

УДК 532.517

ВОСПРИИМЧИВОСТЬ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ НА ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЕ С ЗАТУПЛЕННОЙ ПЕРЕДНЕЙ КРОМКОЙ К СТАЦИОНАРНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ НАБЕГАЮЩЕГО ПОТОКА

М. В. Устинов

Центральный аэрогидродинамический институт, 140160 Жуковский

Рассмотрено обтекание плоской пластины с затупленной передней кромкой потоком вязкой несжимаемой жидкости с малой, периодической по размаху стационарной неоднородностью профиля скорости. Такое течение моделирует взаимодействие одного из видов вихревых возмущений турбулентного внешнего потока с пограничным слоем. Полученное решение предсказывает порождение сильных возмущений в пограничном слое, аналогичных полосчатой структуре, наблюдаемой при повышенной степени турбулентности набегающего потока. Показано, что течение в пограничном слое на затупленных телах более восприимчиво к вихревым возмущениям, чем на пластине с острой передней кромкой.

Введение. При повышенной степени турбулентности набегающего потока ($0,1\% < \varepsilon_T < 5\%$) ламинарно-турбулентный переход происходит без образования волн Толлмина — Шлихтинга [1]. Вместо них в пограничном слое наблюдается рост низкочастотных возмущений скорости. Визуализация потока показывает, что эти возмущения представляют собой узкие, вытянутые в направлении потока полосы [2]. Предполагается, что такие полосчатые структуры появляются в результате проникновения вихревых возмущений из внешнего потока в пограничный слой и их последующего усиления в нем. Поэтому решение задачи о восприимчивости пограничного слоя к вихревым возмущениям является важной составляющей при создании теории ламинарно-турбулентного перехода при повышенной степени турбулентности набегающего потока.

В настоящее время решение данной задачи имеется только для частного случая взаимодействия продольных вихрей с пограничным слоем на плоской пластине [3, 4]. Это наиболее простой случай, поскольку поле завихренности набегающего потока не подвергается деформации течением в окрестности передней кромки. Однако такая деформация вызывает дополнительное усиление возмущений вследствие растяжения вихревых нитей [5]. При этом в наибольшей степени усиливаются возмущения, вихревые линии которых пересекают переднюю кромку. Следовательно, эти возмущения, а не продольные вихри должны наиболее эффективно порождать полосчатую структуру. В [5] показано, что завихренность, перпендикулярная передней кромке (или неоднородность профиля скорости в направлении размаха), может привести даже к локальному отрыву пограничного слоя. Анализ в [5] выполнен для крупномасштабных возмущений малой, но конечной амплитуды. В этих предположениях развитие возмущений является, по существу, невязким, и определяющее влияние на него оказывают нелинейные эффекты. Однако из результатов эксперимента [6] следует, что поперечный размер полосчатой структуры мал и вязкость играет существенную роль в ее развитии. Кроме того, наблюдаемая в [6] амплитуда возмущений

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98-01-00626).

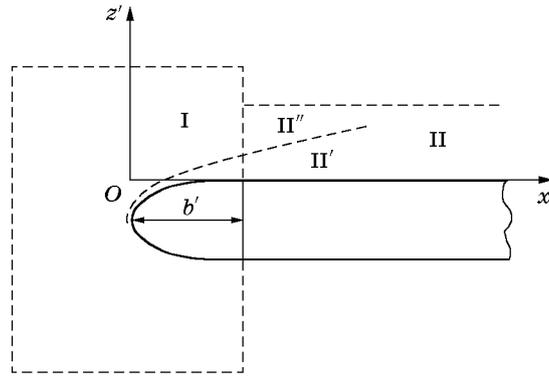


Рис. 1

мала для проявления сильных нелинейных эффектов. В настоящей работе задача о взаимодействии неоднородного потока с пограничным слоем решается при следующих предположениях: характерный размер возмущений считается порядка толщины пограничного слоя, а их развитие — линейным по амплитуде.

1. Основные предположения. Рассмотрим обтекание плоской пластины с затупленной передней кромкой потоком вязкой несжимаемой жидкости. Характерный размер затупления передней кромки обозначим b' . (Здесь и далее размерные величины будем обозначать буквами со штрихом, а безразмерные — без штриха.) Для описания течения введем декартову систему координат, оси Ox , Oy , Oz которой направлены по потоку, параллельно передней кромке и по нормали к поверхности пластины. Начало координат расположим так, чтобы плоскость xOy совпадала с верхней поверхностью пластины, а передняя кромка соответствовала $x' = 0$ (рис. 1). Набегающий поток считаем слабонеоднородным в направлении размаха. Продольную компоненту скорости u' в нем зададим в виде

$$u' = u'_\infty (1 + \varepsilon e^{-\sigma' x'} \cos(2\pi y'/\lambda')), \quad (1.1)$$

где u'_∞ — скорость набегающего потока; λ' — период неоднородности; ε — малый параметр, равный амплитуде неоднородности при $x' = 0$; параметр $\sigma' = 4\pi^2 \nu' / (u'_\infty \lambda'^2)$ описывает затухание неоднородности вследствие действия вязкости; ν' — коэффициент кинематической вязкости. Трансверсальная v' и вертикальная w' компоненты скорости набегающего потока равны нулю. Кроме того, число Рейнольдса, вычисленное по периоду неоднородности: $Re = u_\infty \lambda' / \nu'$, будем считать достаточно большим. Тогда выражение для скорости набегающего потока (1.1) является решением уравнений Навье — Стокса с точностью до малых величин порядка ε/Re . Для упрощения задачи предположим, что период неоднородности λ' мал по сравнению с размером затупления b' . В отличие от [5] ограничимся решением линейной по ε задачи об обтекании пластины слабонеоднородным потоком.

Компоненты скорости и давление p' представим в виде

$$u' = u'_\infty [U_b(x', z') + \varepsilon u(x', z') \cos(2\pi y'/\lambda')], \quad v' = u'_\infty [\varepsilon v(x', z') \sin(2\pi y'/\lambda')],$$

$$w' = u'_\infty [W_b(x', z') + \varepsilon w(x', z') \cos(2\pi y'/\lambda')], \quad p' = \rho' u_\infty^2 [P_b(x', z') + \varepsilon p(x', z') \cos(2\pi y'/\lambda')],$$

где ρ' — плотность; безразмерные компоненты скорости U_b , W_b и давление P_b соответствуют обтеканию пластины однородным потоком, а u , v , w , p — возмущениям, порождаемым неоднородностью. Развитие возмущений описывается линеаризованными относительно основного течения уравнениями Навье — Стокса с граничными условиями прилипания на поверхности пластины. Из (1.1) следуют граничные условия в набегающем потоке $x' \rightarrow -\infty$: $u \rightarrow e^{-\sigma' x'}$; $v, w \rightarrow 0$.

2. Решение на начальном участке ($x'/\lambda' \ll \text{Re}$). Решение задачи будем искать методом сращиваемых асимптотических разложений. Поле течения разобьем на две области, схематически показанные на рис. 1. Область I представляет собой окрестность передней кромки с характерным размером b' ($x' \approx b'$, $z' \approx b'$). Течение в ней является невязким вне тонкого пограничного слоя и описывается линеаризованными уравнениями Эйлера с условиями непротекания на стенке. В связи с малым размером области I затуханием неоднородности по длине можно пренебречь и рассматривать граничные условия в набегающем потоке в виде $x'/b' \rightarrow -\infty$: $u \rightarrow 1$; $v, w \rightarrow 0$.

Решение задачи в области I в аналогичной постановке найдено в [5]. В дальнейшем потребуется только асимптотика этого решения вблизи стенки и на большом расстоянии вниз по потоку от передней кромки:

$$\frac{x'}{b'} \rightarrow \infty, \quad \frac{z'}{b'} \rightarrow 0: \quad u \rightarrow 1, \quad v \rightarrow -\frac{2\pi}{a} \frac{b'}{\lambda'} \ln\left(\frac{z'}{b'}\right), \quad w \rightarrow -\frac{4\pi^2}{a} \left(\frac{b'}{\lambda'}\right)^2 \frac{z'}{b'} \ln\left(\frac{z'}{b'}\right).$$

Константа $a \approx 1$ в выражении для v зависит от формы затупления передней кромки.

Вязкие члены становятся существенными в области II длиной $x' \approx \lambda' \text{Re}$. Вертикальный размер этой области $z' \approx \lambda'$ определяется расстоянием от стенки, на котором проявляется вытесняющее действие пограничного слоя на возмущения скорости. В области II введем безразмерные координаты $X = x'/(\lambda' \text{Re})$, $Z = z'/\lambda'$. При $X \ll 1$ можно выделить две подобласти (рис. 1): подобласть II' (пограничный слой у стенки, в котором $Z \sim \sqrt{X}$, $z' \approx \sqrt{\nu x'/u'_\infty}$ и течение является вязким) и подобласть II'' (невязкую подобласть, в которой $Z \gg \sqrt{X}$, $z' \approx \lambda'$). Граничные условия при $X = 0$ в невязкой подобласти II'' получаются из сращивания с асимптотическим решением при $x' \rightarrow \infty$ в окрестности передней кромки:

$$u(0, z) = 1, \quad v(0, z) = A, \quad w(0, z) = -2\pi AZ, \quad (2.1)$$

где $A = (2\pi b'/(\lambda' a)) \ln(b'/\lambda') \gg 1$. Отметим, что при получении условия для v предполагалось $b'/\lambda' \gg 1$. В пограничном слое (подобласть II') граничные условия при $X = 0$ должны находиться из решения задачи для пограничного слоя в области I. Однако вместо этого в нем будет найдено некоторое решение, которое при $X \rightarrow 0$ согласуется с граничными условиями в подобласти II''. Такой подход оправдан, если предположить, что возмущения, внесенные в пограничный слой в окрестности передней кромки, затухают на расстоянии порядка b' от нее.

Решение задачи для возмущений скорости в области II ввиду ее линейности можно представить как сумму решений двух задач: 1) с ненулевыми условиями для u и нулевыми условиями для v и w при $X = 0$; 2) с нулевыми условиями для u и ненулевыми условиями для остальных составляющих скорости. Решение первой задачи описывает затухание начальной неоднородности профиля скорости вследствие вязкой диссипации. При этом величина возмущений скорости остается порядка единицы при всех X . Решение второй задачи, как будет показано ниже, описывает возрастание продольной компоненты скорости до величины порядка Re при $X \approx \text{Re}$. При больших X суммарные возмущения определяются решением последней задачи с ненулевыми условиями для v и w , которую рассмотрим в дальнейшем. Ее решение в области II будем искать в виде

$$u = A \text{Re} U(X, Z), \quad v = AV(X, Z), \quad w = AW(X, Z), \quad p = (A/\text{Re})P(X, Z), \quad (2.2)$$

где функции U, V, W, P являются универсальными, т. е. не зависящими от формы передней кромки, Re и других параметров. Подставляя эти выражения в линеаризованные уравнения Навье — Стокса и отбрасывая члены порядка $1/\text{Re}^2$, получим следующую систему уравнений:

$$U_0 \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial U_0}{\partial X} U + W_0 \frac{\partial U}{\partial Z} + \frac{\partial U_0}{\partial Z} W = \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} - 4\pi^2 U,$$

$$U_0 \frac{\partial V}{\partial X} + W_0 \frac{\partial V}{\partial Z} = -2\pi P + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} - 4\pi^2 V, \quad (2.3)$$

$$U_0 \frac{\partial W}{\partial X} + \frac{\partial W_0}{\partial X} U + W_0 \frac{\partial W}{\partial Z} + \frac{\partial W_0}{\partial Z} W = -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} - 4\pi^2 W, \quad \frac{\partial U}{\partial X} + 2\pi V + \frac{\partial W}{\partial Z} = 0.$$

При выводе (2.3) предполагалось, что основное течение в области II соответствует пограничному слою Блазиуса

$$U_b = U_0(\eta), \quad W_b = \frac{1}{\text{Re}} W_0(\eta), \quad P_b = O\left(\frac{1}{\text{Re}^2}\right), \quad U_0 = f', \quad W_0 = \frac{1}{2\sqrt{X}} (\eta f' - f), \quad \eta = \frac{Z}{\sqrt{X}},$$

где функция f находится из краевой задачи

$$f''' + (1/2)ff'' = 0, \quad f(0) = f'(0) = 0, \quad f'(\infty) = 1.$$

Рассмотрим решение (2.3) в подобласти II'. В этой подобласти из-за простого вида основного течения $U_b = 1$, $W_b = W_{00}/(\text{Re}\sqrt{X})$, $W_{00} = (1/2) \lim_{\eta \rightarrow \infty} (\eta f' - f)$ уравнения движения существенно упрощаются и принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{W_{00}}{\sqrt{X}} \frac{\partial U}{\partial Z} &= \frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} - 4\pi^2 U, & \frac{\partial V}{\partial X} + \frac{W_{00}}{\sqrt{X}} \frac{\partial V}{\partial Z} &= -2\pi P + \frac{\partial^2 V}{\partial Z^2} - 4\pi^2 V, \\ \frac{\partial W}{\partial X} - \frac{1}{2} \frac{W_{00}}{X^{3/2}} U + \frac{W_{00}}{\sqrt{X}} \frac{\partial W}{\partial Z} &= -\frac{\partial P}{\partial Z} + \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} - 4\pi^2 W, & \frac{\partial U}{\partial X} + 2\pi V + \frac{\partial W}{\partial Z} &= 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

Начальные условия для них при $X = 0$ следуют из (2.1):

$$U(0, Z) = 0, \quad V(0, Z) = 1, \quad W(0, Z) = -2\pi Z. \quad (2.5)$$

Граничные условия при $Z \rightarrow 0$ заранее неизвестны и должны быть найдены из сращивания с решением в вязкой подобласти II'.

Для нахождения решения (2.4), удовлетворяющего (2.5), предположим, что $U \equiv 0$. Тогда, исключая давление из второго и третьего уравнений (2.4) и используя уравнение неразрывности для выражения V через W , получим уравнение для вертикальной компоненты скорости

$$\frac{\partial B}{\partial X} + \frac{W_{00}}{\sqrt{X}} \frac{\partial B}{\partial Z} = \frac{\partial^2 B}{\partial Z^2} - 4\pi^2 B, \quad B = \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} - 4\pi^2 W.$$

Его решение, удовлетворяющее (2.5) и граничному условию на стенке $W(X, 0) = G(X)$, заданному произвольной функцией $G(X)$, имеет вид

$$W = G(X)e^{-2\pi Z} - 2\pi(Z - 2W_{00}\sqrt{X})e^{-4\pi^2 X}. \quad (2.6)$$

Необходимость удовлетворения условиям (2.5) накладывает ограничение $G(0) = 0$ на функцию $G(X)$, описывающую вытесняющее действие пограничного слоя.

Имея выражение для W , легко получить решение для V и P в подобласти II':

$$V = -G(X)e^{-2\pi Z} + e^{-4\pi^2 X}, \quad P = \left(-\frac{1}{2\pi} \frac{dG}{dX} + \frac{W_{00}}{\sqrt{X}}\right)e^{-2\pi Z}. \quad (2.7)$$

Теперь найдем решение на начальном участке подобласти II'. Граничные условия на ее внешней границе следуют из (2.6), (2.7) и при $X \ll 1$ имеют вид

$$Z/\sqrt{X} \rightarrow \infty: \quad U \rightarrow 0, \quad V \rightarrow 1, \quad W \rightarrow -2\pi(1 + G(X))Z + 4\pi W_{00}\sqrt{X}. \quad (2.8)$$

Решение при $X \ll 1$ в подобласти II' будем искать в виде

$$U = 2\pi X g'(\eta), \quad V = l'(\eta), \quad W = 2\pi\sqrt{X}[(\eta/2)g'(\eta) - (3/2)g(\eta) - l(\eta)], \quad P = O(1/\sqrt{X}), \quad (2.9)$$

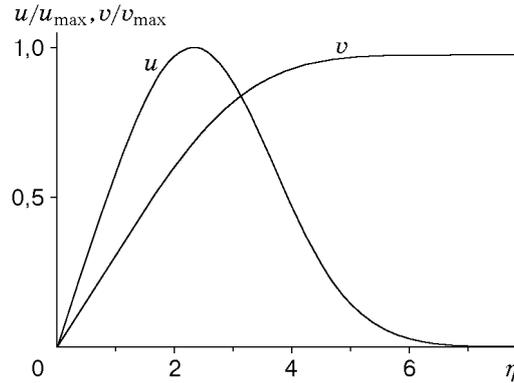


Рис. 2

где функции g и l , описывающие профили возмущений продольной и трансверсальной составляющих скорости, зависят от автомодельной переменной $\eta = Z/\sqrt{X}$. Подстановка выражений (2.9) в исходные уравнения (2.3) и учет членов наименьшего порядка малости по X приводят к краевым задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений для l и g :

$$l''' + (1/2)fl'' = 0, \quad l(0) = l'(0) = 0, \quad l'(\infty) = 1,$$

$$g''' + (1/2)fg'' - f'g' + (3/2)f''g = -f''l, \quad g(0) = g'(0) = g(\infty) = 0.$$

Легко видеть, что $l(\eta) = f(\eta)$ и $g(\eta) = (\eta f' - f)/2$ являются решениями этих задач. Полученное решение иллюстрирует рис. 2, на котором представлены профили возмущений продольной u и трансверсальной v компонент скорости, отнесенные к своим максимумам.

В решении для невязкой подобласти Π'' имеется неизвестная функция $G(X)$, описывающая вытесняющее действие пограничного слоя. Ее вид при $X \rightarrow 0$ получается из сравнения выражения для W (2.8) с асимптотикой решения для вертикальной компоненты скорости в пограничном слое (2.9): $X \rightarrow 0: G(X) = -3\pi W_{00}\sqrt{X} + O(X)$.

3. Решение в основной части области Π . Будем искать численное решение полной системы уравнений (2.3) при $X \approx 1$. Это уравнения параболического типа, и для них требуются начальные условия в некотором сечении $X = X_0$ и граничные условия на стенке и при $Z \rightarrow \infty$. Для постановки начальных условий необходимо равномерно пригодное по Z или композитное решение в начальной части области Π . Оно находится стандартным методом [7] и для U и V совпадает с (2.9), а для W имеет вид

$$W(X, Z) = 2\pi A\sqrt{X}[(\eta/2)g'(\eta) - (3/2)g(\eta) - f(\eta) - (3/2)W_{00}(e^{-2\pi Z} - 1) - 3\pi W_{00}Z]. \quad (3.1)$$

Так как полная система уравнений (2.3) справедлива и в невязкой части рассматриваемой области, в качестве граничных условий для нее при $Z \rightarrow \infty$ будем использовать соответствующий предел решения (2.6), (2.7) в подобласти Π'' :

$$Z \rightarrow \infty: U(X, Z) \rightarrow 0, \quad V(X, Z) \rightarrow e^{-4\pi^2 X}, \quad W(X, Z) \rightarrow -2\pi(Z - 2W_{00}\sqrt{X})e^{-4\pi^2 X}.$$

Эти граничные условия, условия прилипания на стенке $U(X, 0) = V(X, 0) = W(X, 0) = 0$ и начальные условия (2.9) для U и V и (3.1) для W в сечении $X = X_0$ образуют полную постановку задачи для уравнений (2.3). Отметим, что никакие параметры в нее не входят, следовательно, решения этой задачи U, V, W, P действительно являются универсальными функциями X и Z , а вид решения (2.2) можно трактовать как закон подобия.

Для решения системы уравнений (2.3) исключим из нее давление, сложив производную по Z от второго уравнения с третьим, умноженным на $4\pi^2$. В полученном уравнении выразим трансверсальную компоненту скорости V через U и W , используя уравнение

неразрывности. Появившийся член $U_0 \partial^2 U / \partial X^2$, содержащий вторую производную по X , заменим его выражением, найденным из продифференцированного по X первого уравнения импульсов. В результате получим следующее уравнение для U и W :

$$U_0 \frac{\partial B}{\partial X} + W_0 \frac{\partial B}{\partial Z} - \frac{\partial U_0}{\partial X} B - \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 U_0}{\partial Z^2} W \right) - \frac{\partial^3 U_0}{\partial X \partial Z^2} W - 2 \frac{\partial}{\partial Z} \left(\frac{\partial U_0}{\partial X} \frac{\partial U}{\partial X} \right) - \\ - \frac{\partial W_0}{\partial X} \left(\frac{\partial^2 U}{\partial Z^2} + 4\pi^2 U \right) - \frac{\partial^3 U_0}{\partial X^2 \partial Z} U = \frac{\partial^2 B}{\partial Z^2} - 4\pi^2 B, \quad B = \frac{\partial^2 W}{\partial Z^2} - 4\pi^2 W.$$

Данное уравнение, первое уравнение импульсов и соответствующие граничные и начальные условия образуют задачу для U и W , которая решалась численно маршевым методом. Для аппроксимации производных по X использовалась неявная разностная схема второго порядка. Дискретизация уравнений по Z проводилась методом коллокаций, причем граничные условия при $Z = 0$ и $Z \rightarrow \infty$ выполнялись за счет выбора базисных функций.

4. Результаты расчета и их анализ. Для исследования влияния положения начального сечения на получаемое решение проведены расчеты развития возмущений при различных значениях X_0 . Оказалось, что при $X_0 \geq 10^{-4}$ решение зависит от X_0 , и только при уменьшении X_0 приблизительно до 10^{-5} результаты перестают зависеть от X_0 и остаются неизменными с погрешностью, превышающей 0,1%. Сходимость решения при уменьшении X_0 и совпадение численного решения с аналитическим (2.9) при $X_0 \leq 10^{-5}$ свидетельствуют о непротиворечивости постановки задачи и являются косвенным подтверждением достоверности численного метода.

Решение для U , получающееся при $X_0 \leq 10^{-5}$, приведено на рис. 3, 4. Результаты для компонент скорости V и W не представляют интереса, так как при $X \approx 1$ они пренебрежимо малы по сравнению с U . На рис. 3 сплошной линией показана зависимость максимальной по Z величины возмущения U_{\max} от X . При $X \approx 10^{-3}$ возмущения скорости растут почти линейно в соответствии с решением при $X \ll 1$ (2.7), для которого зависимость U_{\max} от X показана штриховой линией. Возмущения достигают максимума при $X \simeq 0,02$ и далее затухают. Аналогичное поведение возмущений, порожденных продольными вихрями, получено в [3, 4].

Профили продольной компоненты возмущений скорости по вертикальной координате при $X = 10^{-5}; 0,02; 0,08$ представлены на рис. 4. Для удобства сравнения профилей между собой и с данными эксперимента [6] они построены в зависимости от координаты $\eta = Z/\sqrt{X}$. На рис. 4 видно, что по мере удаления от передней кромки максимум возмущений скорости постепенно смещается от стенки. Изменение формы профиля до сечения $X = 0,02$, соответствующего максимуму возмущений по длине, относительно невелико,

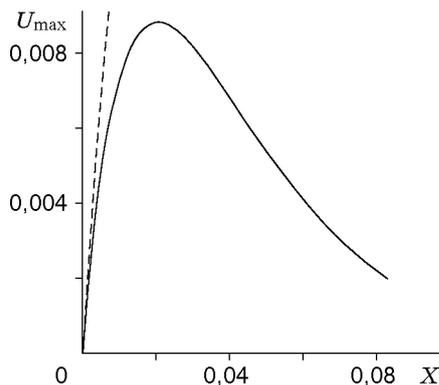


Рис. 3

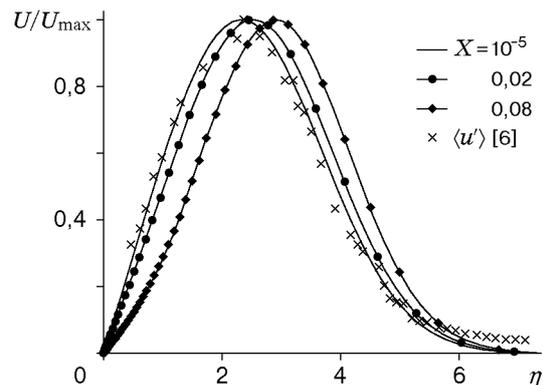


Рис. 4

однако оно становится значительным на больших расстояниях от передней кромки, когда возмущения затухают. Профиль низкочастотных пульсаций скорости $\langle u' \rangle$ в пограничном слое при повышенной степени турбулентности набегающего потока, измеренный в [6], почти совпадает с профилями скорости растущих возмущений при $X = 10^{-5}; 0,02$. Совпадающий с экспериментальным профиль возмущений скорости получен также в результате расчета развития возмущений, порождаемых продольными вихрями [3, 4]. Это обстоятельство позволяет считать, что причиной роста пульсаций в пограничном слое могут служить как продольные, так и перпендикулярные передней кромке вихревые возмущения набегающего потока.

Для выяснения зависимости полученного решения от основных параметров перепишем выражение для u (2.2) в размерном виде

$$u = (2\pi/a) \operatorname{Re}_b \ln(b'/\lambda') U((\delta'/\lambda')^2, z'/\lambda'). \quad (4.1)$$

Здесь $\delta' = \sqrt{\nu' x' / u'_\infty}$ — толщина пограничного слоя на расстоянии x' от передней кромки; $\operatorname{Re}_b = u'_\infty b' / \nu'$. Из соотношения (4.1) следует, что максимальная величина возмущений в пограничном слое u_{\max} (с точностью до логарифмического члена) не зависит от их поперечного размера λ' и определяется выражением

$$u_{\max} \simeq (0,055/a) \operatorname{Re}_b \ln(b'/\lambda'). \quad (4.2)$$

Расстояние x'_{\max} , на котором достигается максимум возмущений, пропорционально квадрату их периода:

$$x'_{\max} \simeq 0,02 u'_\infty \lambda'^2 / \nu'. \quad (4.3)$$

Из (4.1) также следует, что поперечный период возмущений λ' , которые в наибольшей степени усиливаются к заданному сечению x' , пропорционален (с точностью до логарифмического члена) толщине пограничного слоя в этом сечении:

$$\lambda'_{\max} \simeq 7,07 \delta' (1 + O(1/\ln(b'/\lambda'))). \quad (4.4)$$

Следствия полученного решения (4.3) и (4.4) соответствуют данным эксперимента [6] и теории [3, 4] по усилению квазистационарных вихревых возмущений в пограничном слое на пластине с острой передней кромкой. В [6] оценка периода полосчатой структуры имеет вид $\lambda' \simeq 9\delta'$, а в [4] усиливающиеся в наибольшей степени возмущения имеют период $\lambda' \simeq 13\delta'$, что незначительно отличается от (4.4). Из результатов работы [4] получается аналогичное (4.3) выражение для расстояния x'_{\max} .

Однако вывод о независимости максимального усиления возмущений от их периода (см. (4.2)) существенно отличается от известных результатов для пограничного слоя на пластине с острой передней кромкой. Согласно [4] $u_{\max} \sim \operatorname{Re} \sim u'_\infty \lambda' / \nu'$. Аналогичный вывод следует из данных эксперимента [6], если учесть, что амплитуда пульсаций скорости $u_{\max} \sim \sqrt{\operatorname{Re}_x} \sim (u'_\infty x' / \nu')^{1/2}$, а их период $\lambda' \sim \delta' \sim (\nu' x' / u'_\infty)^{1/2}$. Причиной этого отличия является дополнительное усиление возмущений на затупленной передней кромке вследствие деформации поля завихренности при ее обтекании. Действительно, при взаимодействии неоднородности потока с передней кромкой на границе пограничного слоя возникает трансверсальная скорость, превышающая исходную амплитуду неоднородности в $A \approx (b'/\lambda') \ln(b'/\lambda')$ раз. В результате на начальном участке пограничного слоя и над ним появляется возмущение, имеющее трансверсальную и вертикальную компоненты скорости. Как показано в [4], развитие такого рода возмущений приводит к их последующей трансформации в возмущения, содержащие только продольную составляющую скорости, причем амплитуда последней возрастает до величины, в Re раз превышающей исходную. Аналогичный процесс развития возмущений в пограничном слое описывает численное решение в области II, полученное в данной работе. Произведение коэффициентов усиления

возмущений при обтекании передней кромки A и в пограничном слое Re дает общее усиление в $Re_b \ln(b'/\lambda')$ раз в соответствии с (4.2). Так как усиление возмущений на передней кромке обратно пропорционально их периоду, а в пограничном слое прямо пропорционально ему, общее усиление оказывается не зависящим от величины возмущений.

Полученные результаты позволяют предсказать особенности ламинарно-турбулентного перехода на телах с затупленной передней кромкой при повышенной степени турбулентности набегающего потока. Амплитуда пульсаций в пограничном слое на таких телах должна быть почти постоянной по длине, однако их поперечный размер, как и на пластине с острой передней кромкой, должен увеличиваться по мере удаления от передней кромки. Такой характер развития возмущений позволяет предположить, что турбулиизация течения на затупленных телах происходит или в непосредственной близости от передней кромки, или, если степень турбулентности потока недостаточно велика, очень далеко от нее за счет других механизмов роста возмущений. Коэффициент усиления вихревых возмущений на затупленных телах больше, чем на пластине с острой передней кромкой в b'/λ' или в $Re_b/\sqrt{Re_x}$ раз, поэтому переход на них должен происходить при меньшей степени турбулентности набегающего потока, чем в экспериментах типа [6]. Вследствие того что элементы конструкций летательных аппаратов (лопатки турбин, крыло, оперение) обычно имеют затупленные передние кромки, этот вывод имеет практическое значение для определения положения ламинарно-турбулентного перехода. Например, на крыле транспортного самолета с размером передней кромки $b' \approx 0,1$ м и скоростью полета $u'_\infty \approx 200$ м/с коэффициент усиления возмущений, согласно (4.2), приблизительно равен 10^5 и ламинарно-турбулентный переход должен наблюдаться при амплитуде неоднородности профиля потока $\varepsilon \approx 10^{-6}$. Хотя доля возмущений типа поперечной неоднородности профиля скорости в реальном турбулентном потоке неизвестна, можно предположить, что их характерная амплитуда ε составляет от 0,1 до 0,01 степени турбулентности ε_T . Следовательно, переход на крыле должен произойти при степени турбулентности $\varepsilon_T \approx 0,01 \div 0,001$ %, т. е. меньшей, чем в малотурбулентной аэродинамической трубе, и, возможно, соответствующей реальным полетным условиям.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Morkovin M. V.** The many faces of transition // *Viscouse drag reduction* / Ed. by C.S. Wells. N. Y.: Plenum Press, 1969.
2. **Гуляев А. Н., Козлов В. Е., Кузнецов В. Р. и др.** Взаимодействие ламинарного пограничного слоя с внешней турбулентностью // *Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа*. 1989. № 5. С. 55–65.
3. **Bertolotti F. P.** Response of the Blasius boundary layer to free-stream vorticity // *Phys. Fluids*. 1997. V. 9. P. 2286–2299.
4. **Andersson P., Berggren M., Henningson D. S.** Optimal disturbances and bypass transition in boundary layers // *Phys. Fluids*. 1999. V. 11. P. 134–150.
5. **Golstein M. E., Leib S. J., Cowley S. J.** Distortion of a flat plate boundary layer by free-stream vorticity normal to the plate // *J. Fluid Mech*. 1992. V. 237. P. 231–260.
6. **Westin K. J. A., Voiko A. V., Klingmann B. G., et al.** Experiments in a boundary layer subjected to free-stream turbulence. Pt I. Boundary layer structure and receptivity // *J. Fluid Mech*. 1994. V. 281. P. 193–218.
7. **Ван-Дайк М.** Методы возмущений в механике жидкости. М.: Мир, 1967.

*Поступила в редакцию 16/VII 1999 г.,
в окончательном варианте — 5/X 1999 г.*