{4}(1 - \operatorname{ch} 2H) - \right.$$

$$\left. - \frac{\operatorname{sh}^2 H}{2} - 2\frac{\operatorname{sh} H}{H}(1 - \operatorname{ch} H)\right\} \qquad (9)$$

Известно, что при обычном течении жидкости, т. е. при отсутствии магнитного поля

$$T_0 - T_w = \text{const}\,\frac{w_0^2}{c_p}P \qquad (10)$$

Из сравнения (10) и (9) следует, что при наличии магнитного поля разность температур между потоком жидкости и омываемым ею твердым телом будет функцией не только числа Прандтля P, но зависит, кроме того, от числа Гартмана H вследствии влияния магнитного поля.

Найдем теперь тепло, передаваемое потоком жидкости твердым стенкам. Для этого вычислим плотность теплового потока q, используя выражение (6) для T

$$q = -2\lambda\left.\frac{dT}{dz}\right|_{z=a} = 2\lambda\,\frac{w_0^2}{c_p}\frac{P}{(\operatorname{ch} H - 1)^2}\frac{1}{2a}\{H \operatorname{sh} 2H - 2\operatorname{sh}^2 H\} \qquad (11)$$

Используя зависимость $q = \alpha(T_0 - T_w)$, где α — коэффициент теплопередачи, находим

$$N = \frac{\alpha a}{\lambda} = \frac{H \operatorname{sh} 2H - 2\operatorname{sh}^2 H}{{}^1/_4(1 - \operatorname{ch} 2H) - {}^1/_2 \operatorname{sh}^2 H + 2H^{-1}\operatorname{sh} H(1 - \operatorname{ch} H)} \qquad (12)$$

Используя (11), находим

$$q = \frac{8}{3}\frac{\lambda}{a}\frac{w_0^2}{c_p}P \quad (H \ll 1), \qquad q = \frac{\lambda}{a}\frac{w_0^2}{c_p}P\,2H \quad (H \gg 1) \qquad (13)$$

Поток тепла при $H \gg 1$ растет с ростом числа Гартмана. Этот результат будет следствием возрастания градиента температуры в пристенной области с ростом числа Гартмана.

Уравнение (13) при $H \gg 1$ и всех возможных для данного типа движения значениях R_m, в том числе и $R_m < 1$, будет вполне точным. С другой стороны, в этой области должна быть справедлива формула (2), полученная из рассмотрения теплопередачи в ламинарном пограничном слое. Следовательно, обе формулы должны совпадать; сравнение (13) и (2) вполне подтверждает это.

Таким образом, формула (2) правильно описывает процесс передачи тепла через ламинарный пограничный слой при течении проводящей жидкости в поперечном магнитном поле и может быть рекомендована для практических расчетов; область применимости формулы (2) ограничивается условиями: $R_m < 1$, $H \gg 1$.

Поступила 25 V 1963

ЛИТЕРАТУРА

1. Сыроватский С. И. Магнитная гидродинамика. Успехи физ. наук, 1957, т. XII, № 3.
2. Ландау Л. Д. и Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. Физматгиз, 1959.