УДК 622:223; 530:3

# ЭНТРОПИЙНАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ИНВАРИАНТА ДЕФОРМАЦИИ

Л. Б. Зуев, А. Г. Лунев, О. С. Стаскевич

Институт физики прочности и материаловедения СО РАН, 634055 Томск, Россия
E-mails: lbz@ispms.tsc.ru, agl@ispms.tsc.ru, solessya@inbox.ru

Предложена интерпретация природы соотношения, называемого упругопластическим инвариантом деформации и определяющего взаимосвязь упругой и пластической деформаций, которая учитывает изменение энтропии системы при генерации автоволн на стадии линейного деформационного упрочнения. Показано, что такой подход позволяет непротиворечиво объяснить природу инварианта и его роль в описании пластичности.

Ключевые слова: пластичность, упругая деформация, пластическая деформация, локализация, упругие волны, дефекты, дислокации.

DOI: 10.15372/PMTF20180613

**Введение.** Результаты экспериментальных исследований, обобщенные в работе [1], показывают, что пластическая деформация твердых тел локализуется на макроскопическом уровне, от этой деформации зависят предел текучести и разрушение. Локализованная деформация представляет собой самопроизвольное расслоение материала на чередующиеся объемы: активно деформирующиеся в данный момент и пассивные (рис. 1). Картины распределения таких объемов по образцу, называемые паттернами, определяются действующим на данной стадии законом деформационного упрочнения и интерпретируются как автоволновые моды [2, 3] локализованного пластического течения. В металлах и сплавах, находящихся в различных структурных состояниях (моно- и поликристаллы), экспериментально наблюдались автоволны переключения, фазовые автоволны, стационарные диссипативные структуры и коллапс автоволн [1–3]. Фазовые автоволны локализованного пластического течения, возникающие на стадиях линейного деформационного упрочнения, когда зависимость деформирующего напряжения от деформации $\sigma(\varepsilon)$ является линейной, имеют длину $\lambda \approx 10^{-2}$ м и распространяются со скоростью $10^{-5}$ м/с $\leqslant V_{aw} \leqslant 10^{-4}$ м/с. Упругие процессы в среде зависят от расстояний между атомными плоскостями $\chi \approx 10^{-10}$ м и скоростей распространения поперечных упругих волн $V_t \approx 3 \cdot 10^3$ м/с (справочные данные). Эти характеристики входят в равенство $\lambda V_{aw} \approx \chi V_t/2$, члены которого имеют размерность коэффициента диффузии или кинематической вязкости. Целью настоящей работы является объяснение природы данного соотношения, указывающего на взаимосвязь упругих и пластических процессов деформации. Для этого проводятся экспериментальная проверка общности соотношения $\lambda V_{aw} \approx \chi V_t/2$ и его интерпретация с помощью термодинамической теории.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (код проекта 16-19-10025).

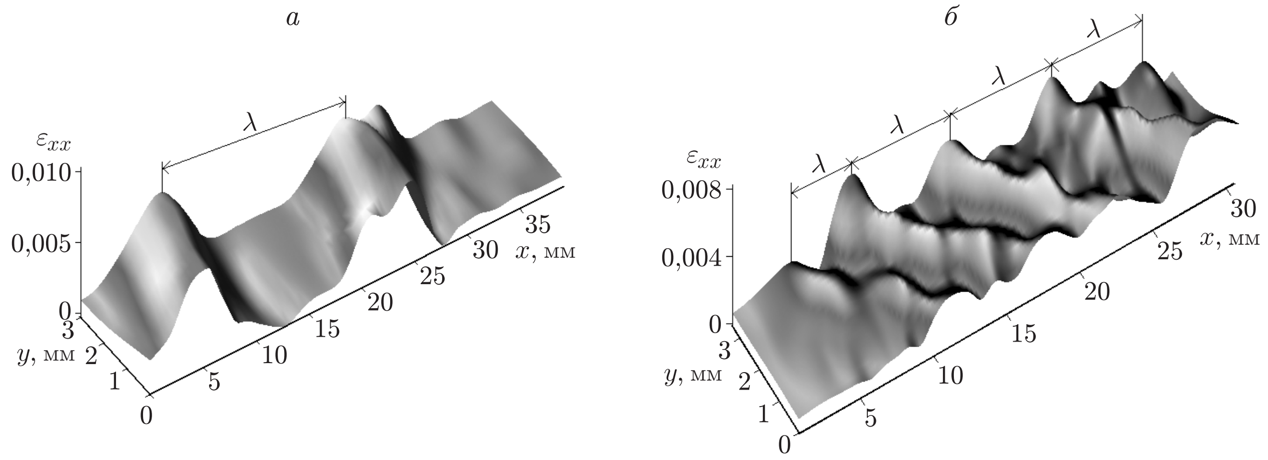


Рис. 1. Локализация пластической деформации в образце из сплава 88 % Fe — 12 % Mn на стадиях легкого скольжения (*а*) и линейного деформационного упрочнения (*б*)

**Экспериментальные данные.** Для проверки общности увеличивалось количество исследуемых материалов и анализировалось выполнение равенства $\lambda V_{aw} \approx \chi V_t/2$ для различных материалов с разными механизмами деформации. Характеристики автоволн локализованной пластической деформации $\lambda$ и $V_{aw} = \lambda/T$ определены с помощью метода построения ($X$–$t$)-диаграмм (рис. 2) ($X$ — координата очага локализованной пластичности в образце, $t$ — время) [1] при линейном деформационном упрочнении металлов, легком скольжении в монокристаллах металлов, сжатии щелочно-галоидных монокристаллов, сжатии образцов из горных пород, деформации, возникающей в результате фазового превращения в монокристалле NiTi.

Для 18 исследованных металлов значения $\lambda V_{aw}$ (табл. 1, 2) различаются незначительно, среднее значение $\langle \lambda V_{aw} \rangle_{lwh} = (2{,}52 \pm 0{,}36) \cdot 10^{-7}$ м$^2$/с.

В случае легкого скольжения в монокристаллах Cu, Ni, $\alpha$-Fe, $\gamma$-Fe, Zn и Sn, где также имеет место линейная зависимость напряжения от деформации $\sigma(\varepsilon)$ и наблюдается фазовая автоволна, $\langle \lambda V_{aw} \rangle_{eg} \approx (2{,}95 \pm 1{,}05) \cdot 10^{-7}$ м$^2$/с (см. табл. 1, 2).

Стадии линейного деформационного упрочнения и фазовые автоволны локализованной пластичности наблюдались также при сжатии образцов из щелочно-галоидных кристаллов и горных пород [4, 5]. Согласно представленным в табл. 3 результатам этих экспериментов $\langle \lambda V_{aw} \rangle_{ahc} = (3{,}44 \pm 0{,}49) \cdot 10^{-7}$ м$^2$/с, $\langle \lambda V_{aw} \rangle_{rock} = (1{,}44 \pm 0{,}34) \cdot 10^{-7}$ м$^2$/с.

Пластическая деформация интерметаллического соединения TiNi эквиатомного состава возникает в результате фазового превращения [6]. В случае автоволны локализованной пластичности с использованием экспериментальных данных получено значение $\langle \lambda V_{aw} \rangle_{pt} \approx 0{,}85 \cdot 10^{-7}$ м$^2$/с.

Элементарным механизмом пластической деформации является скольжение отдельных дислокаций. Этот процесс обычно характеризуется длиной пробега дислокаций $l$ и скоростью их движения $V_{disl}$, которые определяются при анализе имеющихся экспериментальных данных о подвижности отдельных дислокаций в различных монокристаллах [7–11]. Использовались известные данные о скоростях квазивязкого движения дислокаций в случае линейной зависимости скорости дислокаций от напряжений $V_{disl}(\sigma)$ [12]. Для оценки значения произведения величин $l$ и $V_{disl}$ использовалось соотношение $lV_{disl} \approx V_{disl}^2 \tau$ ($\tau$ — длительность импульса нагрузки, действующего при нагружении кристаллов). Результаты этих вычислений, представленные в табл. 4, показывают, что $\langle lV \rangle_{disl} = (3{,}20 \pm 0{,}35) \times 10^{-7}$ м$^2$/с.

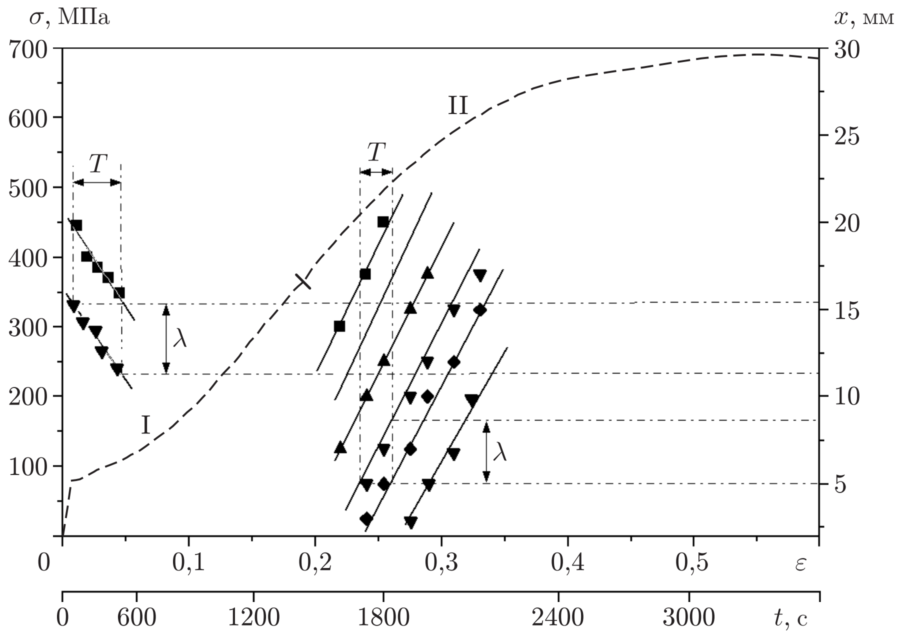


Рис. 2. Определение величин $\lambda$ и $T$ с помощью ($X$–$t$)-диаграммы для образцов из сплава 88 % Fe — 12 % Mn, построенной для случая, показанного на рис. 1, при скорости автоволн $V_{aw} = \lambda/T$:
штриховая линия — зависимость $\sigma(\varepsilon)$; I — стадия легкого скольжения, II — стадия линейного деформационного упрочнения; точки — координаты $X$ очагов локализованной деформации

Из приведенных в табл. 1–4 эмпирических данных следуют соотношения

$$\langle \lambda V_{aw}\rangle_{lwh} \approx \langle \lambda V_{aw}\rangle_{eg} \approx \langle \lambda V_{aw}\rangle_{pt} \approx \langle \lambda V_{aw}\rangle_{ahc} \approx \langle \lambda V_{aw}\rangle_{rock} \approx \langle lV_{disl}\rangle. \tag{1}$$

Значения величин, входящих в (1), сравнивались попарно путем вычисления $t$-критерия Стьюдента [13]. Установлено, что полученные значения различаются незначимо, т. е. принадлежат одной генеральной совокупности.

Нормируя члены соотношения (1) на соответствующие произведения упругих характеристик деформируемой среды $\chi V_t$ (см. табл. 1–4), можно перейти к безразмерным величинам

$$\frac{\langle \lambda V_{aw}\rangle_{lwh}}{\langle \chi V_t\rangle_{el}} = \hat{Z}_{lwh}, \quad \frac{\langle lV\rangle_{disl}}{\langle \chi V_t\rangle_{el}} = \hat{Z}_{disl}, \quad \frac{\langle \lambda V_{aw}\rangle_{eg}}{\langle \chi V_t\rangle_{el}} = \hat{Z}_{eg},$$

$$\frac{\langle \lambda V_{aw}\rangle_{pt}}{\langle \chi V_t\rangle_{el}} = \hat{Z}_{pt}, \quad \frac{\langle \lambda V_{aw}\rangle_{ahk}}{\langle \chi V_t\rangle_{el}} = \hat{Z}_{ahc}, \quad \frac{\langle \lambda V_{aw}\rangle_{rock}}{\langle \chi V_t\rangle_{el}} = \hat{Z}_{rock}.$$

В результате расчетов имеем

$$\hat{Z}_{lwh} \approx \hat{Z}_{disl} \approx \hat{Z}_{eg} \approx \hat{Z}_{pt} \approx \hat{Z}_{ahc} \approx \hat{Z}_{rock} \approx 1/2,$$

откуда следует окончательное выражение

$$\left\langle \frac{\lambda V_{aw}}{\chi V_t} \right\rangle = \hat{Z} \approx \frac{1}{2}, \tag{2}$$

называемое упругопластическим инвариантом деформации [14].

Выполнение соотношения (2) для различных материалов и механизмов деформации является доказательством его универсальности. В общем смысле упругопластический инвариант (2) формализует связь двух волновых процессов, реализующихся в ходе пластической деформации среды. Первый из них (распространение упругих волн со скоростью $V_t$)

Таблица 1

Значения $\chi V_t$ и $\lambda V_{aw}$ при линейном деформационном упрочнении металлов

| Металл | $\lambda V_{aw} \cdot 10^7$, м$^2$/с | $\chi V_t \cdot 10^7$, м$^2$/с | $\lambda V_{aw}/(\chi V_t)$ |
|---|---|---|---|
| Cu | 3,60 | 4,8 | 0,75 |
| Zn | 3,70 | 11,9 | 0,30 |
| Al | 7,90 | 7,5 | 1,10 |
| Zr | 3,70 | 11,9 | 0,30 |
| Ti | 2,50 | 7,9 | 0,30 |
| V | 2,80 | 6,2 | 0,45 |
| Nb | 1,80 | 5,3 | 0,30 |
| $\alpha$-Fe | 2,55 | 4,7 | 0,54 |
| $\gamma$-Fe | 2,20 | 6,5 | 0,34 |
| Ni | 2,10 | 6,0 | 0,35 |
| Co | 3,00 | 6,0 | 0,50 |
| Mo | 1,20 | 7,4 | 0,20 |
| Sn | 2,40 | 5,3 | 0,65 |
| Mg | 9,90 | 15,8 | 0,63 |
| Cd | 0,90 | 3,5 | 0,20 |
| In | 2,60 | 2,2 | 1,20 |
| Pb | 3,20 | 2,0 | 1,60 |
| Ta | 1,10 | 4,7 | 0,20 |
| Hf | 1,00 | 4,2 | 0,25 |

Таблица 2

Значения $\chi V_t$ и $\lambda V_{aw}$ при легком скольжении в монокристаллах металлов

| Металл | $\lambda V_{aw} \cdot 10^7$, м$^2$/с | $\chi V_t \cdot 10^7$, м$^2$/с | $\lambda V_{aw}/(\chi V_t)$ |
|---|---|---|---|
| $\alpha$-Fe | 7,4 | 6,5 | 1,1 |
| $\gamma$-Fe | 2,9 | 6,0 | 0,5 |
| Cu | 1,9 | 4,7 | 0,4 |
| Zn | 1,0 | 5,0 | 0,2 |
| Ni | 1,3 | 6,0 | 0,2 |
| Sn | 3,3 | 4,9 | 0,7 |

Таблица 3

Значения $\chi V_t$ и $\lambda V_{aw}$ при сжатии щелочно-галоидных кристаллов [4] и образцов горных пород [5]

| Вещество | $\lambda V_{aw} \cdot 10^7$, м$^2$/с | $\chi V_t \cdot 10^7$, м$^2$/с | $\lambda V_{aw}/(\chi V_t)$ |
|---|---|---|---|
| KCl | 3,00 | 7,0 | 0,4 |
| NaCl | 3,10 | 7,5 | 0,4 |
| LiF | 4,30 | 8,8 | 0,5 |
| Мрамор | 1,75 | 3,7 | 0,5 |
| Песчаник | 0,60 | 1,5 | 0,4 |

обусловлен процессами быстрого распада и образования концентраторов упругих напряжений в материале, второй (распространение автоволн со скоростью $V_{aw}$) является следствием медленного перераспределения очагов локализации пластической деформации в материале.

**Интерпретация экспериментальных данных.** Для объяснения природы упругопластического инварианта будем учитывать развиваемую в последние годы точку зрения [15], согласно которой локализация пластической деформации является результатом самоорганизации (структурообразования) в активной деформируемой среде, состоящей из нелинейных структурных дефектов [16, 17]. Основным признаком наличия процессов самоорганизации в термодинамически открытой системе, какой является деформируемый образец, служит уменьшение ее энтропии [18]. Такое условие реализуется при формировании автоволн локализованного пластического течения [19]. Поэтому использование энтропии для детального описания процессов локализации пластической деформации обоснованно и перспективно.

Таблица 4

Значения $\chi V_t$ и $lV_{disl}$, определенные при сложении отдельных дислокаций в монокристаллах

| Монокристалл | $lV_{disl} \cdot 10^7$, м$^2$/с | $\chi V_t \cdot 10^7$, м$^2$/с | $lV_{disl}/(\chi V_t)$ |
|---|---|---|---|
| NaCl [7] | 4,1 | 7,3 | 0,60 |
| LiF [8] | 4,1 | 8,6 | 0,50 |
| CsI [9] | 1,9 | 4,0 | 0,50 |
| KCl [10] | 4,1 | 6,8 | 0,60 |
| Zn [11] | 1,8 | 4,0 | 0,45 |

Пластическое течение сопровождается пространственно-временно́й трансформацией полей напряжений $\sigma(x,y,t)$ и пластических деформаций $\varepsilon(x,y,t)$ [1]: в результате релаксации напряжений происходит деформация, изменение которой приводит к изменению поля напряжений. Кинетика этих процессов определяется скоростями, входящими в инвариант (2): скоростью распространения поперечных упругих волн $V_t$ и скоростью распространения фазовых автоволн $V_{aw}$.

В предположении, что процессы трансформации полей обусловлены смещениями частиц среды, рассмотрим связь упругих (обратимых) и пластических (необратимых) смещений при малом отклонении деформируемой системы от равновесного состояния, в окрестности которого скорости смещений при трансформациях полей деформаций и напряжений с точностью до малых величин первого порядка могут полагаться линейно зависящими от градиентов пластических и упругих деформаций: $\dot{u}_{pl}^{(p)} \approx D_{\varepsilon\varepsilon}\nabla\varepsilon_{pl}$, $\dot{u}_{el}^{(p)} \approx D_{\sigma\sigma}\nabla\varepsilon_{el}$ ($\lambda V_{aw} \equiv D_{\varepsilon\varepsilon}$, $\chi V_t \equiv D_{\sigma\sigma}$).

Вследствие существенной нелинейности связи между деформациями и напряжениями необходимо также учитывать возникновение дополнительных скоростей $\dot{u}_{el}^{(ad)} \approx D_{\varepsilon\sigma}\nabla\varepsilon_{pl}$ и $\dot{u}_{pl}^{(ad)} \approx D_{\sigma\varepsilon}\nabla\varepsilon_{el}$. Тогда аналогично [20] систему уравнений для пластической и упругой составляющих скоростей смещений можно записать в виде

$$\dot{u}_{pl} = D_{\varepsilon\varepsilon}\nabla\varepsilon + D_{\varepsilon\sigma}\nabla\varepsilon_{el}, \qquad \dot{u}_{el} = D_{\sigma\varepsilon}\nabla\varepsilon_{el} + D_{\sigma\sigma}\nabla\varepsilon. \tag{3}$$

Коэффициенты уравнений системы (3) представим в виде матрицы

$$D = \begin{pmatrix} D_{\varepsilon\varepsilon} & D_{\varepsilon\sigma} \\ D_{\sigma\varepsilon} & D_{\sigma\sigma} \end{pmatrix},$$

в которой в соответствии с принципом симметрии кинетических коэффициентов Онзагера [21, 22] недиагональные компоненты равны: $D_{\varepsilon\sigma} = D_{\sigma\varepsilon}$. Диагональные коэффициенты $D_{\varepsilon\varepsilon}$, $D_{\sigma\sigma}$, являющиеся коэффициентами автоволновых уравнений локализованной пластичности, полученных в [1], не обязательно должны быть равными; в работе [23], например, показано, что $D_{\varepsilon\varepsilon} \ll D_{\sigma\sigma}$.

В уравнении (2) длины $\chi$, $\lambda \gg \chi$ представляют собой пространственные масштабы трансформации полей упругой и пластической деформаций, а скорости $V_t$ и $V_{aw} \ll V_t$ характеризуют кинетику трансформации. Упругопластический инвариант деформации (2) записывается в виде отношения масштабов $\lambda/\chi$ и кинетических величин $V_t/V_{aw}$:

$$\frac{\lambda V_{aw}}{\chi V_t} = \frac{\lambda}{\chi}\,\frac{V_{aw}}{V_t} = \frac{\lambda/\chi}{V_t/V_{aw}} = \hat{Z} < 1, \tag{4}$$

где $\lambda/\chi$ интерпретируется как число зон, в которых возможно зарождение автоволны локализованной пластической деформации, $V_t/V_{aw}$ характеризует скорость автоволны в диапазоне возможных значений скоростей в твердом теле $0 \leqslant V_{aw} \leqslant V_t$. Тогда отношения

$\lambda/\chi \gg 1$ и $V_t/V_{aw} \gg 1$ можно рассматривать в качестве термодинамических вероятностей [22].

С использованием уравнения (4) возможна численная оценка $\hat{Z}$ путем вычисления изменения энтропии системы при самопроизвольном формировании автоволн локализованного пластического течения. В силу аддитивности энтропии выражение для ее полного изменения при генерации автоволны запишем в виде суммы масштабного и кинетического вкладов

$$\Delta S = \Delta S_{scale} + \Delta S_{kin} < 0. \tag{5}$$

Для выполнения условия $\Delta S < 0$, означающего уменьшение энтропии при формировании автоволн локализации пластического течения [18, 19], хотя бы одно слагаемое в уравнении (5) должно быть отрицательным.

Используя формулу Больцмана и учитывая, что $\lambda/\chi \gg 1$, получаем

$$\Delta S_{scale} = k_{\rm B} \ln{(\lambda/\chi)} > 0 \tag{6}$$

($k_{\rm B}$ — постоянная Больцмана). Полагая кинетический вклад отрицательным, имеем

$$\Delta S_{kin} = -k_{\rm B} \ln{(V_t/V_{aw})} = k_{\rm B} \ln{(V_{aw}/V_t)} < 0. \tag{7}$$

Величины $\Delta S_{scale} > 0$, $\Delta S_{kin} < 0$ в уравнениях (6), (7) имеют разные знаки, следовательно, масштабный и кинетический факторы по-разному влияют на развитие локализованной пластической деформации. Из уравнений (5)–(7) следует

$$\ln{(\lambda/\chi)} - \ln{(V_t/V_{aw})} = \Delta S/k_{\rm B} < 0,$$

соответственно

$$\hat{Z} = \frac{\lambda V_{aw}}{\chi V_t} = \frac{\lambda/\chi}{V_t/V_{aw}} = \exp\Big(\frac{\Delta S}{k_{\rm B}}\Big).$$

Окончательно получаем

$$\hat{Z} = \exp{(\Delta S/k_{\rm B})} \approx 1/2,$$

откуда следует, что приращение $\Delta S = k_{\rm B} \ln{(1/2)} \approx -0{,}7 k_{\rm B}$ при реализации элементарного акта релаксации [24].

**Заключение.** Проведены оценки значений экспериментально обнаруженного упругопластического инварианта деформации для различных материалов и механизмов пластической деформации и показано, что соотношение $\langle \lambda V_{aw}/(\chi V_t) \rangle = \hat{Z} = 1/2$ выполняется для всех исследованных материалов, на кривой течения которых имеется участок линейного деформационного упрочнения.

Установлено, что существование упругопластического инварианта деформации определяется не только зависимостью напряжения $\sigma$ от деформации $\varepsilon$, но и взаимовлиянием механизмов пластического и упругого деформирования. Таким образом, упругопластический инвариант описывает процесс развития макроскопически локализованной пластичности материалов.

Объяснена природа упругопластического инварианта на основе представления о том, что пластическая деформация является процессом самоорганизации в дефектной структуре деформируемой среды и сопровождается уменьшением энтропии этой среды. Такая самоорганизация является формой образования деформационной структуры деформируемой среды в процессе пластического течения.

## ЛИТЕРАТУРА


1. **Зуев Л. Б.** Физика макролокализации пластического течения / Л. Б. Зуев, В. И. Данилов, С. А. Баранникова. Новосибирск: Наука. Сиб. издат. фирма, 2008.
2. **Nekorkin V. I., Kazantsev V. B.** Autowaves and solitons in a three-component reaction-diffusion system // Intern. J. Bifurcat. Chaos. 2002. V. 12, N 11. P. 2421–2434.
3. **Davydov V. A., Davydov N. V., Morozov V. G., et al.** Autowaves in the moving excitable media // Condensed. Matter Phys. 2004. V. 7, N 3. P. 565–578.
4. **Баранникова С. А., Надежкин М. В., Зуев Л. Б.** О взаимосвязи векторов Бюргерса дислокаций и картин локализации пластической деформации при сжатии щелочно-галоидных кристаллов // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37, № 16. С. 15–21.
5. **Зуев Л. Б., Баранникова С. А., Надежкин М. В., Горбатенко В. В.** Локализация деформации и возможность прогнозирования разрушения горных пород // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 2014. № 1. С. 49–56.
6. **Otsuka K., Shimizu K.** Pseudoelasticity and shape memory effects in alloys // Intern. Metals Rev. 1986. V. 31, N 3. P. 93–114.
7. **Курилов В. Ф., Зуев Л. Б., Громов В. Е. и др.** Динамическое торможение дислокаций в кристаллах NaCl разной чистоты // Кристаллография. 1977. Т. 22, № 3. С. 653–654.
8. **Даринская Е. В., Урусовская А. А., Опекунов В. Ф. и др.** Изучение вязкого торможения дислокаций в кристаллах LiF по подвижности индивидуальных дислокаций // Физика твердого тела. 1978. Т. 20, № 4. С. 1250–1252.
9. **Даринская Е. В., Урусовская А. А.** Вязкое торможение дислокаций в кристаллах CsI при температуре 77–300 K // Физика твердого тела. 1975. Т. 17, № 8. С. 2421–2422.
10. **Зуев Л. Б., Громов В. Е., Алексанкина О. И.** Зависимость скорости движения дислокаций от напряжения в электрическом поле // Кристаллография. 1974. Т. 19, № 4. С. 889–891.
11. **Зуев Л. Б., Громов В. Е., Курилов В. Ф., Гуревич Л. И.** Подвижность дислокаций в монокристаллах цинка при действии импульсов тока // Докл. АН СССР. 1978. Т. 239, № 1. С. 874–876.
12. **Судзуки Т.** Динамика дислокаций и пластичность / Т. Судзуки, Х. Есинага, С. Такеути. М.: Мир, 1989.
13. **Худсон Д.** Статистика для физиков. М.: Мир, 1967.
14. **Зуев Л. Б.** Об упругопластическом инварианте при деформации твердых тел // ПМТФ. 2013. Т. 54, № 1. С. 125–133.
15. **Seeger A., Frank W.** Structure formation by dissipative processes in crystals with high defect densities // Non-linear phenomena in material science. N. Y.: Trans. Tech. Publ., 1987. P. 125–138.
16. **Langer J. S., Bouchbinder E., Lookman T.** Thermodynamic theory of dislocation-mediated plasticity // Acta Materialia. 2010. V. 58, N 10. P. 3718–3732.
17. **Ishii A., Yu Li, Ogata S.** Shuffling-controlled versus strain-controlled deformation twinning: The case for HCP Mg twin nucleation // Intern. J. Plasticity. 2016. V. 82, N 1. P. 32–43.
18. **Климонтович Ю. Л.** Введение в физику открытых систем. М.: Янус-К, 2002.
19. **Зуев Л. Б.** Энтропия волн локализованной пластической деформации // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31, № 3. С. 1–4.
20. **Най Дж.** Физические свойства кристаллов. М.: Мир, 1967.
21. **Ландау Л. Д.** Статистическая физика. Т. 1 / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. М.: Физматлит, 2005.
22. **Румер Ю. Б.** Термодинамика и статистическая физика / Ю. Б. Румер, М. Ш. Рывкин. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2000.

23. **Зуев Л. Б.** Макроскопическая физика пластической деформации металлов // Успехи физики металлов. 2015. Т. 16, № 1. С. 35–60.
24. **Гиляров В. Л., Слуцкер А. И.** Анализ энергетики нагружаемого квантового ангармонического осциллятора в широкой области температур // Журн. техн. физики. 2010. Т. 80, № 5. С. 94–99.

*Поступила в редакцию 31/X 2017 г.,*
*в окончательном варианте — 6/II 2018 г.*